

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 1. Teoría de la demanda del consumidor. Análisis de dualidad.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

La microeconomía es la parte de la teoría económica que describe la actividad económica al nivel de los agentes individuales que conforman la economía. Entre éstos encontramos a las familias que toman decisiones de consumo de bienes y servicios, a las empresas que toman decisiones de producción de bienes y servicios, a las instituciones financieras, al Estado, etc. Nosotros nos centraremos en los primeros, es decir, en los consumidores. En lo que sigue nos centraremos en los elementos centrales de la teoría del consumidor y en su acción básica que es la de demandar bienes y servicios.

## 2 La teoría del consumidor y su comportamiento

### 2.1 Concepto de consumidor

Un consumidor es, en esencia, un agente que intercambia bienes y servicios disponibles (conjunto de consumo) en base a un conjunto de preferencias y a un conjunto de restricciones.

#### 2.1.1 Las preferencias

El conjunto de preferencias de un consumidor debe cumplir con los siguientes axiomas:

1. Axiomas de orden. Esto supone que las preferencias se pueden ordenar
  - (a) Completitud. Es decir, las preferencias son completas y pueden ser ordenadas.
  - (b) Reflexibilidad. Toda cesta es tan preferible al menos a sí misma.
  - (c) Transitividad. Las preferencias son transitivas, prefiriéndose A a C y C a B, A será preferible a B.
2. Axiomas de Regularidad.
  - (a) Continuidad. Capacidad del sujeto de encontrar una compensación exacta a un cambio en la cesta que altere su satisfacción.
3. Axiomas de Deseabilidad
  - (a) No-saciabilidad. Pone de la manifiesto la idea de que siempre es posible encontrar una combinación alternativa de bienes que permite al sujeto obtener una mayor satisfacción que la que deriva en la situación actual.
  - (b) No-saciabilidad local. El axioma exige que dada una cesta cualquiera exista, al menos, una cesta mejor y que, además, se encuentre en sus proximidades.

- (c) Monotonía. El axioma pone de manifiesto la preferencia del consumidor por la cantidad, así, si éste se enfrenta a dos cestas alternativas, preferirá aquella que cuente con mayor cantidad de, al menos, uno de los bienes.

#### 4. Axiomas de convexidad

- (a) Convexidad. Las preferencias del sujeto son convexas si los conjuntos de contorno superior son conjuntos convexos
- (b) Convexidad estricta. Las preferencias del sujeto son estrictamente convexas si los conjuntos de contorno superior son conjuntos estrictamente convexos

**Función de utilidad** Las funciones de utilidad de un consumidor miden cuánta utilidad o bienestar le aporta una determinada combinación de bienes, es decir, asignan números ordenados a los conjuntos de indiferencia del consumidor haciendo que se incrementen conforme se prefieren los conjuntos de consumo. Estas curvas son monótonas, continuas y diferenciables y no tienen en sí mismas un significado cardinal sino simplemente ordinal

Igualmente, si las preferencias que expresa son convexas, la función de utilidad será cuasicóncava.

La forma en la que gráficamente se expresan los conjunto de preferencias que mantienen constante la utilidad es la curva de indiferencia. Una curva de indiferencia relaciona el conjunto de consumo de un consumidor a un nivel dado de utilidad; para el conjunto de niveles de utilidad se forma un mapa de curvas de indiferencia. Tomando en cuenta los axiomas anteriores, el consumidor tomará aquel conjunto de consumo que le reporte mayor utilidad. Las curvas de indiferencia no pueden cortarse entre sí (por el principio de no-saciabilidad) y tienen, por el mismo motivo, pendiente negativa y forma convexa.

**Utilidad Marginal y Relación Marginal de Sustitución** Se define la utilidad marginal como la derivada de la utilidad respecto a cada uno de los bienes. Son magnitudes cardinales.

En el contexto de dos bienes (A y B), la proporción en la que un consumidor puede renunciar a una unidad de un bien a cambio de un incremento en otro bien manteniendo constante la utilidad es conocida como Relación Marginal de Sustitución y su expresión es  $RMS = -\frac{dx_1}{dx_2}|_{U_0}$  o, lo que es lo mismo, teniendo en cuenta que la utilidad total no varía, el cociente de las Utilidades Marginales de cada uno de los bienes.

#### 2.1.2 La restricción presupuestaria

La recta presupuestaria indica todas las combinaciones de bienes con las que la cantidad total de dinero gastado es igual a la renta disponible del consumidor. Para el caso ilustrativo de dos bienes disponibles, la restricción presupuestaria toma la forma de recta uniendo el máximo del producto A que podría adquirir si no adquiriese ninguno del producto B, y el máximo del producto B que podría adquirir si no adquiriese ninguno del A.

Ante un aumento de la renta disponible, la recta se desplazará a la derecha, mientras que ante una variación del precio de cualquiera de los dos productos, la recta modificará su pendiente  $-(\frac{P_B}{P_A})$ .

El conjunto asequible es acotado, cerrado, convexo y no vacío

### 2.1.3 La elección del consumidor

Una vez conocemos el conjunto de bienes que desea un consumidor y la cantidad de riqueza de que dispone, el punto de equilibrio del consumidor vendrá dado por la maximización de la cesta de bienes deseados sujeta a la restricción presupuestaria. Así, se definen una serie de supuestos básicos para interpretar la demanda del consumidor. Esto sucede cuando se produce la tangencia entre la curva de indiferencia y la recta presupuestaria. Este punto de tangencia se obtiene cuando coinciden sus pendientes, es decir:

$$\frac{U'(A)}{U'(B)} = \frac{p_A}{p_B} \quad (1)$$

## 2.2 La demanda individual

Tomando en cuenta lo detallado anteriormente, el problema al que se enfrenta el consumidor es el siguiente

$$\begin{aligned} &\max u_i(x_i) \\ &\text{sujeta a } px_i \leq M_i \\ &\quad x_i \geq 0 \end{aligned}$$

donde de acuerdo con los teoremas de existencia y unicidad, existe una única solución  $x_i^*$  para todo  $(p, M_i)$ , es decir, existe una única combinación de bienes dados los precios y la riqueza que maximice la utilidad del individuo  $i$ . Por lo que podemos escribir la siguiente función  $x_i^* = d_i(p, M_i)$ , la cual es la función de demanda que indica cómo varía el consumo óptimo ante variaciones en los precios y la riqueza. Estas funciones de demanda son homogéneas de grado 0 en precios y renta.

De acuerdo con la Ley de Walras, debido a los supuestos de las preferencias y los conjuntos de consumo, y en base al comportamiento del consumidor, se puede afirmar que el consumidor gasta toda su riqueza en el intercambio.

Además, debido al principio de equimarginalidad, el consumidor determinará una senda de consumo (curva renta-consumo) en función de la variación del precio de cada uno de los productos. Así, por ejemplo, comprará 10 de A cuando su precio sea una unidad monetaria o 5 de A cuando su precio sea de 2 unidades monetarias. En todos estos puntos, el individuo maximiza su utilidad. El conjunto de puntos que marca la senda de consumo es la curva de demanda individual. Esta curva tiene pendiente negativa pues a mayor precio, menor será la cantidad demandada.

### 2.2.1 Variaciones de precios y renta

**Variación en la renta** Si se altera la renta monetaria ( $dm \neq 0$ ) del consumidor el problema primal se altera y la cantidad demandada de un cierto bien  $k$  cambia. La elasticidad-renta de la demanda del bien  $k$  ( $\epsilon_{km}$ ) cuantifica ese cambio

$$\epsilon_{km} \equiv \frac{\partial x_k^*}{\partial m} \frac{m}{x_k^*}$$

Si la elasticidad es positiva, se consideran bienes normales (es decir, si la demanda aumenta al aumentar la renta; siendo de primera necesidad aquellos donde la elasticidad sea inferior a 1 y de lujo para elasticidad mayor a 1).

Son bienes inferiores los que tienen elasticidad negativa (su demanda disminuye al aumentar la renta)

**Variación en un precio** Si se altera el precio de un cierto bien se producen efectos sobre la cantidad demandada del propio bien llamados efectos propios que podemos cuantificar mediante la elasticidad-precio de la demanda del bien  $k$ :

$$\epsilon_{kk} \equiv \frac{\partial x_k^*}{\partial p_k} \frac{p_k}{x_k^*}$$

En general, la demanda de un bien se considera inelástica (o relativamente inelástica) cuando la EPD es menor que uno (en su valor absoluto); esto sucede cuando los cambios en el precio tienen un efecto relativamente pequeño en la cantidad demandada del bien. La demanda de un bien se considera elástica (o relativamente elástica) cuando su EPD es mayor que uno (nuevamente, en su valor absoluto); es decir, cuando los cambios en el precio tienen un efecto relativamente grande en la cantidad del bien demandada. Un bien del que se aumenta la demanda conforme aumenta su precio y a la inversa se denomina bien Giffen.

Si se altera el precio de un cierto bien ( $k$ ) los efectos sobre la cantidad demandada de otro bien ( $l$ ) se llaman efectos cruzados y se pueden cuantificar mediante la elasticidad-cruzada precio de la demanda de « $l$ » cuando varía el precio de « $k$ »:

$$\epsilon_{lk} \equiv \frac{\partial x_l^*}{\partial p_k} \frac{p_k}{x_l^*}$$

La elasticidad cruzada negativa denota que dos productos son complementarios, mientras que una elasticidad cruzada positiva denota que son dos productos sustitutos.

### 2.2.2 Efecto sustitución y efecto renta

Esta disparidad de comportamientos de la demanda del consumidor respecto a la variación de los precios se explica a través de los denominados efectos sustitución y efecto renta. Existe una doble definición de estos efectos, según los propuestos por Hicks y por Slutsky. El efecto sustitución es aquel que recoge la variación de cantidades demandadas debido a la variación de precios, manteniendo la renta real constante; el efecto renta es aquel que se explica únicamente por la variación en la renta real. Para Hicks, el mantenimiento de la renta real se entiende como el mantenimiento del nivel inicial de utilidad, mientras que Slutsky propone la renta real constante como la capacidad de adquirir la combinación inicial de bienes a pesar del cambio de precios.

### 2.3 Función de indirecta de utilidad

Se trata de la función de valor (máximo) asociada al problema primal del consumidor. Así pues, sustituyendo la solución del problema de maximización condicionada de la utilidad (esto es, el vector de demandas ordinarias) en la función objetivo, obtenemos la Función Indirecta de Utilidad.

Se trata de una función que nos informa sobre la máxima utilidad que el consumidor puede obtener a cada valor de los precios y de la renta.

#### 2.3.1 Propiedades

1. Continua en precios y renta
2. Homogénea de grado 0 en precios y renta
3. No creciente en precios
4. Estrictamente creciente en renta
5. Cuasi-convexa en el vector de precios

### 2.4 La demanda agregada

Hasta ahora se ha considerado un único consumidor que se enfrenta a un conjunto de bienes disponibles en base a una serie de preferencias y riqueza. Veamos ahora qué sucede con la demandad cuando se aumenta el número de consumidores hasta  $m$ , cada uno de ellos con una función de utilidad  $u_i$  y una riqueza  $M_i$  y un comportamiento individual igual al descrito anteriormente.

La función de demanda agregada no es más que la suma del conjunto de consumos individuales dado el nivel de precios y de riqueza, esto es

$$D(p, M) = \sum_{i=1}^m d_i(p, M_i)$$

donde la demanda agregada es una función de los precios y la distribución de la riqueza. Esto quiere decir que aun cuando no cambie el vector de precios ni la riqueza total, la demanda si cambiara en función de una distribución distinta de la riqueza.

#### 2.4.1 La función de demanda neta

Si denominamos como riqueza el valor de los bienes que cada individuo posee ( $\omega_i \in \mathbb{R}_+$ ), el individuo queda representado por la terna  $[X_i, u_i, \omega_i]$ , su conjunto de consumo, sus preferencias y sus bienes, cuya expresión monetaria es  $M_i(p) = p\omega_i$ , por lo que el problema de elección del consumidor es

$$\begin{aligned} & \max u_i(x_i) \\ & \text{sujeta a } px_i \leq p\omega_i \\ & x_i \in \mathbb{R}^l_+ \end{aligned}$$

lo cual implica que la demanda ahora depende exclusivamente de los precios bajo el supuesto de que tanto  $p > 0$  y  $\omega_i > 0$ , y los supuestos que hemos añadido anteriormente. De esto se deriva que, dado que un consumidor tiene un conjunto de bienes, su demanda podría coincidir con estos por lo que no habría intercambio a los precios dados, por lo que dentro de la demanda debe tomarse en cuenta la existencia de los bienes que los consumidores poseen. La desviación de la demanda de bienes y los que posee el individuo se denomina función de demanda neta

$d_i^N(p) = d_i(p) - \omega_i$ , es decir, el conjunto de adquisiciones menos las entregas de mercancías que el individuo posee pero no desea es la demanda neta y dado que el equilibrio del consumidor implica que la demanda de bienes ha de ser igual la riqueza,  $pd_i^N(p) = 0$  para todo  $p$  y cualquier  $i$ .

Desde aquí podemos definir la función de demanda neta agregada o función de exceso de demanda como

$$z(p) = \sum_{i=1}^m d_i^N(p) = \sum_{i=1}^m d_i(p) - \sum_{i=1}^m \omega_i \quad (2)$$

Esta expresión nos sintetiza las situaciones en las que las mercancías pueden estar.

1.  $z_k(p) > 0$ , existe una demanda superior del bien  $k$ , respecto a los recursos disponibles de dicha mercancía, es decir, existe exceso de demanda.
2.  $z_k(p) = 0$ , existe un equilibrio en el bien  $k$ , entre los recursos disponibles de dicha mercancía y los demandados.
3.  $z_k(p) < 0$ , existe una demanda inferior del bien  $k$ , respecto a los recursos disponibles de dicha mercancía, es decir, existe exceso de oferta.

Dado que, como sabemos, en el equilibrio el consumidor gasta toda su riqueza,

$$pz(p) = \sum_{i=1}^m pd_i^N(p) = 0$$

que es la Ley de Walras que dice que para cualquier vector de precios el valor de la demanda neta agregada es siempre igual a cero, es decir, el mercado se vacía, ya que de existir alguna mercancía con exceso de demanda, necesariamente deberá existir otra con exceso de oferta.

### 3 La dualidad en la teoría del consumidor

Una vez vista la teoría de la demanda a través de la maximización de la utilidad, nos dedicaremos en la minimización del gasto. Este enfoque doble para abordar la demanda del consumidor se conoce como dualidad de la demanda.

#### 3.1 La función de demanda compensada y la función de gasto

##### 3.1.1 La función de demanda compensada

Hasta ahora hemos analizado cómo se maximiza la utilidad en función de unos precios dados, sin embargo se puede abordar este problema desde otra perspectiva, ¿qué combinación de bienes a los precios dados me aporta un nivel establecido de utilidad? la optimización de esta decisión pasa por minimizar el gasto.

La solución al problema

$$\begin{aligned} &\min p x_i \\ &\text{sujeta a } u_i(x_i) \geq u^0 \end{aligned}$$

es única en  $x_i^*$  donde  $u_i^0$  es la utilidad objetivo. Así pues, la combinación de bienes demandados se puede expresar como una función

$$x_i = h_i(p, u_i^0)$$

donde  $h_i$  es la función de demanda compensada o hicksiana. Es inmediato comprobar cómo si se mantiene el nivel de utilidad objetivo constante, obtendremos movimientos sobre la curva de indiferencia, es decir, ante una variación de precios observaríamos variaciones en el consumo de equilibrio sin que afectase a la renta real. Esta definición de renta real hicksiana es distinta a la de Slutsky en tanto que para Hicks la renta real se mantiene constante si



ante cambios de precios puede seguir manteniendo la misma utilidad, mientras que para Slutsky la renta real se mantiene constante si ante cambios de consumos la nueva restricción presupuestaria pasa por el mismo punto de consumo óptimo que antes de variar los precios.

## Propiedades

1. Continua en precios y utilidad
2. Homogénea de grado 0 en precios
3. La matriz de Slutsky es semidefinida negativa y simétrica (la matriz de Slutsky es una matriz cuya diagonal principal es la derivada de la función de demanda hicksiana de (k) respecto al precio del bien (k) y el resto de los componentes es la derivada de la función hicksiana del bien (k) respecto al precio del bien (j))
  - (a) Una implicación es que los elementos de la diagonal principal son no-positivos («efectos sustitución propios no positivos») por lo que la demanda nunca puede ser creciente
  - (b) Efectos sustitución cruzados simétricos: Esta propiedad significa que el desplazamiento de la curva de demanda hicksiana del bien k al variar el precio del bien l es idéntico al que experimenta la curva de demanda hicksiana del bien l al variar el precio del bien k.

### 3.1.2 La función de gasto

Se trata de la función de valor (mínimo) asociada al problema dual. Se obtiene sustituyendo la solución del problema de minimización condicionada del gasto (esto es, el vector de demandas compensadas) en la función objetivo:

$$e_i(p, u_i^\circ) = \{\min p x_i \text{ s.a. } : u_i(x_i) \geq u_i^\circ\} = p h_i(p, u_i^\circ)$$

Esta función de gasto es continua, homogénea de grado uno en p, no decreciente en p y estrictamente creciente en  $u_i$  y concava en p. Una de las aplicaciones más interesantes de estas propiedades es que si el precio de una mercancía aumenta, también lo hará el gasto, pero de una forma más leve ya que tratará de sustituir dicha mercancía por otras relativamente más baratas.

## 3.2 Relaciones entre las demandas hicksiana y marshalliana

### 3.2.1 Las relaciones básicas

De los análisis de la demanda marshalliana y hicksiana se deriva que:

si  $x_i^*$  es solución para el problema [P] para  $(p, M_i)$  entonces  $x_i^*$  es la solución al problema [D], para  $u_i^\circ = u_i(x_i^*)$  y que si  $x_i^\circ$  es la solución del problema [D] para  $(p, u_i^\circ)$ , entonces  $x_i^\circ$  es la solución del problema [P] para  $[p, e_i(p, u_i^\circ)]$ .

Es decir, el gasto mínimo para la utilidad óptima es precisamente el máximo gasto disponible, la máxima utilidad alcanzable con un gasto que es mínimo para un nivel determinado de utilidad es dicho nivel determinado y, además, que cuando las demandas hicksianas y marshallianas definen sus niveles de utilidad, y riqueza y los optimizan, coinciden.

### 3.2.2 El lema de Shephard, la identidad de Roy y la Ecuación de Slutsky

De lo expuesto anteriormente, y, añadiendo que las funciones de utilidad indirecta, la de demanda normal, la compensada y la de gasto sean diferenciables obtenemos que:

1. Lema de Shephard.  $h_{ik}(p^*, u_i^*) = \frac{\partial e_i(p^*, u_i^*)}{\partial p_k^*}$ ,  $\forall k$ . Es decir, la demanda hicksiana para cualquier mercancía  $k$ , se puede obtener como la derivada de la función de gasto respecto al precio de la mercancía  $k$ .
2. Identidad de Roy.  $d_{ik}(p^*, M_i^*) = -\frac{\partial v_i(p^*, M_i^*)/\partial p_k^*}{\partial v_i(p^*, M_i^*)/\partial M_i^*}$ . Es decir, conocida la función indirecta de utilidad es posible obtener la función marshalliana de demanda.
3. Ecuación de Slutsky.  $\frac{\partial x_{ij}^*}{\partial p_k} = \frac{\partial h_{ij}(p, u_i^*)}{\partial p_k} - \frac{\partial x_{ij}^*}{\partial M_i} x_{ik}^*$ . Siendo  $x_{ij}$  la demanda marshalliana del bien  $j$ . Esta ecuación permite obtener cómo varía la demanda de un bien ante una variación del precio de otro. En particular, dado que  $\Delta x_{ij} \approx \frac{\partial x_{ij}^*}{\partial p_k} \Delta p_k = \frac{\partial h_{ij}(p, u_i^*)}{\partial p_k} \Delta p_k - \frac{\partial x_{ij}^*}{\partial M_i} x_{ik}^* \Delta p_k$ , podemos expresar esto como que la variación en la demanda de un bien  $j$  al cambiar los precios de  $k$  es igual al efecto sustitución menos el efecto renta (donde  $x_{ik}^* \Delta p_k$  es el cambio en la renta requerido para mantener la utilidad constante. Ambos efectos están interpretados según Hicks).

Esta sensibilidad a los cambios en los precios de otras variables serán mayores cuanto mayor sea la elasticidad cruzada.

De este modo, se pone observa que todos los enfoques descritos no son sino formas distintas de abordar una misma cuestión respecto a la elección del consumidor de su cesta de consumo óptima.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 2. Teoría de la producción. Teoría de los costes y del beneficio.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

El mercado presenta dos agentes fundamentales, los individuos u hogares y las empresas. La teoría del consumidor nos describe el comportamiento de los individuos a la hora de demandar mercancías. Nos centraremos ahora en la otra cara de la moneda, el comportamiento de las empresas a la hora de ofertar mercancías a través de la teoría de la producción.

## 2 La producción

### 2.1 Función de producción

En primer lugar supondremos que existen un conjunto de empresas  $n$  las cuales, en su actividad ordinaria, producen y consumen una serie de mercancías. Denominaremos esto como plan de producción.

Un plan de producción para una empresa es un vector  $l$ -dimensional  $y = (y_1, y_2, \dots, y_l) \in \mathbb{R}^l$  donde  $y_k > 0$  denota un output para la empresa,  $y_k < 0$  denota un input, e  $y_k = 0$  representa que la mercancía  $k$  no forma parte del proceso de producción de la empresa. Es decir,  $y$  es un vector de producción neta compuesto por  $y_k$  netputs.

El conjunto de posibilidades de producción ( $Y_j$ ) es el conjunto de combinaciones de output e input que la empresa  $j$ -ésima puede realizar en base a una tecnología dada.

Por tanto el problema de producción de la empresa consiste en la elección del plan de producción óptimo, sujeto a un tipo de tecnología dentro del conjunto de posibilidades de producción.

La producción puede ser eficiente si no existe  $y'_j \in Y_j$  tal que  $y'_j > y_j^\circ$ , si solo se puede afirmar que no existe  $y'_j \in Y_j$  tal que  $y'_j \gg y_j^\circ$  diremos que  $y_j^\circ$  es una producción débilmente eficiente. Además,  $y_j^\circ$  será débilmente eficiente si y sólo si pertenece a la frontera de producción.

#### 2.1.1 Supuestos de la función de producción

1. La función de producción se presenta como un conjunto no vacío y cerrado. Es decir, continuidad.
2. Se supone que la función de producción es monótona y estrictamente creciente. Las productividades marginales son estrictamente positivas y las isocuantas decrecientes.
3. No es posible la producción sin input (esencialidad, que puede ser estricta si no es posible producir sin usar todos los factores) y, en todo caso, la empresa puede no producir nada.
4. Se supone una función de producción estrictamente cuasi-cóncava y, al menos, dos veces continuamente diferenciable. Esto implica que los contornos superiores son estrictamente convexos al igual que las isocuantas. Las RMST son decrecientes.

### 2.1.2 Definiciones básicas

Se denomina Isocuanta de nivel  $q^0$  a  $I(q^0) \equiv \{z \in \mathbb{R}_+^K : f(z) = q^0\}$  donde  $q^0$  es una constante.

Se denomina Conjunto de contorno superior del nivel  $q^0$  a  $MI(q^0) \equiv \{z \in \mathbb{R}_+^K : f(z) \geq q^0\}$  e inferior a  $PI(q^0) \equiv \{z \in \mathbb{R}_+^K : f(z) \leq q^0\}$

Se denomina Productividad Marginal del factor k-ésimo a  $f_k(z) \equiv \frac{\partial f(z)}{\partial z_k}$

Llamamos Relación Marginal de Sustitución Técnica entre los factores (k y l), a la pendiente de la curva isocuanta

$$RMST_l^k(z) \equiv -\frac{dz_k}{dz_l} = \frac{f_l(z)}{f_k(z)} \quad (1)$$

### 2.1.3 Sustituibilidad factorial

La sustituibilidad es la posibilidad de sustituir un factor por otro en la producción de un determinado nivel de output. La RMST es una medida local de sustituibilidad entre factores.

Es posible medir el grado de sustituibilidad a través de la elasticidad de sustitución.

Definimos la elasticidad de sustitución como

$$\sigma_{kl} \equiv \frac{\Delta\%(\frac{z_k}{z_l})}{\Delta\%RMST_l^k} = \frac{\partial \ln(\frac{z_k}{z_l})}{\partial \ln RMST_l^k} = \frac{\partial(\frac{z_k}{z_l})}{\partial RMST_l^k} \frac{RMST_l^k}{(\frac{z_k}{z_l})} \quad (2)$$

Informa sobre el porcentaje de cambio en la proporción de uso de los factores (sustitución) a medida que nos movemos a lo largo de una isocuanta. Para tecnologías convexas toma valores en el intervalo  $0 \leq \sigma \leq +\infty$  y pueden darse los casos siguientes:

1. Imposibilidad de sustitución entre factores  $\sigma = 0$
2. Sustituibilidad parcial entre factores  $\sigma > 0, \quad \sigma < \infty$
3. Sustituibilidad perfecta entre factores  $\sigma = \infty$

### 2.1.4 Variaciones de escala

Los rendimientos de escala informan de cómo varía el output al variar la escala factorial. Se produce una variación en la escala factorial cuando la empresa varía la utilización de todos los inputs en igual proporción.

Sea  $z'$  un cierto vector de inputs y  $\lambda \geq 0$ :

- Si  $\lambda > 1 \Rightarrow z' \rightarrow (\lambda z') > z'$  se dice que aumenta la escala factorial

- Si  $0 \leq \lambda < 1 \Rightarrow z' \rightarrow (\lambda z') < z'$  se dice que se reduce la escala factorial.

Así pues, una variación de la escala supone moverse a lo largo de un mismo radio-vector, es decir, alterar el volumen de la producción sin variar el proceso productivo utilizado. Sea  $q = f(z)$  la función de producción, al variar la escala factorial en una región compacta (  $Q$  ) de su dominio de definición se tiene que:

- La función  $f(z)$  presenta Rendimientos Constantes de Escala en la región  $Q$ . Al aumentar (disminuir) la escala en una proporción  $\lambda$ , el output aumenta (disminuye) en esa misma proporción:  $f(\lambda z) = \lambda f(z), \forall \lambda > 0, \forall z \in Q$
- La función  $f(z)$  presenta Rendimientos Decrecientes de Escala en la región  $Q$ . Al aumentar la escala en una proporción  $\lambda$ , el output aumenta en una proporción menor:  $f(\lambda z) < \lambda f(z), \forall \lambda > 1, \forall z \in Q$
- La función  $f(z)$  presenta Rendimientos Crecientes de Escala en la región  $Q$ . Al aumentar la escala en una proporción  $\lambda$ , el output aumenta en una proporción mayor:  $f(\lambda z) > \lambda f(z), \forall \lambda > 1, \forall z \in Q$

Definimos la la **elasticidad-producto** de un input  $i$ ,  $\mu_i$  el porcentaje de respuesta del output respecto a un cambio en un uno por ciento en la cantidad utilizada del input  $i$ . Se halla mediante la siguiente expresión

$$\mu_i = \frac{\partial f(z)}{\partial z_i} \frac{z_i}{f(z)} \quad (3)$$

El tipo de rendimientos a escala que presenta la función puede conocerse mediante el cálculo de la elasticidad de escala,  $\mu$  que se define como el porcentaje de respuesta del output como consecuencia de una variación en un uno por ciento en todos los inputs o mediante la suma de las elasticidades producto de los input.

**Homogeneidad y homotecia** La función de producción  $f(z)$  es HGh si:

$$f(\lambda z) = \lambda^h f(z), \forall \lambda > 0$$

Las funciones de producción homogéneas presentan el mismo tipo de rendimientos de escala en todo su dominio de definición. Concretamente, si  $h = 1$  la función presentará rendimientos de escala constantes en todo su recorrido; si  $h < 1$  presentará rendimientos decrecientes y si  $h > 1$  presentará rendimientos crecientes.

Se dice que la función de producción  $g(z)$  es homotética si procede de una transformación monótona creciente de una función homogénea. En este sentido, la RMST de una función homotética es una función HG0.

## 2.2 Producción agregada

Denominamos producción agregada a la suma de las producciones individuales

$$y = \sum_{j=1}^n y_j$$

Y al conjunto agregado de producción (o conjunto de producción total) a la suma

$$Y = \sum_{j=1}^n Y_j$$

Dado que el conjunto agregado de producción no hereda la imposibilidad de producción gratuita, es necesario exigir al conjunto agregado de producción el supuesto de la irreversibilidad, por el cual los factores no pueden ser a su vez productos ni viceversa.

### 3 Teoría de costes

Los costes suponen una de las variables más importantes en las decisiones de producción de la empresa, especialmente en los factores de producción que suponen para la empresa un gasto. La composición de los factores de producción (típicamente, capital y trabajo) y el tiempo, son dos dimensiones a tomar en cuenta, siendo distinto el enfoque de largo plazo (en el que todos los factores se consideran flexibles) y el corto plazo (en el que, al menos, el capital es fijo). Esta división supone entender **el coste de ajuste** nulo para los factores flexibles en el corto plazo e infinito para los fijos.

Igualmente, y para lo que sigue, supondremos que el coste es igual al precio de mercado del factor que asociaremos al coste marginal de oportunidad exento de transacción.

#### 3.1 La minimización del coste

Como se ha señalado anteriormente, la empresa decide a través de la tecnología dada una serie de combinaciones productivas de factores que son todas ellas técnicamente eficientes. No obstante, nada se ha señalado sobre la eficiencia económica.

Suponemos que existen un vector de precios  $w = (w_1, \dots, w_n)$  positivos donde el precio  $w_k$  hace referencia al precio del factor  $z_k$  ( $\forall k = 1, \dots, n$ ). Se denomina isocoste de nivel  $C^0$  al conjunto de todas las combinaciones factoriales que suponen un mismo desembolso para la empresa tal que

$$C^0 \equiv w_1 z_1 + \dots + w_n z_n = w \cdot z \quad (4)$$

El problema de minimización del coste consiste en encontrar la combinación factorial ( $z^*$ ) que permite conseguir el nivel de output  $q^0$  (o más) de la forma más barata posible. Es decir, encontrar de entre el conjunto de procesos

técnicamente eficiente aquel que es económicamente eficiente. Así, matemáticamente el problema se expresa como

$$\begin{aligned} \min \quad & w \cdot z \\ \text{s.a} \quad & f(z) \geq q^0 \\ & z \geq 0 \end{aligned} \tag{5}$$

La solución al problema de optimización  $z^* = h(w, q^0)$  es el sistema de funciones de demanda condicionada de los factores cuya función de costes asociada es

$$C^* = w \cdot h(w, q^0) = C(w, q^0) \tag{6}$$

En este sentido, y dado que se supone que la función de producción es homotética, la proporción de factores es la misma para todos los niveles de producción y en consecuencia la senda de expansión será un radio vector que parte del origen. Sólo los cambios en los precios relativos de los factores producirían cambios en la proporción de los factores a usar.

Para el caso de dos factores, típicamente capital y trabajo, la condición de eficiencia productiva al mínimo coste (eficiencia económica) consiste en la igualación de las pendientes de ambas condiciones de eficiencia, es decir, de la curva isocuanta (mediante la RMST) y de la curva isocoste (es decir, el cociente de los precios de los factores)

### 3.2 Curvas de coste a largo plazo

La relación existente entre el coste a largo plazo y el nivel de producción se establece a través de la senda de expansión que pone en relación el mínimo coste para cada nivel de producción. Tomando como el nivel de producción en el eje de abscisas y el de coste total en el de ordenadas es posible, de acuerdo con un conjunto de propiedades de la función de producción, representar la curva de costes totales.

Por otro lado, es posible representar las curvas de coste medio y marginal. La curva de Costes Medios representa la pendiente de los radio-vectores que van desde el origen hasta la curva de Costes Totales. La curva de costes marginales se obtiene a través de la representación de la pendiente de la curva de costes totales para cada nivel de producción. La curva CMaL corta desde abajo a la curva CMeL en el punto en el que CMeL es mínimo. El mínimo de la curva de CMaL es el punto de inflexión de la curva de CTL.

### 3.3 Propiedades de la función de costes y demanda condicionada de factores

Respecto a la función de coste se obtiene que



1. La función de costes es continua en  $w$  y  $q^0$
2. Es HG1 en  $w$
3. Estrictamente creciente en  $q^0$  y no decreciente en  $w_k$
4. Cóncava en  $w$
5. Por el Lema de Shepard se obtiene que  $z_k^* = h_k(w, q^0) = \frac{\partial C(w, q^0)}{\partial w_k}$ . De este modo, la elasticidad del coste respecto al precio del factor es  $E_{w_k}^c = \frac{h_k(w, q^0) w_k}{C(w, q^0)}$ , es decir, la participación del factor  $k$  en el gasto.

Por otro lado, las funciones de demanda condicionadas de los factores presentan las siguientes propiedades

1. Continua en  $(w, q^0)$
2. Homogénea de grado cero en  $w$
3. La Matriz de sustitución ( $\Sigma$ ) es semidefinida negativa y simétrica. Dicha matriz se define como:

$$\Sigma \equiv \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{n1} & \cdots & h_{nn} \end{bmatrix} \text{ donde } \begin{cases} h_{kl} \equiv \frac{\partial h_k(w, q^0)}{\partial w_l} \equiv \frac{\partial^2 C(w, q^0)}{\partial w_k \partial w_l} \\ \forall k, l = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (7)$$

Por lo que los efectos sustitución propios son negativos y la respuesta de cambios de precios es simétrica.

### 3.4 El problema en el corto plazo

Supongamos una tecnología representable mediante la función de producción  $f(z, \bar{z})$ , el vector de inputs se compone ahora de dos tipos de factores. Parte de ellos ( $z$ ) son variables y parte  $\bar{z}$  fijos. Sean  $w$  y  $\bar{w}$ , respectivamente, sus vectores de precios.

El problema de minimización es, ahora

$$\begin{aligned} \min \quad & w \cdot z + \bar{w} \cdot \bar{z} \\ \text{s.a} \quad & f(z, \bar{z}) \geq q^0 \\ & z \geq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

En este caso, se trata de elegir el vector de factores variables  $z^* = z(w, q, \bar{w}, \bar{z})$  dado que los factores fijos ya están predeterminados.

Así pues, en el óptimo, es posible descomponer el coste mínimo total como una suma de los costes fijos más la combinación de factor variable por el precio del factor.

El problema de minimización del coste a corto plazo es idéntico al problema general de largo plazo descrito anteriormente salvo por el hecho de incorporar una restricción adicional correspondiente a la limitación de los factores fijos o tamaño de la planta  $\bar{Z}$ .

Es por ello que los costes de corto asociados a la producción de un cierto nivel de output, ceteris paribus, nunca pueden ser menores que los correspondientes costes de largo plazo: la curva de costes de largo plazo es la envolvente de todas las curvas de costes de corto asociadas a los diferentes tamaños de planta.

El vector de demandas óptimas de factores fijos condicionadas al tamaño de la planta es, formalmente, idéntico al vector de demandas condicionadas de dichos factores que obtendríamos en un problema en el que todos los inputs fueran variables. La función de valor de este problema es la envolvente de las diferentes familias de funciones de coste de corto plazo, que no es más la función de coste de largo plazo:

$$CT[w, q, \bar{w}, \bar{z}(q, w, \bar{w})] = C(w, \bar{w}, q) \quad (9)$$

## 4 Teoría del beneficio

Supondremos, para el análisis del beneficio que nos movemos en un entorno competitivo. En él, el objetivo de la empresa es la maximización del beneficio a unos precios dados.

El beneficio se compone de dos dimensiones, el ingreso y el coste. El ingreso en el entorno competitivo viene dado por la producción que elige la empresa y el precio que lo impone el mercado tal que

$$I = pq \quad (10)$$

Por otro lado, el coste viene dado por la curva de costes a la que se enfrenta la empresa.

### 4.1 La maximización de beneficio

Dado que, sea cual sea el nivel de producción de la empresa, el precio viene impuesto por el mercado, el objetivo de la maximización del beneficio se puede abordar desde dos perspectivas. De un lado, la maximización de beneficio que se obtiene mediante el cálculo del nivel de output y, de otro lado, la producción es una función de los inputs, es posible obtener la aproximación a través de la elección óptima del vector de inputs.

Ambos problemas, equivalentes, se expresan respectivamente

$$\begin{aligned} \max \quad & B(q) \equiv p \cdot q - C(w, q) \\ \text{s.a. } & q \geq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

En este caso, se obtiene la forma más barata de producir cada posible nivel de output, esto es, la función de costes  $C(w, q)$ . De esta forma, se pone de manifiesto la necesidad de eficiencia para la maximización del beneficio, posteriormente se obtiene el nivel de output óptimo ( $q^*$ ), tal que maximice la diferencia entre ingresos y costes. Cuya función de oferta viene dada por el óptimo en  $q$  tal que  $q^* = q(p, w)$  y la función de máximo beneficio es  $B^* = p \cdot q^* - C(w, q^*) = p \cdot q(p, w) - c[w, q(p, w)] = \Pi(p, w)$ . Es decir, el punto en el que el coste marginal es igual al ingreso marginal.

La otra aproximación consiste en resolver el siguiente problema de optimización para el vector de inputs

$$\begin{aligned} \max \quad & B(z) \equiv p \cdot f(z) - w \cdot z \\ \text{s.a. } & z \geq 0 \end{aligned} \quad (12)$$

De este modo se obtienen las funciones de demanda de inputs  $z^* = z(p, w)$ ; la función de oferta de output  $q^* = f(z^*) = f[z(p, w)] = q(p, w)$  y la función de beneficio máximo  $B^* = p \cdot q^* - w \cdot z^* = \Pi(p, w)$

## 4.2 Propiedades de la función de beneficio

1. La función de beneficio se considera continua en  $(p, w)$ , no-decreciente en  $p$  y no-creciente en  $w$
2. Es homogénea de grado uno en precios
3. Es convexa en precios
4. De acuerdo con el Lema de Hotelling, la derivada de la función de beneficio respecto a los precios de output y respecto a los precios de input da el nivel de output e input respectivamente.

De la maximización del beneficio es posible obtener la función de oferta de output/demanda de input cuyas propiedades son

1. Continuas en  $(p, w)$
2. Homogéneas de grado cero en los precios  $(p, w)$
3. La matriz de sustitución de la función de beneficios es semidefinida positiva y simétrica, cuyos elementos de la diagonal principal los componen las derivadas del output e input respecto a sus respectivos precios,

siendo la curva de oferta de output no decreciente y la de demanda de inputs no crecientes. De su simetría se infiere que los precios de los factores de las demandas de los inputs son simétricos, así como informa del comportamiento simétrico (pero opuesto) de la oferta de output y cada una de las demandas de input.

### 4.3 Dualidad en la producción

Como se ha demostrado, la maximización del beneficio es una aproximación alternativa a la obtención del mínimo coste para la decisión de producción de la empresa. Por tanto, es posible obtener, dado un resultado de cualquier problema de optimización, el alternativo, así como definir la tecnología a la que se enfrenta la empresa.

#### 4.3.1 Costes y tecnología

Si se dispone de la función de costes es posible recuperar la función de producción tal que

$$C^* = C(w, q) \rightarrow (\text{Invirtiendo y } C^0 \equiv C^*) \rightarrow q^* = \varphi(w, C^0) \quad (13)$$

La función  $q^* = \varphi(w, C^0)$  nos informa sobre el máximo output que es posible producir dados los precios de los factores y un nivel de coste  $C^0$ . A partir de ella puede recuperarse la tecnología original mediante el siguiente programa:

$$\begin{aligned} f(z) &= \min \varphi(w, C^0) \\ \text{s.a.: } C^0 &\geq wz \end{aligned} \quad (14)$$

Mediante el lema de Shepard, dada la función de costes es posible obtener las demandas condicionadas de factores. Dichas demandas condicionadas de factores componen precisamente la función de producción.

#### 4.3.2 Beneficio y tecnología

Aplicando el Lema de Hotelling y normalizando los precios de los inputs por el precio del output es posible obtener las funciones de precios de los factores así como la curva de oferta normalizada en la que es integrable el vector de input, obteniendo la función de producción. Dado que, por un lado derivando por el vector de precios:

$$\frac{\partial \Pi(p, w)}{\partial p} = q^* = q(p, w) = q(1, w)$$

Por otro lado, sobre el precio de los factores:

$$-\frac{\partial \Pi(p, w)}{\partial w} = z_k^* = z_k(p, w) = z_k(1, w) \rightarrow w_k^* = w_k(z)$$

Uniando ambos resultados obtenemos la relación entre los beneficios y la función de producción dado que:

$$f(z) = q[1, w(z)]$$

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 3. Teoría de la elección bajo riesgo e incertidumbre.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

En la vida real, nos vemos enfrentados a multitud de situaciones en las que tenemos que decidir entre varias alternativas. La propia optimización no es más que una forma de tomar una decisión entre unas alternativas factibles. Así, en su dimensión más básica, un proceso de toma de decisión puede entenderse como la elección de lo “mejor” entre lo “posible”. Ahora bien, según se defina qué es lo mejor y qué es lo posible nos enfrentaremos a distintas situaciones de decisión. Pero además de estos contextos de decisión de optimización clásica, existen otros que configuran lo que se suele denominar en términos amplios la teoría de la decisión.

Tres grandes bloques son los que se suelen abordar en este análisis:

- a) La teoría de la decisión con incertidumbre o riesgo, en la que se analiza la toma de decisiones con aleatoriedad o incertidumbre en los resultados, de modo que las consecuencias de una decisión no están determinadas de antemano, sino que están sujetas al azar.
- b) La decisión multicriterio, en la que si bien dada una decisión sus consecuencias están perfectamente determinadas, lo que no está definido tan claramente es qué es lo mejor, existiendo varios objetivos en conflicto.
- c) La teoría de juegos, en la que las consecuencias de una decisión no dependen únicamente de la decisión adoptada, sino, también de la que elijan otros jugadores. En este contexto, los problemas de decisión con aleatoriedad del bloque anterior suelen ser denominados juegos frente a la naturaleza.

En este tema desarrollaremos el primero de los bloques

## 2 Definición de riesgo e incertidumbre. Estados de la naturaleza

Una de las situaciones que más dificultad lleva a la hora de tomar una decisión es aquella en la que las consecuencias de las decisiones no pueden ser controladas, sino que están sujetas a la aleatoriedad. El contexto en que nos encontramos por lo tanto, es aquél en que el decisor ha de tomar una decisión ante una situación con diversos estados gobernados por el azar. Los elementos que intervienen en un proceso de decisión de estas características son:

- $E = \{E_1, \dots, E_m\}$ : conjunto de estados de la naturaleza o posibles escenarios.
- $A = \{A_1, \dots, A_n\}$ : conjunto de posibles alternativas o decisiones
- $X_{ij}$ : consecuencia de tomar la decisión  $A_i$  y se dé el estado  $E_j$

En ocasiones también intervienen las probabilidades a la hora de tomar una decisión:

- $p_j$  : probabilidad de que se dé el estado  $E_j$ ; este valor en muchas ocasiones no es conocido.

- En otra aproximación de utilidad podemos definir  $y = [y_1, \dots, y_m]$  como el vector de rentas que dependen el estado de naturaleza (rentas contingentes), de donde podemos unir el concepto de renta y de probabilidad a través de una lotería que definimos como  $P$ , siendo  $P = (p, y) = (p_1, \dots, p_j, y_1, \dots, y_m)$ . El problema, en general, consistirá en la elección entre distintas loterías.

Siguiendo a Frank Knight, la incertidumbre se refiere a situaciones en las que hay muchos resultados posibles, pero se desconocen sus probabilidades. Mientras que el riesgo, por contra, se refiere, en ese caso, a las situaciones en las que podemos enumerar todos los resultados posibles y sabemos cuál es la probabilidad de que se produzcan, bien porque son conocidas, bien porque han sido estimadas. El elemento central en la teoría del riesgo será por tanto la probabilidad, pues esta dará orientaciones a los individuos a la hora de tomar sus decisiones.

## 2.1 Axiomas de loterías

- Preferencias completas. Un individuo tiene las preferencias bien definidas y siempre puede decidir entre las alternativas.
- Transitividad. Las preferencias de un individuo, además de ser completas, deben ser consistentes.
- Continuidad. Dado un conjunto de loterías  $P_1, P_2, P_3$  tales que se prefiere la 1 a la 2 y la 2 a la 3, debe existir una probabilidad que haga que la renta 2 sea al menos tan preferida como una combinación de probabilidad de la 1 y la 3. Esta probabilidad será creciente con el valor del equivalente cierto que es aquella cantidad cierta para la que el jugador es indiferente a la lotería o a la cantidad cierta.
- Independencia. El individuo es indiferente entre una lotería determinada y una lotería compuesta formada reemplazando cada uno de los valores de la renta por su lotería equivalente estandar. La ocurrencia de una de las alternativas no puede afectar a la ocurrencia de las otras.
- Equivalencia racional. El individuo no se somete a la ilusión por el riesgo, siéndole indiferente el método de obtención de las rentas.  
Si definimos una lotería compuesta como aquella que tiene para al menos uno de sus resultados posibles, otra lotería, el individuo es capaz de interpretar las loterías compuestas como una única lotería simple con las rentas netas y las probabilidades reajustadas, pudiendo encontrar una nueva lotería simple que sea equivalente a la compuesta.
- Preferencias crecientes con la probabilidad. El individuo preferirá aquella alternativa que le provea de mejores resultados a la mayor probabilidad posible.



### 3 La función de utilidad esperada y el comportamiento del individuo

#### 3.1 Función de utilidad y función de Bernouilli

En comportamiento del consumidor sin incertidumbre, llamamos función de utilidad a aquella que nos permite expresar las preferencias del consumidor y ordenarlas. Esta función tiene un sentido puramente ordinal ya que su sentido cardinal carece de relevancia. Sin embargo, en condiciones de incertidumbre es útil usar una colección de funciones de utilidad denominadas de Bernouilli que nos indican no sólo el orden de las preferencias sino que también pueden valorar la compensación entre ellas directamente a través de la función de utilidad. Es decir, mientras que la función de utilidad ordinaria nos permite expresar las preferencias de determinadas acciones, la de Bernouilli nos permite expresar los resultados de dichas acciones y medirlos y compararlos directamente expresando cuánto más desea un resultado a otro.

#### 3.2 Función de utilidad esperada

El método de ordenar el conjunto de preferencias del individuo en un ambiente de ausencia de incertidumbre es la función de utilidad. De una forma general, podemos decir que el comportamiento de los individuos se basa en la maximización de su utilidad sujeta a la cantidad de información disponible. En el caso de la elección con incertidumbre se desconoce la realización de los eventos y, a lo sumo, se dispone de un conjunto de probabilidades asociadas a la ocurrencia de los eventos. En ese sentido, la función de utilidad esperada lo que expresa es la suma de las utilidades correspondientes a todos los resultados posibles ponderados por la probabilidad de que se produzca cada uno. Esto es, suponiendo la existencia de dos estados de naturaleza,

$\bar{v}(y_1, y_2, p_1, p_2) = y_1 p_1 + y_2 p_2$  donde  $y_i$  y  $p_i$  son las rentas contingentes en el estado 1 y 2 y las probabilidades asociadas a la ocurrencia de los estados 1 y 2. Esta función de utilidad esperada también es conocida como función de Von Neumann-Morgenstern.

De acuerdo con el teorema de la utilidad esperada, y en base al axioma de reducción, toda lotería puede ser expresada como un conjunto de premios ciertos y sus probabilidades asociadas, por lo que es posible identificar una función de utilidad de Bernoulli  $v(y_i)$  definida sobre los premios ciertos que permite calcular las utilidades esperadas de acuerdo con una expresión lineal en las probabilidades

$$\bar{v}(P) \equiv E[\bar{v}(P)] = \sum p_j v(y_j) \quad (1)$$

La función utilidad esperada, posee propiedades interesantes para conocer cuál será el comportamiento de los individuos dada la forma de la misma derivadas de la función de utilidad ordinaria y los axiomas impuestos anteriormente. Estas son:

Los axiomas de preorden completo y continuidad confieren a la utilidad esperada un carácter ordinal en el sentido de que preserva el orden de preferencias. Los axiomas de racionalidad o reducción y el de independencia le confieren

un carácter cardinal, en el sentido de que dicha función no va a soportar toda transformación monótona creciente, sino solamente las lineales crecientes o transformaciones afines tal que

$$v(y) \approx g(y) = a + bv(y), b > 0$$

### 3.3 Comportamiento de los individuos

Como se ha descrito anteriormente, el riesgo consiste básicamente en elegir en un ambiente de desconocimiento, marcado por la probabilidad de ocurrencia de los hechos.

Sea una lotería  $P = (p, y_1, y_2)$ , el valor esperado de los resultados  $\bar{y} = py_1 + (1 - p)y_2$  siendo el equivalente cierto de la lotería  $y_c$  tal que es indiferente a la lotería anterior, podemos expresar esta relación en términos de utilidad esperada

$$\bar{v} \equiv E[v(P)] = p \cdot v(y_1) + (1 - p) \cdot v(y_2) \quad (2)$$

En el caso de que  $\bar{y} = y_c$ , la utilidad esperada de la lotería y el equivalente cierto coinciden, por lo que al individuo le es indiferente preferir la lotería o el equivalente cierto. En este caso decimos que el individuo tiene una actitud indiferente ante el riesgo, lo que se traduce en una curva de utilidad lineal.

En el caso de que el equivalente cierto fuese inferior a la renta esperada ( $y_c < \bar{y}$ ), es decir, el valor que le da el individuo a la lotería es inferior al valor esperado de la misma, diremos que el individuo es averso o renuente al riesgo pues obtiene el mismo nivel de utilidad con menor renta. La curva de utilidad en este caso es estrictamente cóncava.

Si, en el caso contrario, el equivalente cierto fuese superior a la renta esperada, el individuo necesita, para obtener el mismo nivel de utilidad, mayor renta que la que le aporta el valor esperado de la lotería por lo tanto, sobreestima el valor de la lotería y se dice que es amante del riesgo. La curva de utilidad en este caso es estrictamente convexa.

Estas discrepancias entre el valor esperado y el equivalente cierto, para el nivel de utilidad que marca el equivalente cierto, se denominan prima de riesgo o coste del riesgo que es el valor que el individuo está dispuesto a pagar o que debe recibir (en el caso de aversión o preferencia por el riesgo respectivamente) para que decida elegir el equivalente cierto, es decir  $r = \bar{y} - y_c$

### 3.4 La aversión al riesgo

Como se ha señalado, es posible describir la utilidad esperada en base a la utilidad conocida del individuo. En el caso de los individuos aversos al riesgo, se considera que es la forma habitual del comportamiento de los individuos por lo que su concreción es más relevante.

Si, por ejemplo, suponemos un individuo con una función de utilidad de Bernoulli creciente y cóncava y una riqueza total  $y_T$  formada por una cantidad cierta  $y_0$  y una lotería de apuesta justa  $P = (p_j; y_j)$ , su renta no cambiaría al ser apuesta justa pero su utilidad sí al preferir la renta cierta a la lotería. Para relacionar el riesgo con la lotería escribimos la prima de riesgo de esta lotería tal que

$$\underbrace{v(y_0 - r)}_{(1)} = \underbrace{\sum_{j=1}^k p_j v(y_j)}_{(2)}$$

Si tomamos la identidad de que la utilidad de la renta cierta menos la prima de riesgo debe ser igual a la utilidad esperada de la lotería, desarrollando ambas partes de la identidad mediante polinomio de Taylor sobre el punto medio (o el valor esperado,  $y_0$ ) podemos transformar esas expresiones en

$$(1) : \quad v(y_0 - r) \cong v(y_0) - r \cdot v'(y_0)$$

Mientras que los valores de  $y_j$  pueden diferir sustancialmente de  $y_0$  desarrollamos la segunda parte de la igualdad teniendo en cuenta que  $v(y_j) = v(y_0 + (y_j - y_0))$  para cada uno de los sumandos  $v(y_j)$  tendremos

$$v(y_j) \cong v(y_0) + v'(y_0)(y_j - y_0) + \frac{1}{2}v''(y_0)(y_j - y_0)^2$$

y tomando en cuenta que  $\sum_{j=1}^k p_j v(y_0) = v(y_0)$ ,  $\sum_{j=1}^k p_j v'(y_0) = v'(y_0)$  y que  $\sum_{j=1}^k p_j v''(y_0) = v''(y_0)$ , podemos reescribir la expresión (2) tal que

$$(2) : \quad \sum_{j=1}^k p_j v(y_j) \cong v(y_0) + v'(y_0) \sum_{j=1}^k p_j (y_j - y_0) + \frac{1}{2}v''(y_0) \sum_{j=1}^k p_j (y_j - y_0)^2$$

Donde  $\sum_{j=1}^k p_j (y_j - y_0) = 0$  y  $\sum_{j=1}^k p_j (y_j - y_0)^2 = \sigma_P^2 \equiv \sigma^2$

Donde sustituyendo las aproximaciones y simplificando obtenemos

$$r(y_0) \cong \frac{1}{2}\sigma^2 \left( -\frac{v''(y_0)}{v'(y_0)} \right) \quad (3)$$

De donde obtenemos que la varianza de la lotería ( $\sigma^2$ ), es una medida objetiva del riesgo, en tanto en cuanto mayor sea mayor será la prima de riesgo. Además, el grado de proporcionalidad viene dado por una medida de la curvatura de la utilidad. La expresión dada por  $A(y_0) \equiv -\frac{v''(y_0)}{v'(y_0)}$  es el coeficiente de aversión absoluta al riesgo de Arrow-Pratt que nos informa sobre la manera subjetiva en que un individuo concreto valora un cierto riesgo, siendo el precio

subjetivo de la prima para asegurarse casi proporcional al coeficiente de aversión absoluta al riesgo de Arrow-Pratt. Intuitivamente, un individuo será tanto más averso cuanto más cóncava sea la función de utilidad esperada, por lo que la segunda derivada puede ser de utilidad para medir este fenómeno. Sin embargo, esta definición no es independiente de las variaciones de la función de utilidad esperada por tanto es necesario normalizar dicha medición. Este valor será positivo cuando el individuo sea averso al riesgo.

Este coeficiente no se altera con las transformaciones lineales de Bernoulli y es sensible a la unidad en la que se mida la riqueza. Es posible definir un coeficiente de aversión relativa al riesgo tal que

$$R(y_0) \equiv -y_0 \frac{v''(y_0)}{v'(y_0)} \equiv y_0 A(y_0) \quad (4)$$

el cual no se altera con las transformaciones lineales de la función de Bernoulli ni depende de la unidad en la que se mida la riqueza. Dado que, de (3.3)

$$\frac{r}{y_0} = \frac{1}{2\sigma y_0^2} \left( \frac{-y_0 v''(y_0)}{v'(y_0)} \right) \quad (5)$$

Al dividir por la renta se relativiza, siendo  $R$  el valor negativo de la elasticidad de la utilidad marginal de la renta y por tanto independiente de la forma concreta que adopte  $v$ .

#### 3.4.1 Aversión absoluta al riesgo decreciente

Bajo la hipótesis de que el individuo presenta una aversión absoluta al riesgo decreciente entonces

$$A' \equiv \frac{dA}{dy} < 0$$

De donde se extrae que la percepción que un agente tiene sobre un riesgo determinado es menor al crecer su riqueza.

#### 3.4.2 Aversión relativa al riesgo creciente

Si suponemos que un individuo presenta una aversión relativa al riesgo creciente, entonces

$$R' \equiv \frac{dR}{dy} > 0 \quad (6)$$

De donde al aumentar la riqueza en un cierto porcentaje, la aversión absoluta al riesgo decrece pero en un porcentaje menor que el aumento de la riqueza, es decir, si tanto la riqueza como el tamaño de la apuesta (riesgo) crecen en la misma proporción, la predisposición del agente para aceptar la apuesta se reduce.

### 3.4.3 Aversión y curvas de indiferencia

Es posible, también, representar las preferencias del individuo mediante un mapa de indiferencia. Bajo incertidumbre, y suponiendo dos estados posibles, la función objetivo será

$$V = p_1 v(y_1) + p_2 v(y_2) \quad (7)$$

donde suponemos que el individuo es averso al riesgo (curvas estrictamente cóncavas). El conjunto de combinaciones de rentas que producen la misma utilidad esperada en el espacio de rentas contingentes según el estado de la naturaleza es un conjunto de nivel de la función de utilidad esperada

$$V^0 = p_1 v(y_1) + p_2 v(y_2) \quad (8)$$

Si representamos en un eje cartesiano los estados de la naturaleza 1 en el horizontal y 2 en el vertical, se puede trazar una curva ( $I^0$ ) que describa las combinaciones de renta que satisfacen el mismo nivel de utilidad esperada (donde  $V^0 = \bar{u}$ ). Si derivamos la función objetivo respecto a las rentas obtenemos que

$$\frac{dV}{dy_1} = p_1 v'(y_1) + p_2 v'(y_2) \frac{dy_2}{dy_1} = 0 \quad (9)$$

donde, reordenando, podemos hallar la pendiente de la curva de indiferencia tal que

$$\frac{dy_2}{dy_1} = -\frac{p_1 v'(y_1)}{p_2 v'(y_2)} \quad (10)$$

Que es negativa dado que las probabilidades y las utilidades marginales son positivas.

En la línea de certeza donde  $y_2 = y_1$ , la segunda derivada de la expresión (3.10) es igual a

$$-\frac{p_1}{p_2} A(y_0) \quad (11)$$

lo que implica que a mayor aversión absoluta, mayor será la convexidad de la curva de indiferencia.

Dicha fracción  $\frac{p_1 v'(y_1)}{p_2 v'(y_2)}$  es la RMS pues indica la cantidad de rentas en el estado de naturaleza 2 que el agente está dispuesto a renunciar para obtener una unidad de renta adicional en el estado 1. La línea de 45° que parte del eje se denomina línea de certeza dado que a lo largo de ella el individuo tendrá la misma renta sea cual sea el estado de la naturaleza. La pendiente de la curva  $I^0$  en la recta de 45° es  $\frac{dy_2}{dy_1} = -\frac{p_1}{p_2}$  dado que las utilidades marginales deben coincidir por serle indiferente una renta o la otra.

Por esta misma razón, una renta segura debe estar sobre esa recta por lo que el equivalente cierto de una lotería P, debe encontrarse en el punto donde la curva  $I^0$  se corta con la recta de 45°. Esto es, donde  $y_1 = y_2 = y_c$ .

Las combinaciones que tienen el mismo valor esperado satisfacen

$$p_1 y_1 + p_2 y_2 = y_c$$

donde diferenciando se obtiene

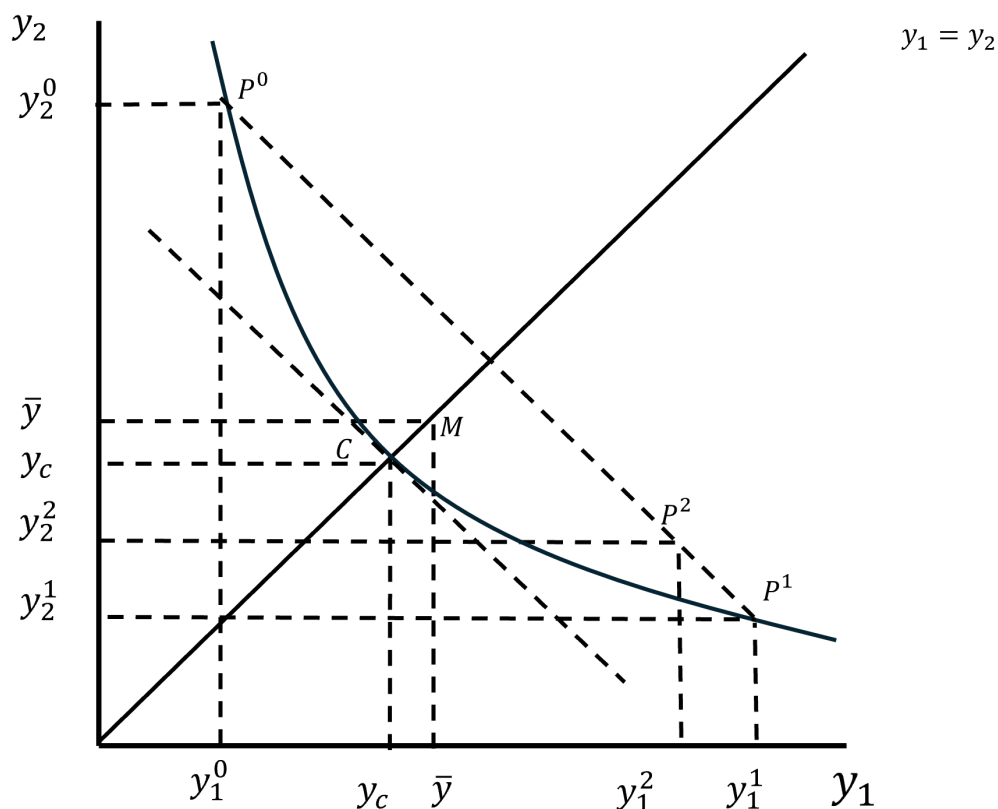
$$p_1 + p_2 \frac{dy_2}{dy_1} = 0$$

Siendo la pendiente de la línea iso-renta esperada en el espacio  $y_1, y_2$

$$\frac{dy_2}{dy_1} = \frac{-p_1}{p_2}$$

Todas las combinaciones de rentas con el mismo valor esperado estarán sobre una recta con pendiente  $-p_1/p_2$ . La renta media de la lotería P se sitúa en un punto de intersección con la línea de certeza, siendo la línea iso-renta esperada una línea con pendiente igual a la pendiente de la curva  $I^0$ . Si denominamos C al punto de corte de la curva  $I^0$  con la línea de 45° y M al punto de corte de la curva iso-renta esperada de la lotería P con la misma línea de 45°, obtenemos que la distancia vertical y horizontal entre los puntos M y C son, exactamente, la prima de riesgo (puesto que el punto C representa el punto de equivalente cierto para cada renta y el punto M el del valor medio de la lotería).

Aún más, si añadimos dos loterías, una de ellas situada en la misma curva de indiferencia  $I^0$  y otra como una combinación lineal de las dos anteriores ( $P_1$  y  $P_2$  respectivamente), obtenemos que existe una curva de indiferencia que corta con mayor utilidad que  $I^0$  a la lotería  $P^2$  lo que demuestra que la diversificación es preferida por un consumidor averso al riesgo.



Por otro lado, dado que la curva de indiferencia tiene su punto de inflexión en la línea de 45° para un agente averso al riesgo, una mayor aversión del individuo se traducirá en un «cierre» de la curva de indiferencia tomando como eje la línea de 45°. La distancia entre dos curvas de indiferencia de distinta «amplitud» son el conjunto de loterías que el individuo con una aversión al riesgo menor (una curva de indiferencia más abierta) aceptaría frente a las que no aceptaría otro individuo con una curva de indiferencia más «cerrada».

El ritmo de decrecimiento de la RMS a lo largo de la curva de indiferencia (y, por tanto, el grado de curvatura de la curva de indiferencia) viene influido por el coeficiente de Aversión Absoluta al riesgo. El coeficiente de Aversión Relativa al riesgo influye en el ritmo de decrecimiento de la RMS cuando disminuye el ratio  $\frac{y_2}{y_1}$ , más concretamente con la elasticidad de la RMS con respecto a dicha ratio.

## 4 La elección de un seguro

Vamos a analizar ahora el problema de la contratación de un seguro, como aplicación del enfoque de bienes estado-contingente. Considere un individuo averso al riesgo, que posee una riqueza de  $y$ , y enfrenta, con probabilidad  $p$ , la ocurrencia de un siniestro que le reportará una pérdida de  $l$ . Tiene a su disposición la contratación de una póliza que le cubre un monto  $K$ , por la que debe pagar  $\lambda K$ , donde  $\lambda$  es la prima por euro asegurado que establece la aseguradora.

Si  $y_1$  es su riqueza en caso de que haya un accidente en el estado 1 y  $y_2$  la riqueza en caso de que no ocurra (estado 2), la dotación puede representarse como el punto  $e = (y - l, y)$ . Cuando el individuo se asegura, renuncia a  $\lambda K$  de su riqueza en 2 a cambio de  $K - \lambda K$  en el estado 1. Así, la relación a la que puede intercambiar riqueza en cada uno de los estados viene dada por

$$\frac{\partial y_2}{\partial y_1} \frac{\lambda K}{K - \lambda K} = \frac{\lambda}{1 - \lambda} \quad (12)$$

Por lo explicado anteriormente, el individuo se ubicará sobre la tangencia entre la curva de indiferencia y la línea de certeza. El valor de  $K$  vendrá dado por la maximización de

$$\max U(a) = p_1 v(y_1) + p_2 v(y_2) \quad (13)$$

Que puede ser reescrito como

$$\max U(a) = p_1 v(y - l - \lambda K + K) + p_2 v(y - \lambda K) \quad (14)$$

Cuya maximización en  $K$  da

$$\frac{p_1 v'(y_1)}{p_2 v'(y_2)} = \frac{\lambda}{1 - \lambda} \quad (15)$$

De otro lado, si la compañía realiza un cobro de una prima justa, su beneficio esperado debe ser 0 por lo que  $p_1 = \lambda$  lo que implica que las utilidades marginales de ambos estados deben coincidir (y, en consecuencia, las riquezas también). De este modo, el individuo trasladará riqueza del primer estado al segundo, hasta igualarlo, por nivel del perjuicio  $l$ , siendo  $K = l$ . Es decir, un individuo averso al riesgo se asegurará totalmente.

Sin embargo, si la empresa le ofreciese una prima injusta, el individuo se asegurará sólo parcialmente dado que  $\lambda > p_1$  lo que implica que de (4.4)

$$p_1 v'(y_1)(1 - \lambda) < p_2 \lambda v'(y_2) \quad (16)$$

y en consecuencia

$$v'(y_1) > v'(y_2) \quad (17)$$

Por lo que la renta en el estado 1 puede ser menor que en el estado 2 y, por ello, solo accedería a un seguro parcial.



## 5 Prudencia y ahorro precautorio

Suponemos que un individuo posee una renta segura actual de  $y_0$  y que puede prestar o pedir prestado a un tipo  $i$  pero se enfrenta a una renta incierta en el siguiente periodo  $y_1$ . Sus preferencias en cada periodo son representables mediante una función de utilidad cardinal para cada periodo donde lo que le reporta utilidad es el consumo. El consumo actual viene dado por

$$c_0 = y_0 - a$$

y el consumo futuro es

$$c_1 = y_1 + (1 + i)a$$

donde  $a$  es el ahorro de su renta actual.

Su utilidad en los dos periodos es

$$u(a, y_1) = v(y_0 - a) + v(y_1 + (1 + i)a) \quad (18)$$

Con utilidad esperada

$$\bar{u}(a; \beta) = v(y_0 - a) + Ev(y_1 + (1 + i)a) \quad (19)$$

donde  $\beta$  es un parámetro cuyos incrementos crean cambios en la dispersión que preservan la media en la renta futura incierta  $y_1$ .

La CPO de ahorro óptimo es

$$-v'(y_0 - a) + (1 + i)Ev'(y_1 + (1 + i)a) = 0 \quad (20)$$

Un incremento en el riesgo que preserve la media de la renta futura reduce o aumenta el ahorro en la medida en que  $u_{ay_1y_1}$  sea negativo o positivo. Haciendo las respectivas derivadas (en  $a$  y dos veces en  $y$ ) se obtiene que

$$u_{ay_1y_1}(a, y_1) = (1 + i)v'''(y_1 + (1 + i)a) \quad (21)$$

De donde se deduce que el efecto dependerá de la tercera derivada de la función de utilidad.

Suponiendo que las curvas de utilidad marginal son convexas de acuerdo con la hipótesis de la concavidad, entonces sabemos que la utilidad marginal se reduce con el consumo.

Suponiendo que el tipo de interés es cero nos enfrentamos a las siguientes situaciones

1. Si suponemos que la renta futura es segura pero menos que la actual ( $y_1 = \bar{y}_1 < y_0$ ) la CPO se simplifica a que la utilidad marginal del consumo presente y futuro se iguale. Por tanto, el consumidor ahorrará hasta conseguir igualar su consumo presente y futuro ( $a^* = (y_0 - \bar{y}_1)/2$ ) que es la hipótesis del consumo permanente.
2. Si suponemos que la renta futura puede tomar dos valores ( $\bar{y}_1 + z, \bar{y}_1 - z$ ) con igual probabilidad, entonces debe haber un incremento en el riesgo que preserva la media. Si el ahorro no varía, el individuo tendría un consumo futuro por valor de su renta en uno u otro caso más el ahorro independientemente del estado de la naturaleza. La utilidad marginal del ahorro futuro será un medio de cada uno de los estados. La comparativa supone que el individuo querrá aumentar el ahorro sí y sólo sí

$$0,5v'(\bar{y}_1 + z + a^*) + 0,5v'(\bar{y}_1 - z + a^*) > v'(\bar{y}_1 + a^*) \quad (22)$$

Esto sucederá cuando la utilidad marginal del consumo futuro sea convexa, algo que ocurre cuando  $v'''(c_1) > 0$ . Es decir, el ahorro será mayor bajo incertidumbre que bajo certidumbre. El aumento del ahorro debido a la incertidumbre de la renta futura se conoce como ahorro precautorio y, aunque la aversión al riesgo no necesariamente debe suponer concavidad o convexidad de la función de utilidad marginal, las hipótesis sobre la aversión absoluta al riesgo decreciente implica que  $v'''$  debe ser positiva (convexidad de la UMarg)

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 4. Economía de la información y teoría de la agencia: selección adversa y riesgo moral

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

La economía suele tratar como paradigma el mercado competitivo. En él, una de las características principales es la existencia de información perfecta y completa, es decir, todos los agentes que participan en el mercado conocen toda la información disponible donde el precio suele ser el principal sintetizador de esa información.

Sin embargo, es frecuente que el conjunto de información disponible sea limitada (información imperfecta) y que, además, esta información no la posean todos los agentes por igual (información asimétrica).

## 2 El modelo de principal y agente

En el modelo de economía competitiva los agentes que participan, aunque lo hagan desde perspectivas distintas (consumidor-empresa) colaboran en proceso del intercambio. Ambos grupos tienen igualdad de poder y son precio aceptantes por lo que su único interés es el de comprar lo que otros venden y, a su vez, vender lo que otros compran.

Sin embargo, conforme se relajan los supuestos competitivos, como el de la información perfecta, la colaboración ya no es automática y neutral entre los agentes.

### 2.1 Caracterización de los participantes

Este modelo desarrolla una relación contractual donde el principal contrata al agente para que realice un trabajo delegando parte de su autoridad de decisión. Ambos términos pueden referirse a individuos, instituciones, organizaciones u otros centros de decisión. A través de un contrato se busca que el agente realice una acción que beneficie al principal a cambio de un pago que dependerá de ciertas variables que son especificadas en el contrato. Dichas variables deben ser verificables por partes de agentes externos a la relación contractual garantizando así su cumplimiento, por ejemplo en los tribunales de justicia.

El principal diseña el contrato que se le ofrece al agente, éste estudia los términos del mismo y decide si aceptarlo o rechazarlo. En el modelo el poder de negociación lo ostenta el principal que define los términos del contrato sin posibilidad de contraofertas. El agente aceptará el contrato si la utilidad que obtiene al aceptar es superior a la que conseguiría si rechazase el contrato (utilidad de reserva). Si el agente decide no firmar la relación no tienen lugar, si por el contrario acepta la oferta debe realizar las acciones para las que ha sido contratado.

La existencia de desigualdad en la información que posee cada participante provoca que el conflicto pueda ser resuelto de forma no-neutral.

La utilidad esperada del principal será  $B(x - w)$  donde  $x$  es el beneficio que se desea obtener y  $w$  el coste de contratación del agente.

Para el agente, su utilidad dependerá de la remuneración que obtiene y negativamente del esfuerzo que realiza.

Por tanto, es evidente que existe un conflicto basado en tres puntos:

1. El beneficio del principal es irrelevante para el agente
2. El coste de contratación del agente es positivo para él y negativo para el principal
3. Un mayor esfuerzo del agente redundará en un mejor beneficio para el principal pero el esfuerzo provoca desutilidad en el agente.

En el caso de información simétrica, sería posible fijar un determinado nivel de esfuerzo para cada salario ofrecido, por ejemplo fijando una remuneración del tipo franquicia.

Sin embargo, cuando la información sobre el desempeño no es conocida por todos los participantes surgen, entre otros, dos elementos fundamentales: la selección adversa y el riesgo moral.

### **3 Selección adversa**

Existe un problema de selección adversa cuando una de las partes intervinientes (el agente) tiene información privada antes del inicio de su relación contractual con la otra parte (el principal). La información asimétrica (ex-ante) tiene que ver con las características del agente. El principal sabe que el agente que contrata puede tener unas características u otras, pero no sabe cuáles exactamente. El agente, sin embargo, sí conoce su tipo exacto. Según el contexto, por tipo entendemos las características del agente, que pueden referirse a la calidad (de un producto), la habilidad (de un trabajador), el estado de salud (de un individuo), la valoración de un bien (por parte del consumidor), etc.

La selección adversa produce ineficiencias, ya que da lugar a que no se realicen transacciones que serían beneficiosas para ambos, obteniéndose mercados con niveles de actividad inferiores, donde sólo se acabarían vendiendo productos de baja calidad, o incluso la desaparición o inexistencia de los mercados.

#### **3.1 El mercado de vehículos de segunda mano**

George Akerlof propuso un modelo que ilustra el problema de la selección adversa. En su modelo existe un mercado de vehículos de segunda mano compuesto por dos tipos de productos, unos de buena calidad y otros de mala calidad. Los compradores desconocen a priori el estado de los vehículos aunque los vendedores sí que los conocen, aunque restringido al coche que venden.

Si, por ejemplo, el precio máximo al que están dispuestos a comprar los vehículos los compradores es 9000 y 6000 euros respectivamente para vehículos buenos. Los vendedores están dispuestos a vender sus vehículos por, como mínimo, 8400 en caso de ser de buena calidad y 5000 en caso de ser de mala calidad.

Como se observa, a priori, el mercado se vaciaría si hubiese información completa.

Sin embargo esta información sobre la calidad de los vehículos es desconocida y sólo estimada a través de la probabilidad de que el coche sea de un tipo o de otro. Suponiendo que el consumidor es neutral ante el riesgo y que

la proporción de coches buenos y malos es la misma los compradores estarían dispuestos a adquirir un vehículo cuando el precio del vehículo satisfaga

$$s(9000) + (1 - s)(6000) = 6000 - 3000s$$

Dado que la proporción es 0,5 el precio máximo para el mercado por parte de los compradores será 7500, que está por debajo de lo que aceptarían los vendedores de vehículos de buena calidad, sacando sus vehículos del mercado y dejando en exclusiva los de baja calidad, provocando una ineficiencia en el mercado.

### 3.2 La selección adversa en otros mercados

Cualquier mercado donde exista información asimétrica corre el riesgo, si no se toman las medidas pertinentes, de tener un problema de selección adversa, como ocurría con el mercado de automóviles de segunda mano de Akerlof. Existen numerosos ejemplos de selección adversa.

Otro caso similar es el de las reformas y construcciones. Un particular (el principal) que desee contratar una empresa de reformas (el agente) para remodelar su casa desconoce antes del inicio de las obras como trabajan y si van a cumplir con sus expectativas. Es decir, el nivel de desempeño del agente. La falta de respuestas puede provocar que la reforma no se lleve a cabo ya que el mercado, al igual que sucedía con los vehículos, puede expulsar a los más competentes.

Otro ejemplo paradigmático es la relación entre tomadores de seguros y empresas aseguradoras. En el establecimiento de las tarifas para un contrato de seguro de vida, un asegurador podría mirar la tasa de mortalidad entre la población de un cierto grupo de edad en una región determinada. En esta población existen dos grupos, fumadores y no fumadores, y el asegurador no puede distinguir cuál es cuál, de tal forma que ambos grupos terminan pagando la misma prima. Los no fumadores saben que ellos tienen menos probabilidades de morir que el promedio y que están subsidiando a los fumadores, por lo tanto estarán renuentes a tomar este seguro, mientras que los fumadores tendrán una mayor probabilidad de cobrar el seguro y por lo tanto estarán más dispuestos a comprar el seguro. La compañía aseguradora termina con personas con una tasa de mortalidad más alta que la estimada en el momento de establecer las primas.

### 3.3 Modelo de selección adversa

#### 3.3.1 Caracterización de los agentes

El principal es neutral ante el riesgo y contrata a un agente que puede ser neutral o averso al riesgo para realizar algún tipo de trabajo. En este caso, el esfuerzo del agente es directamente observado por el principal, siendo relacionado con un beneficio del principal  $\Pi(e)$ , que es concava.

El agente puede ser de dos tipos respecto a la desutilidad que le proporciona el trabajo: laborioso o perezoso. Siendo sus funciones de desutilidad respectivamente  $v(e)$  y  $kv(e)$  con  $k > 1$ . Para el mismo nivel de esfuerzo, el principal

deberá pagar más al perezoso. Sus utilidades son, por tanto

$$U^L(w, e) = u(w) - v(e) \quad (1)$$

$$U^P(w, e) = u(w) - kv(e) \quad (2)$$

### 3.3.2 Solución de información perfecta

En el caso de información perfecta el principal contrataría al agente laborioso, siendo el problema de maximización maximizar el beneficio menos el coste de la contratación sujeta a la condición de participación del agente que es que su utilidad neta (la utilidad por el salario menos su desutilidad del esfuerzo) sea igual a un nivel dado de utilidad que espera obtener.

La solución viene dada por la condición de eficiencia, esto es, que las relaciones marginales de sustitución de agente y principal coincidan (derivada del beneficio igual a derivada de la desutilidad entre la derivada de la utilidad).

Si el agente fuese de tipo perezoso, la solución sería la misma, salvo que la derivada de la desutilidad iría multiplicada por  $k$ .

### 3.3.3 Introduciendo la información asimétrica

En caso de información asimétrica, el principal desconoce si su agente es perezoso o laborioso. Si diese a elegir el contrato al agente, ambos elegirían el que puede realizar el más perezoso (mayor salario y menor esfuerzo exigido).

En este caso, el principal puede diseñar un único contrato asignando probabilidades de encontrar al agente laborioso  $q$ , pero también puede diseñar múltiples contratos de forma que el agente se vea obligado a revelar su calidad. El diseño del contrato, por tanto, debe contener los suficientes incentivos para que el agente desee revelar su calidad (**principio de revelación**).

Es principio supone que en la búsqueda del contrato óptimo, el principal puede restringir la oferta de contratos a aquellos que proveen cada calidad del agente, con el incentivo de que revelen fehacientemente su característica.

El problema queda definido como

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \quad q[\Pi(e^L) - w^L] + (1 - q)[\Pi(e^P) - w^P] \\ \text{s.a} \quad u(w^L) - v(e^L) = \underline{U} \\ \quad \quad u(w^P) - kv(e^P) = \underline{U} \\ \quad \quad u(w^L) - v(e^L) \geq u(w^P) - v(e^P) \\ \quad \quad u(w^P) - kv(e^P) \geq u(w^L) - kv(e^L) \end{array} \right. \quad (3)$$

Las dos primeras restricciones son las condiciones de participación, mientras que las dos últimas son las condiciones que aseguran que cada agente está interesado en aceptar el contrato que se ha diseñado para ellos en lugar del otro (condiciones de autoselección). De hecho la primera restricción puede ser eliminada dado que en combinación de la segunda y la tercera ya queda delimitado el espacio de participación del agente laborioso.

### 3.3.4 El menú óptimo

El menú que resuelve el problema antes especificado queda resuelto mediante el siguiente conjunto de ecuaciones que son, respectivamente, las condiciones de participación para cada agente y las condiciones de eficiencia del contrato para cada agente.

$$u(w^L) - v(e^L) = \underline{U} + (k - 1)v(e^P) \quad (4)$$

$$u(w^P) - kv(e^P) = \underline{U} \quad (5)$$

$$\Pi'(e^L) = \frac{v'(e^L)}{u'(w^L)} \quad (6)$$

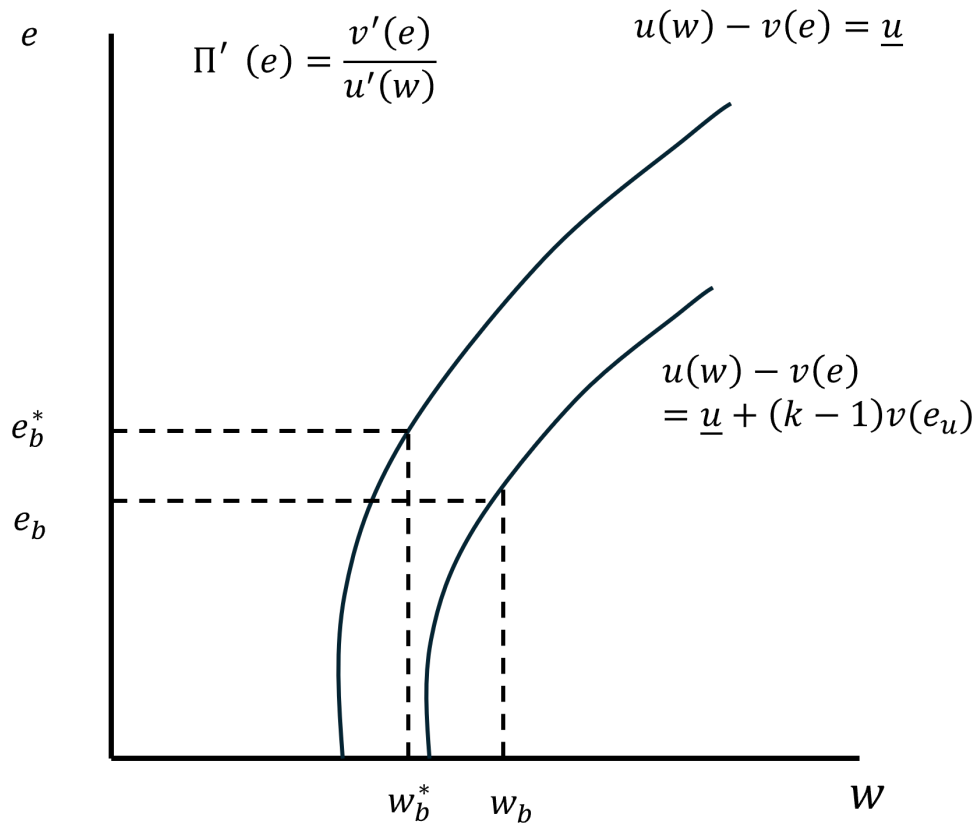
$$\Pi'(e^P) = \frac{kv'(e^P)}{u'(w^P)} + \frac{q(k - 1)}{(1 - q)} \frac{v'(e^P)}{u'(w^L)} \quad (7)$$

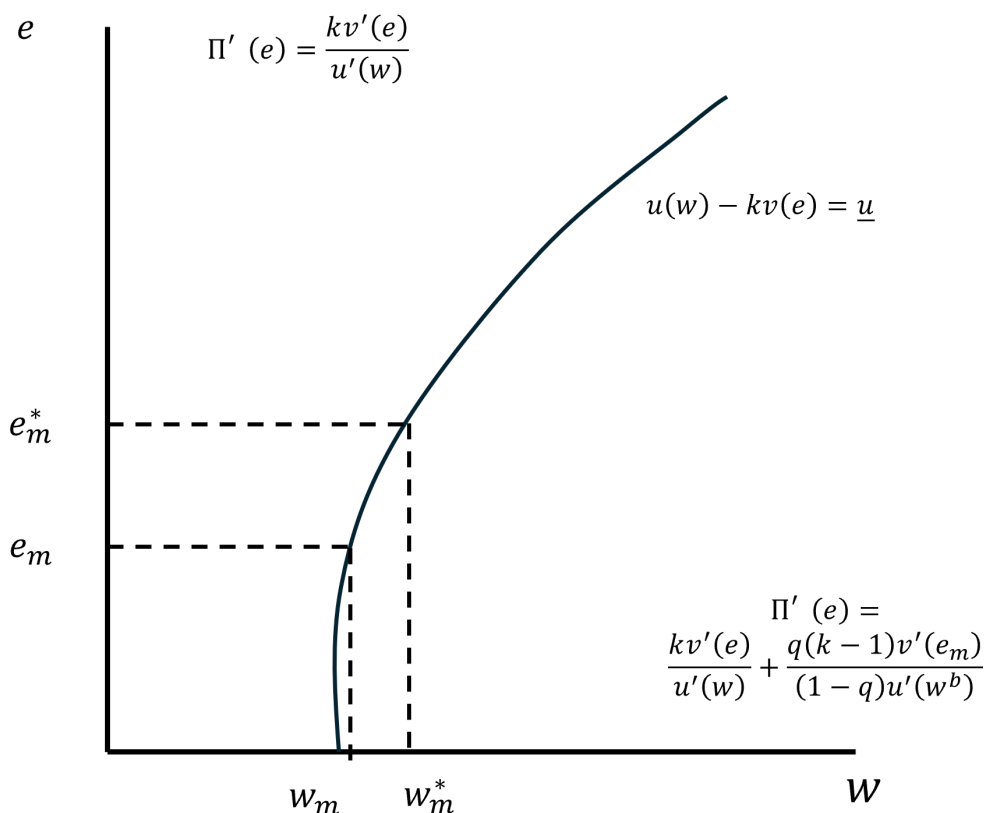
### Características del óptimo

1. Las condiciones de aceptación para el agente P están saturadas (su utilidad de reserva coincide con su utilidad neta).
2. Las condiciones de aceptación para el agente L no están saturadas. Éste obtiene una renta informacional  $(k - 1)v(e^P)$ . Es decir, obtiene una utilidad mayor que su utilidad de reserva gracias a su información privada.
3. Los incentivos del agente L están saturados. Si igualamos las ecuaciones 4 y 5 obtenemos que la utilidad de P y L deben ser iguales.
4. Los incentivos del agente P no están saturados.
5. El contrato para el agente L es eficiente en el sentido de que es imposible mejorar simultáneamente al principal y al agente L (ecuación 6).
6. El contrato para el agente P no es eficiente. El principal sufre una bajada de eficiencia pero le compensa porque, a cambio, paga menos renta informacional  $(k - 1)v(e^P)$  a los agentes L.



(En los gráficos Agente B(ueno)=Agente L(aborioso); Agente M(alo)=Agente P(erezoso) Los resultados con asterisco son los de equilibrio con información perfecta)





En resumen, el principal formula un contrato de baja calidad poco atractivo para el agente laborioso (aún dentro de su utilidad de reserva), mientras que el contrato de alta calidad es cambiado también respecto al equilibrio competitivo aumentando el bienestar del agente laborioso pero sin cambiar la eficiencia general del contrato.

### 3.4 Las soluciones a los problemas de selección adversa. Screening y señalización

Existen dos posibles procesos de ajuste para solucionar o mitigar el problema de la selección adversa, el screening, que es el que se ha expuesto anteriormente o la señalización.

#### 3.4.1 El screening en seguros

Joseph Stiglitz junto con Michael Rothschild mostraron que el principal, peor informado puede conseguir, de forma indirecta, información de los mejor informados. Estudiaron el caso del mercado de los seguros, en el que las aseguradoras (la peor informada) pueden crear incentivos para que sus clientes (los agentes mejor informados) revelen los datos que poseen sobre su propia situación de riesgo, a través de un mecanismo de criba denominado screening. Para ello se ofrece un amplio abanico de contratos con diferentes combinaciones de primas y franquicias. Un seguro con franquicia es un acuerdo entre el contratante y la aseguradora para que el asegurado se haga cargo de una parte de los daños ante un siniestro, responsabilizándose cada una de las partes de un porcentaje de la indemnización. Con ello, las compañías de seguros buscan que el asegurado asuma parte de la responsabilidad. De esta manera,

consiguen que el asegurado tenga cuidado y reducen el riesgo de que se produzca el siniestro. Como contrapartida, al haber contratado un seguro franquiciado, la aseguradora rebaja la prima que tiene que pagar el asegurado. Así ambas partes se benefician del acuerdo. De esta forma, las compañías aseguradoras pueden clasificar a los clientes en función de sus respuestas según los grados de riesgo que estén dispuestos a asumir.

### **3.4.2 Señalización**

Para mitigar el problema de la selección adversa el agente “más capaz” puede influir en la creencia que el principal tiene sobre su identidad, antes de que el principal le ofrezca el contrato, enviando una señal. Las señales deben convencer al principal y no ser imitables por agentes de otro tipo.

Algunas de estas señales son la existencia de garantías adicionales, los certificados técnicos, los chequeos médicos, entre otros.

## **4 El riesgo moral**

La otra cara de la moneda de la información asimétrica es la existencia del riesgo moral. Si bien la selección adversa se da cuando la información existe pero no está disponible ex-ante para el principal, el riesgo moral aparece cuando, una vez iniciado el contrato el agente cambia su comportamiento.

### **4.1 El papel de los incentivos y el control**

Uno de los posibles comportamientos del agente es que, una vez celebrado el contrato, éste puede elegir entre distintos niveles de esfuerzo, ya que para el agente el esfuerzo le genera desutilidad. Si la retribución no depende del resultado que le consiga al principal (siendo mayor la probabilidad de conseguir un buen resultado cuanto mayor sea el esfuerzo), el agente siempre recurrirá al menor nivel de esfuerzo. Es decir, el comportamiento del agente dependerá del contrato utilizado y de la capacidad del principal para hacer un seguimiento de las actividades del agente no obstante, la aparición de este tipo de controles conlleva un coste para el principal que, a veces, puede ser superior a los beneficios de obtener más información.

#### **4.1.1 El contrato para mitigar el oportunismo**

El contrato es la herramienta fundamental que tiene el principal para asegurar que el esfuerzo que le presupone al agente sea el efectivamente empleado.

En este sentido, se pueden distinguir tres tipos de contratos:

1. Remuneración de tarifa fija: el pago al agente «f» es independiente de sus acciones por lo que su esfuerzo tenderá a ser el menor posible, obteniendo el principal un beneficio residual.

2. De actuación: en este tipo de contratos el pago se establece por una observación proxy del desempeño del agente. Son los casos de los contratos por horas o por pieza producida.
3. Contingente: el rendimiento depende del estado de la naturaleza, que puede ser desconocido tanto para el agente como para el principal, por lo que es un contrato en el que el resultado positivo es beneficioso tanto para el principal como para el agente.

## 4.2 La elección entre dos esfuerzos

La mayoría de problemas relacionados con el riesgo moral pueden ser descritos a través del modelo más sencillo de elección por parte del agente entre dos esfuerzos uno alto (H) y uno bajo (L).

### 4.2.1 Características del modelo

Llamamos  $e$  al esfuerzo, con dos posibles valores  $e^H, e^L$  según el esfuerzo sea alto o bajo. Los posibles resultados son  $x_1 < x_2 < \dots < x_i$  y la probabilidad de ocurrencia de los mismos es una función del nivel de esfuerzo para cada resultado ( $p_i^H = p_i(e^H)$ ) todas ellas mayores que 0. Además, el esfuerzo alto genera mejores resultados que el poco esfuerzo.

Supondremos que el principal desea un esfuerzo alto, ya que si quiere un esfuerzo bajo es sencillo diseñar un modelo de pago fijo que sea óptimo.

### 4.2.2 Optimización

El principal deberá enfrentarse por tanto al siguiente problema

$$\max \sum_{i=1}^n p_i^H [x_i - w(x_i)]$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

$$\sum_{i=1}^n p_i^H u(w(x_i)) - v(e^H) \geq \underline{u} \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n [p_i^H - p_i^L] u(w(x_i)) \geq v(e^H) - v(e^L) \quad (9)$$

Donde la ecuación 8 es la condición de participación y la ecuación 9 es la de incentivos. Para la optimización se utiliza el método del Langrangiano que, derivando respecto al salario se obtiene

$$\frac{p_i^H}{u'(w(x_i))} = \lambda p_i^H + \mu[p_i^H - p_i^L]$$

Si dividimos ambos términos por  $p_i^H$  nos queda, en el caso de un principal neutral ante el riesgo,

$$\frac{1}{u'(w(x_i))} = \lambda + \mu\left[1 - \frac{p_i^L}{p_i^H}\right]$$

Esto quiere decir que la existencia del riesgo moral es para el principal un coste estrictamente positivo dado que  $\mu$  debe ser necesariamente positivo o de lo contrario el pago sería una constante volviendo al problema del bajo esfuerzo.

El cociente de las probabilidades de esfuerzo bajo y alto se denomina cociente de verosimilitud y actúa como indicador del grado de esfuerzo del agente. Dado que este desea una mayor recompensa y esta está directamente relacionada con el resultado, esto va a implicar que el pago al agente será inferior cuanto menor sea el nivel de desempeño. En particular, si  $p_i^L/p_i^H > 1$ ,  $w(x_i) < \tilde{w}$ , siendo  $\tilde{w}$  el pago de tarifa fija. Es decir, el principal premia el esfuerzo y castiga la pereza.

En resumen, si bien en condiciones de asimetría de la información donde aparece el riesgo moral el principal no puede determinar ni observar el esfuerzo del agente, una forma de solventar el problema principal-agente es convertir al agente en un aliado cuya utilidad depende, en parte, de los mismos parámetros de los que depende la del principal. El incentivo a esforzarse determina su esfuerzo.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 5. Organización industrial: competencia perfecta y monopolio

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

En economía, es fundamental definir el entorno en el que se trabaja para poder derivar implicaciones de política económica. Que una determinada economía sea competitiva nos llevará a conclusiones distintas de política económica que si es oligopólica, pues el comportamiento de los agentes ante los cambios que se pretendan inducir serán distintos. A continuación se desarrollan dos esquemas generales de funcionamiento de la economía: la competencia perfecta y el monopolio.

## 2 Competencia perfecta

La competencia perfecta es sistema de mercado neoclásico canónico y de donde se derivan el resto de entornos económicos en función de la relajación de los supuestos básicos que se acometan. Salvo que se indique lo contrario y para facilitar la exposición hablaremos de mercados con un solo producto.

### 2.1 Supuestos básicos de la competencia perfecta

1. El número de empresas y consumidores es elevado y la sola decisión individual de un agente no afecta al comportamiento agregado
2. Los productos que se ofrecen son homogéneos
3. Los participantes son precio-aceptantes
4. No existen barreras de entrada ni de salida
5. La información que manejan los agentes es completa y simétrica
6. Las empresas maximizan su beneficio y los consumidores su utilidad

### 2.2 La curva de oferta (a corto plazo)

#### 2.2.1 La curva de oferta individual

La curva de oferta expresa aquellos puntos en los que la empresa maximiza su beneficio a un precio dado, o lo que es lo mismo, el nivel de producción que la empresa puede ofrecer. Denominamos curva inversa de oferta a la curva de oferta donde el precio es la variable dependiente.

La maximización del beneficio se alcanza en el punto en el que el ingreso de cada unidad extra (ingreso marginal) se iguala al coste de cada unidad extra (coste marginal) dado que, en otro caso, la empresa podría incrementar su beneficio aumentando la producción o reduciéndola, siendo necesario que la pendiente del coste marginal sea positiva, dado que el ingreso marginal, por las características del mercado es una constante igual al precio.

La curva de oferta tiene pendiente positiva ya que

$$\frac{dp}{dy} \equiv 1 = c''(y(p))y'(p)$$

Donde la segunda derivada de los costes es positiva y se entiende que la derivada de la oferta respecto al precio también lo es (al menos en el caso más general). El nivel de producción de una empresa viene dado por su curva de costes que puede ser descompuesta como

$$c(y) = c_v(y) + F$$

Si los costes fijos deben pagarse se produzca o no, a la empresa le interesará producir siempre que obtenga unos beneficios positivos respecto a las pérdidas de no producir nada.

$$py(p) - c_v(y(p)) - F \geq -F$$

O lo que es lo mismo

$$p \geq \frac{c_v(y(p))}{y(p)}$$

Es decir, cuando el precio es más elevado que su coste variable medio. En la situación  $p_0$  la empresa está en pérdidas, pues su ingreso medio (que coincide con el ingreso marginal y el precio) sólo cubre los costes medios variables por lo que el volumen de sus pérdidas serán el área comprendida entre la brecha en el punto de corte entre los costes variables medios y los costes totales medios hasta el origen, a pesar de esto, la empresa ofertará producción pues reduce la cantidad de pérdida, lo que es congruente con su comportamiento maximizador de beneficio. Su curva de oferta, por tanto, comienza donde  $p = CVMed$ . En  $p_1$  y en  $p_2$  la empresa obtiene ganancias individuales (el excedente del productor).

### 2.2.2 La curva de oferta de mercado

La curva de oferta de mercado consiste en la agregación horizontal de las curvas de oferta de las empresas de la industria. Sin embargo, es posible que esta oferta no sea tan inmediata al poder existir alzas de los precios de los factores (y, por tanto, de los costes) al aumentar la empresas su producción. No obstante, no se pierde generalidad si se introduce el supuesto de que los precios de los factores no varían.

### 2.2.3 La curva de oferta a largo plazo

En el largo plazo no existen barreras a la entrada y el tamaño de la planta es irrelevante dado que los costes fijos se convierten en variables.



**Estructura de costes idéntica** En el largo plazo si por algún motivo el ingreso marginal se eleva, este incentivará a la entrada de empresas puesto que la industria está proveyendo de beneficios económicos que otros querrán utilizar. Así pues, la entrada de más empresas empujaría la curva de oferta a la derecha lo que supondría una estabilización del precio en el precio original a mayor cantidad.

Esto implica que la curva de oferta a largo plazo es una curva horizontal.

**Estructura de costes distinta** Si suponemos que la entrada de productores que buscan beneficios económicos empuja también los costes de producción, ante un aumento de la demanda la oferta se desplazará a la derecha pero sólo en una proporción estable congruente con la nueva estructura de costes, que se habrá desplazado hacia arriba. Así, la curva de oferta a largo plazo viene dada por las posibilidades de aumento de la oferta sujetas a los incrementos del precio de los factores que, aunque mantienen las condiciones de óptimo, no las devuelve al punto de precio de equilibrio con mayor producción sino que establece un nuevo punto de equilibrio. En general, la curva de oferta a largo plazo es una curva más horizontal que la de corto plazo pero aún con pendiente positiva

## **2.3 La curva de demanda**

### **2.3.1 La curva de demanda individual**

Los consumidores se enfrentan a un problema de maximización de su utilidad en función de una restricción presupuestaria que pone en relación la cantidad de renta que pueden gastar en adquirir bienes. Los distintos puntos de corte de las curvas de indiferencia con las restricciones presupuestarias para los niveles de precios dados dan el volumen de cantidades demandadas. Denominamos curva de demanda a la cantidad de producto deseado para cada nivel de precios y curva de demanda inversa a la función de demanda que tiene como variable dependiente el precio.

### **2.3.2 La curva de demanda del mercado**

Al igual que la curva de oferta del mercado, la curva de demanda es la suma horizontal de las curvas de demanda de los consumidores individuales.

## **2.4 El equilibrio de mercado**

En equilibrio, la cantidad demanda es igual a la ofrecida. Existirá un punto de equilibrio estable sí y sólo sí ningún agente tiene incentivos a reducir su producción o su demanda al precio dado por el mercado.

De cara al análisis de la estabilidad del equilibrio se plantean tres alternativas

### **2.4.1 El proceso de tanteo**

En el proceso de tanteo existe una figura central que anuncia un precio a todos los agentes y que es tomado por ellos como un parámetro de decisión de sus ofertas o demandas planeadas. Éstos informan al árbitro de sus decisiones y las agrega para hallar el correspondiente exceso/escasez de oferta/demanda. Entonces se ajustan los precios de forma proporcional al exceso de demanda y se vuelve a hacer el anuncio hasta alcanzar un proceso donde el exceso de demanda sea igual a 0 y se vacíen los mercados.

Cuando la función de exceso de demanda tiene una pendiente clara, el proceso se resuelve con facilidad. Sin embargo, si la función de exceso de demanda es una curva que vuelve hacia atrás se dan dos puntos de corte del precio, existiendo un equilibrio inestable globalmente.

De aquí se derivan dos condiciones:

1. El equilibrio es globalmente estable si el exceso de demanda es positivo siempre que el precio sea menor que su valor de equilibrio y negativo cuando el precio esté por encima de su valor de equilibrio.
2. El precio es localmente estable si la condición (1) se cumple para precios situados en un pequeño entorno de un precio de equilibrio.

### **2.4.2 El método de Marshall**

En el método de Marshall se supone que los vendedores llevan su producción al mercado e intentan deshacerse de ella a toda costa.

Si la oferta es menor que la oferta de equilibrio, entonces el precio que los compradores estarán dispuestos a pagar (mediante subasta) será el precio de demanda que supera el precio de oferta. E inversamente al revés. Este proceso de subastas iterativas consiguen ajustar el precio de oferta al de demanda.

El proceso es estable cuando la curva de oferta tiene pendiente positiva y la curva de demanda pendiente negativa. Sin embargo, cuando la curva de oferta es negativa sólo será estable si la curva de demanda corta a la curva de oferta desde arriba.

## **2.5 El largo plazo**

En el largo plazo se considera que las empresas pueden modificar la tecnología y el tamaño de la planta. No existen barreras de entrada ni de salida, además, no existen beneficios económicos ya que, de haberlos, más empresas entrarían en el mercado (o saldrían si hubiese pérdidas). Los consumidores, pueden variar su comportamiento pero como sucesión de cambios a corto plazo por lo que estos son identificados por las empresas que ajustan el nivel de producción óptimo. Al igual que en el corto plazo, las empresas maximizarán su beneficio en el punto en el que el precio es igual a la curva de coste marginal. Sin embargo la curva de oferta del mercado no es posible obtenerla a

través de la suma de ofertas a largo plazo individuales ya que las empresas pueden retirarse del mercado si no son competitivas.

Dado que las empresas pueden modificar la tecnología y la planta, podemos distinguir tres tipos de industrias: las que tienen costes constantes, crecientes y decrecientes.

En el caso de costes constantes, la curva de oferta a largo plazo es una línea recta horizontal a un precio que es igual al coste medio mínimo de producción a largo plazo, es decir, es capaz de producir cualquier cantidad al precio dado.

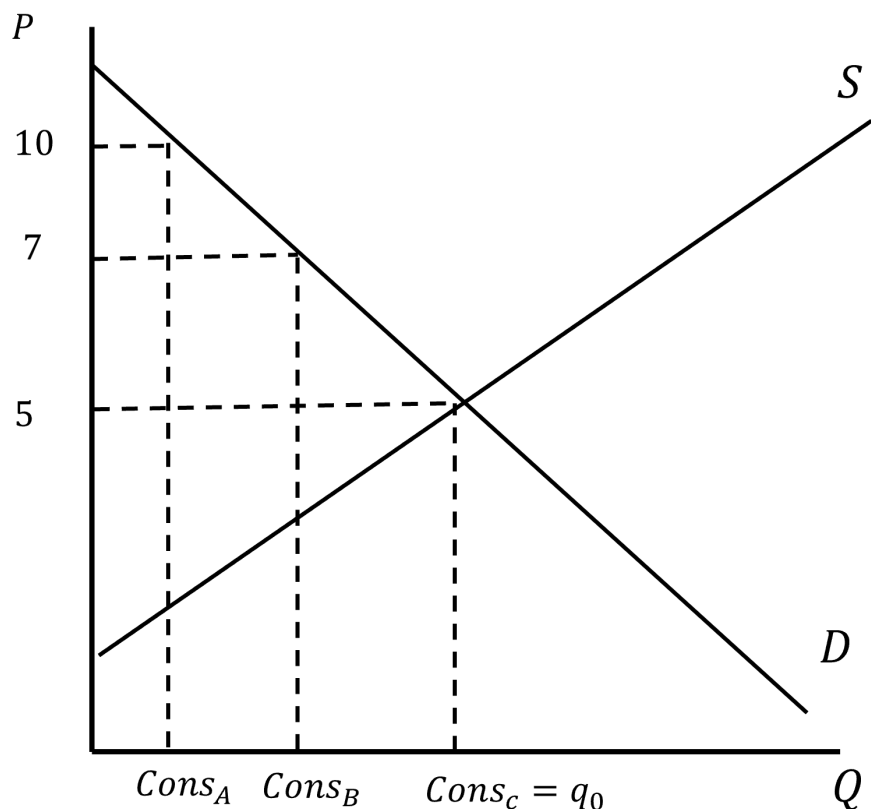
En el caso de costes crecientes, la curva de oferta tendrá pendiente positiva ya que solo producirá más en caso de que el precio se cada vez mayor.

Alternativamente, en caso de presentar la tecnología costes decrecientes, la curva de oferta tendrá pendiente negativa, pudiendo la industria afrontar más cantidad de producto a precios inferiores.

## **2.6 El equilibrio y el análisis del bienestar**

La fijación del precio y la cantidad de mercado en el caso competitivo se fija en el punto de corte de las curvas de demanda y de oferta del mercado. Es decir, aquel punto donde coincide exactamente el par precio-cantidad que tanto las empresas desean ofertar como los consumidores adquirir.

Graficamente



Sin embargo, como se observa en la gráfica, no todos los consumidores ni los productores están contentos con la fijación de cantidades. De hecho hay consumidores que querrían más cantidad de producto a menor precio y empresas que querrían mayor precio para vender más cantidades de producto. Los espacios entre las curvas por encima del punto de equilibrio se denominan exceso de oferta (por arriba) y exceso de demanda (por abajo).

Además, hay consumidores que estarían dispuestos a comprar menos cantidad de producto a un precio más elevado, de igual modo que hay empresas que solo venderían a ese precio menos cantidad de producto. Las áreas entre las respectivas curvas (de demanda y de oferta) y la recta de precio indican el excedente del consumidor y el excedente del productor respectivamente. Es decir, aquellos puntos en los que el precio entregado/recibido es inferior/superior al que estarían dispuestos a pagar/recibir por esos bienes.

En el equilibrio, todos los agentes maximizan bien su utilidad bien su beneficio por lo que el competitivo es un mercado eficiente. A través del análisis del excedente se puede determinar el grado de eficiencia de un mercado, es decir, podemos analizar si es posible que unos ganen sin que los otros pierdan.

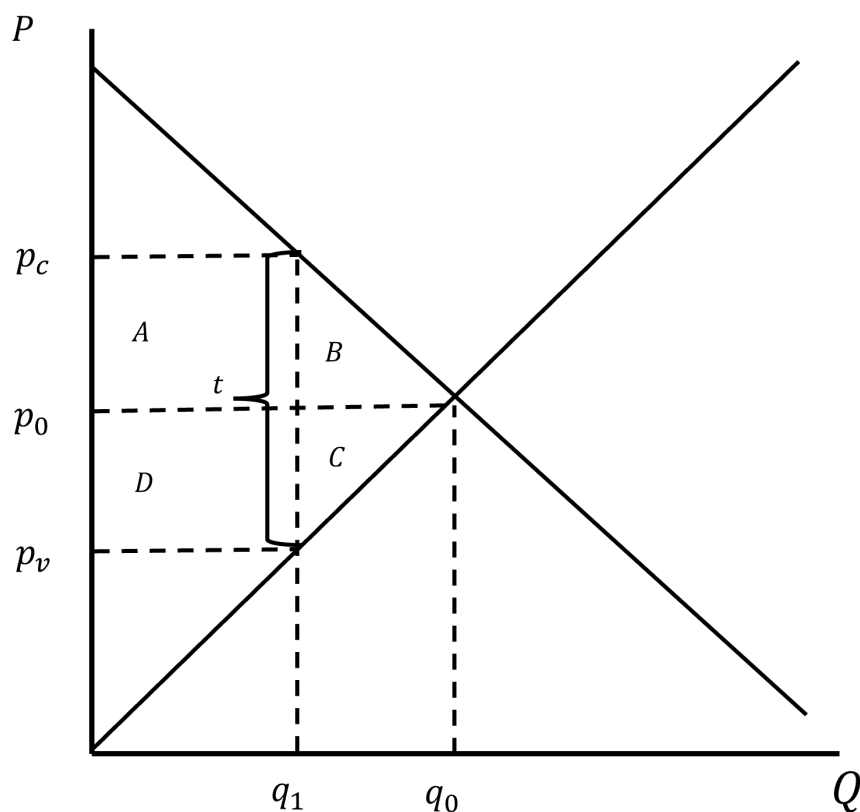
### 2.6.1 La fijación de impuestos

El mercado competitivo, por sus características y de acuerdo con los teoremas de la economía del bienestar, es eficiente y cualquier intervención pública de redistribución que varíe los precios relativos provoca pérdidas de bien-

estar.

En el caso de que un gobierno decidiese fijar un impuesto por unidad vendida, el consumidor pagaría un precio por encima del nivel de equilibrio y por lo tanto, consumiría una cantidad inferior. De igual modo, una vez descontado el impuesto, el productor recibiría un precio y cantidades inferiores a las de equilibrio.

Gráficamente la incidencia de un impuesto es



Es decir, hay una pérdida irrecuperable de eficiencia caracterizada por los sectores B y C. El Estado, a través del impuesto, captura las pérdidas de excedente de los sectores A y D, sin embargo, es incapaz de asimilar B y C por lo que la imposición no es eficiente.

### 3 El monopolio

Otro de los escenarios en los que puede desarrollarse una economía es el monopolio (pudiendo ser de oferta, o de demanda, cuyo nombre es monopsonio). En lo sucesivo nos centraremos en el monopolio de oferta, cuya extensión al monopsonio es prácticamente inmediata.

Su característica fundamental es la existencia de un único vendedor, lo que tiene implicaciones de calado. Este modelo entra dentro de los modelos de mercados de competencia imperfecta.

### 3.1 Características de mercado

En el mercado monopolista una única empresa es la que suministra la oferta del mercado. En este sentido, la empresa tiene la capacidad para fijar el precio de venta por lo que, a diferencia del mercado competitivo, esta no es precio-aceptante sino precio-decisora.

La empresa tiene dos restricciones fundamentales, la primera de ellas la tecnológica (ya que asumimos que estamos en el corto plazo, por lo que la firma no puede alterar la tecnología). La segunda es la cantidad de bienes que desean adquirir los consumidores.

### 3.2 El comportamiento de la empresa y el equilibrio

La empresa, cuyo comportamiento es racional, se enfrenta a un problema de maximización de beneficio cuya expresión es

$$\begin{aligned} \max \quad & py - c(y) \\ \text{sujeta a } & D(p) \leq y \end{aligned}$$

Es decir, maximizar el ingreso menos el coste sujeto a que la producción debe ser, al menos, la cantidad demandada. Sus condiciones de primer y segundo orden, una vez se transforma el problema de maximización en la función inversa de oferta son

$$\begin{aligned} p(y) + p'(y)y &= c'(y) \\ 2p'(y) + p''(y)y - c''(y) &\leq 0 \end{aligned}$$

Es decir, el beneficio es máximo cuando el coste marginal es igual al ingreso marginal. Dado que un aumento de producción conllevará una disminución de precio, la curva de ingreso marginal a la que se enfrenta el monopolista es

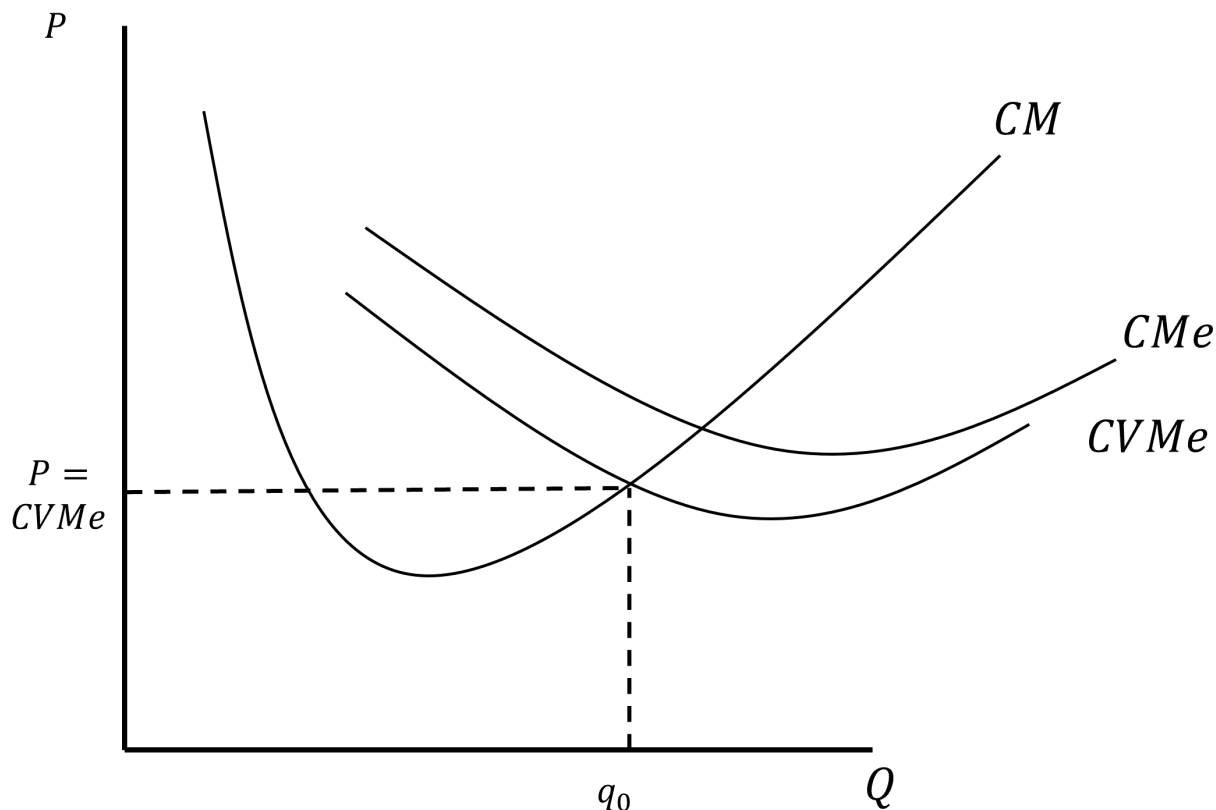
$$IM = p \, dy + dp \, y = \left[ p + \frac{dp}{dy} y \right] dy$$

o, reordenando e igualando al coste marginal

$$p(y) \left[ 1 + \frac{dp}{dy} \frac{y}{p} \right] = c'(y) \tag{1}$$

donde  $\frac{dp}{dy} \frac{y}{p} = \frac{1}{e(y)}$ , siendo  $e(y)$  la elasticidad-precio de la demanda que es, generalmente, negativa.

La ecuación (1) pone de manifiesto que el ingreso marginal que determina la cantidad de producto que pone la empresa en circulación siempre va a encontrarse por debajo de la curva de demanda o curva de ingreso medio (salvo para el caso trivial de  $p(0)$ ). El monopolista decidirá vender la cantidad máxima de producto que pueda producir dada su tecnología ( $IM=CM=q^*$ ) cuyo precio de mercado será aquel que el consumidor está dispuesto a pagar para dicho volumen de producción, es decir, su traslación a la curva de ingreso medio.



La elasticidad de la demanda es útil para determinar el grado de poder que la empresa tiene. A mayor elasticidad, menor será la discrepancia entre el ingreso medio y el ingreso marginal y, por tanto, menor será el poder de la empresa según el índice de Lerner ( $L = (p(y) - c'(y))/p(y) = -1/e(y)$ ).

### 3.3 Discriminación de precios

En términos generales, la discriminación de precios significa vender las diferentes unidades del mismo bien a precios distintos, o bien al mismo consumidor o bien a consumidores diferentes.

Para que la discriminación de precios sea una estrategia viable para la empresa, ha de poder clasificar a los consumidores e impedir la reventa.

La clasificación de los tipos de discriminación de precios es establecida por Pigou

### 3.3.1 Discriminación de primer grado

El vendedor cobra un precio diferente por cada unidad del bien de tal manera que el precio que cobra por cada una es igual a la disposición máxima a pagar por esa unidad. También conocido como discriminación de precios perfecta.

### 3.3.2 Discriminación de segundo grado

Los precios difieren dependiendo del número de unidades del bien que se compren, pero no de unos consumidores a otros. También es denominado fijación no lineal de los precios. Cada uno de los consumidores se enfrenta a la misma lista de precios pero estos dependen de las cantidades que compran.

### 3.3.3 Discriminación de tercer grado

Se cobran precios distintos a los diferentes compradores pero cada uno de ellos paga una cantidad constante por cada una de las unidades que compra del bien. Suele ser el tipo más frecuente de discriminación (descuentos a estudiantes o precios distintos según el día).

### 3.3.4 Análisis económico

Supongamos dos consumidores con la función de utilidad  $u_i(x) + y$ . La utilidad de no consumir  $x$  es 0 y la disposición máxima a pagar está representada por  $r_i(x)$ .

La ecuación

$$u_i(0) + y = u_i(x) - r_i(x) + y$$

expresa en el primer término la utilidad que aporta el consumo nulo y el segundo la que aporta el consumo de  $x$  unidades y el pago de su precio. Podemos establecer que

$$r_i(x) \equiv u_i(x)$$

La función inversa de demanda es igual a la utilidad marginal del bien  $x$ . Además supondremos que el segundo consumidor siempre está dispuesto a pagar más que el consumidor 1

$$u_2(x) > u_1(x)$$

Es decir, el consumidor 2 es de elevada demanda y el 1 de baja demanda.

El vendedor vende el bien  $x$  a un coste marginal constante de  $c$  por unidad tal que  $c(x) = cx$



**Primer grado** El problema de maximización del monopolista es maximizar el beneficio  $(r - cx)$  sujeto a que la utilidad debe ser igual a la disposición a pagar. La condición de primer orden establece que

$$u'(x^*) = c$$

Y el precio

$$r^* = u(x^*)$$

En este caso el monopolista alcanza una producción eficiente ( $u'(x^*) \equiv p(x) = c'(y)$ ). Esta solución también implica que el productor puede imponer un precio distinto por cada unidad. Si suponemos que la producción se descompone en  $n$  partes cuyo tamaño es  $\Delta x \Rightarrow x = n\Delta x$  entonces

$$\begin{aligned} u(0) + m &= u(\Delta x) + m - p_1 \\ u(\Delta x) &= u(2\Delta x) - p_2 \\ &\vdots \\ u((n-1)\Delta x) &= u(x) - p_n \end{aligned}$$

Entonces, y teniendo en cuenta que la suma de los precios debe ser igual a la utilidad, no importa cómo la empresa discrimine (como opción única o como disposición marginal a pagar).

**Segundo Grado o no lineal de los precios** Supongamos que los dos consumidores quieren consumir una determinada cantidad de bienes y se enfrentan a precios no lineales. Sus condiciones de participación y de incentivos o autoselección son, respectivamente

$$\begin{aligned} u_1(x_1) - r_1 &\geq 0 \\ u_2(x_2) - r_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} u_1(x_1) - r_1 &\geq u_1(x_2) - r_2 \\ u_2(x_2) - r_2 &\geq u_2(x_1) - r_1 \end{aligned}$$

Es decir, cada uno debe querer consumir lo suyo antes que lo del otro. Reordenadas quedan como

$$r_1 \leq u_1(x_1)$$

$$r_1 \leq u_1(x_1) - u_1(x_2) + r_2$$

$$r_2 \leq u_2(x_2)$$

$$r_2 \leq u_2(x_2) - u_2(x_1) + r_1$$

En el caso de maximización de los precios para el monopolista, sólo es relevante una de las dos primeras ecuaciones y una de las dos segundas. En concreto

$$r_2 = u_2(x_2) - u_2(x_1) + r_1$$

$$r_1 = u_1(x_1)$$

Estas implican que el consumidor de baja demanda pagará su disposición máxima a pagar mientras que el consumidor de alta demanda será aquel precio que lo induzca a consumir  $x_2$  en lugar de  $x_1$ .

Así pues, la ecuación de beneficio queda como

$$\pi = [u_1(x_1) - cx_1] + [u_2(x_2) - u_2(x_1) + u_1(x_1) - cx_2]$$

Donde diferenciando para cada bien

$$u'_1(x_1) = c + [u'_2(x_1) - u'_1(x_1)] > c$$

$$u'_2(x_2) = c$$

Esto quiere decir que el consumidor de baja demanda concede un valor marginal al bien superior a su coste marginal y consume una cantidad ineficientemente pequeña. El término entre corchetes es positivo por la propiedad de intersección única y de la mayor predisposición a pagar del consumidor 2.

**Tercer Grado** Existe discriminación de tercer grado cuando se cobra a cada consumidor un precio distinto pero estos pagan el mismo precio para todas las cantidades que adquieran. Supongamos la existencia de dos grupos,

por ejemplo de edad, y un descuento asociado a uno de esos grupos.

el problema de maximización es

$$p_1(x_1)x_1 + p_2(x_2)x_2 - cx_1 - cx_2$$

Cuyas CPO son

$$p_1(x_1) + p'_1(x_1)x_1 = c$$

$$p_2(x_2) + p'_2(x_2)x_2 = c$$

Expresado en términos de elasticidad

$$p_1(x_1)\left[1 - \frac{1}{\epsilon_1}\right] = c$$

$$p_2(x_2)\left[1 - \frac{1}{\epsilon_2}\right] = c$$

Donde el precio será mayor sólo si la demanda es más inelástica.

### 3.4 El análisis del bienestar

A la hora de considerar si un tipo de mercado es mejor que otro es importante evaluar la eficiencia de ambos mercados.

En el caso de la competencia perfecta, la cantidad y el precio se determina por la unión de las curvas de oferta y demanda. Ese punto de equilibrio es eficiente pues cualquier variación en cantidades manteniendo precios o viceversa implicaría una reducción de bienestar total.

Sin embargo, en el monopolio, el punto de equilibrio es menos eficiente que en el caso de competencia perfecta.

Dado que un equilibrio competitivo (CMg=D) produce más cantidad de producto a un precio menor que las decisiones de producción del monopolio representadas por el par  $\{Q_m, P_m\}$ . Al reducir en el monopolio las cantidades y aumentar el precio, la curva de demanda se contrae, estableciéndose un área donde se produce una pérdida irreparable de bienestar asociada al monopolio.

En este caso, la intervención del gobierno puede ser útil cuando desplace, a través de subvenciones o regulación para reducir las barreras de entrada, el punto de equilibrio acercándolo a  $\{Q_c, P_c\}$ .

### **3.4.1 La introducción de un impuesto**

Para continuar con la comparación entre el monopolio y la competencia perfecta, podemos analizar qué sucede con la economía cuando se introduce un impuesto por unidad producida.

En este caso, la empresa desplazará la curva de coste marginal hacia la izquierda, provocando una disminución de la producción y un alza de los precios.

Al igual que en competencia perfecta, la introducción de un impuesto reduce la cantidad de bienestar total en la economía, incluso la cantidad de bienestar de monopolio. Dado que la característica fundamental del monopolio es la existencia de poder de mercado por parte de la empresa, la empresa hará recaer mayor parte del impuesto en el consumidor, reduciendo el bienestar del consumidor por encima de la pérdida de bienestar de la empresa.

Por su estructura socialmente indeseable buena parte de las legislaciones nacionales se dotan de mecanismos para controlar y reducir la existencia de monopolios, tales como la Ley Sherman en EEUU y la política de competencia de la UE que forma parte central de la política económica y comercial de la Unión.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 6 Organización industrial: oligopolio y competencia monopolística

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

A pesar de que el modelo más básico de mercado y sobre el que se construyen la mayoría de modelos económicos de corte neoclásica es el modelo de competencia perfecta, existen otros modos de organización de los mercados donde la competencia no es perfecta, sino que existe un número limitado de agentes cuyas decisiones son importantes para la marcha del mercado, como en el caso del oligopolio, o existen suficientes diferencias entre los productos como para que sea irrelevante la participación de una determinada empresa como en el caso de la competencia monopolística.

## 2 El oligopolio

El oligopolio es un tipo de estructura de mercado en la cual las decisiones de los competidores van a determinar de forma significativa las decisiones de la empresa que compete. Es decir, es un mercado donde existen pocos competidores y la acción de uno, importa. Al igual que en otras situaciones de competencia imperfecta, es más relevante el estudio de las relaciones entre productores que entre consumidores.

### 2.1 El equilibrio de Nash y el caracter estratégico del oligopolio

Un componente importante de la teoría del oligopolio es la teoría de juegos. Un juego se define como una elección entre una serie de estrategias posibles en función de las estrategias que tomen el resto de jugadores. Básicamente la estructura de un juego es una triada de {Jugadores, Estrategias, Pagos} cada jugador dispone de una serie de estrategias a las que se asocian una serie de recompensas o pérdidas en función de la decisión del resto de jugadores, generalmente representadas a través de matrices de decisión.

El concepto de equilibrio de Nash (o de Cournot) es un elemento clave en la teoría de juegos y en el comportamiento estratégico. Este pone de relieve que es posible alcanzar una decisión de «compromiso» que beneficie comúnmente a los jugadores sin que ninguno de los jugadores esté en el mejor de los escenarios posibles en los que estaría individualmente. Es decir, un equilibrio de Nash no necesariamente coincide con un equilibrio competitivo o paretiano.

El equilibrio de Nash requiere del conocimiento del conjunto de estrategias posibles y asume que el comportamiento del resto de jugadores es racional o guarda alguna pauta predecible. En este sentido, como se detallará más adelante, las empresas en oligopolio generalmente tienden, por el bien propio, a soluciones no competitivas que aseguran que están en el mejor de los escenarios posibles dada la actuación del resto de empresas.

### 2.2 Supuestos básicos

Al igual que en otros modelos, en el oligopolio la función fundamental de las empresas es la de maximizar el beneficio. Estas incorporarán a sus decisiones las decisiones previstas de sus competidores desde un punto racional. Además, se les presupone la posibilidad de pactar (y quebrar el pacto) para repartirse el mercado -colusión-.

Existen dos empresas cuya función de costes viene dada por

$$C_i = c_i q_i \quad i = 1, 2 \quad c_i > 0$$

con costes marginales constantes, cuyos productos producidos pueden ser iguales o no.

La función de demanda inversa a la que se enfrenta la empresa  $i$  es

$$p_i = \alpha_i - b_i q_i - \gamma q_j \quad i, j = 1, 2 \quad i \neq j$$

con bienes sustitutivos perfectos lo que implica que los precios de mercado deben ser idénticos.

La función de beneficios viene dada por

$$\pi_i(q_1, q_2) = p_i q_i - c_i q_i = (\alpha_i - c_i - \gamma q_j) q_i - b_i q_i^2 \quad i, j = 1, 2 \quad i \neq j \quad (1)$$

Los beneficios serán máximos si tomamos  $q_j$  como valor dado en

$$q_i = \frac{\alpha_i - c_i - \gamma q_j}{2b_i} \quad i, j = 1, 2 \quad i \neq j \quad (2)$$

### 2.3 El modelo de Cournot

Suponiendo la existencia de una producción agregada de

$$Y = y_1 + y_2$$

y una función inversa de demanda tal que

$$p(Y) \equiv p(y_1 + y_2)$$

La empresa 1 se enfrenta al problema de maximización de beneficio

$$\max \pi_1(y_1, y_2) = p(y_1 + y_2) y_1 - c_1 \quad (3)$$

De donde se deriva que los beneficios de 1 dependen del nivel de producción de 2.

El modelo de Cournot es un juego que se juega una vez, donde 1 maximiza suponiendo la expectativa de que la otra empresa haga lo mismo. Así pues, un equilibrio de Nash y Cournot debe satisfacer las CPO

$$\frac{\partial \pi_1(y_1, y_2)}{\partial y_1} = p(y_1 + y_2) + p'(y_1 + y_2)y_1 - c'_1(y_1) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \pi_2(y_1, y_2)}{\partial y_2} = p(y_1 + y_2) + p'(y_1 + y_2)y_2 - c'_2(y_2) = 0 \quad (5)$$

Y sus condiciones de segundo orden para cada una de las empresas son

$$\frac{\partial^2 \pi}{\partial y_i^2} = 2p'(Y) + p''(Y)y_i - c''_i(y_i) \leq 0 \quad (6)$$

La CPO de la empresa 1 determina su elección óptima en función de su expectativa sobre el nivel de producción que elegirá la 2. Esta relación es la **curva de reacción**. Suponiendo que existe una regularidad suficiente, la curva de reacción de la empresa 1  $f_1(y_2)$  viene definida implícitamente por

$$\frac{\partial \pi_1(f_1(y_2), y_2)}{\partial y_1} \equiv 0 \quad (7)$$

Para averiguar cómo altera óptimamente la empresa 1 su nivel de producción cuando cambian las expectativas sobre el de la 2, podemos diferenciar esta identidad y despejar la derivada de la función de reacción

$$f'_1(y_2) = -\frac{\partial^2 \pi_1 / \partial y_1 \partial y_2}{\partial^2 \pi_1 / \partial y_1^2} \quad (8)$$

El denominador es negativo por (6) siendo la pendiente de las curvas de reacción negativas por la concavidad de la inversa de demanda (dado que el numerador  $\partial^2 \pi_1 / \partial y_1 \partial y_2 = p'(Y)p''(Y)y_1$ ).

El signo de esa derivada parcial va a definir la pendiente de las curvas de reacción. Cuando las cantidades son las variables de la derivada parcial cruzada, lo más habitual es que el signo sea negativo y se hable de bienes sustitutivos estratégicos. Si fuese positivo serían complementarios estratégicos.

El equilibrio se dará en aquel punto en que las curvas de reacción se crucen.

### 2.3.1 Más de una empresa

Definimos la condición de óptimo de la empresa como la igualación de ingreso marginal a coste marginal. Esta condición puede ser expresada como

$$p(Y) \left[ 1 + \frac{dp}{dY} \frac{y_i}{p} \right] = c'_i(y_i) \quad (9)$$

Podemos llamar  $s_i = y_i/Y$ , es decir la proporción de producción de la industria correspondiente a la empresa i,



entonces tenemos

$$p(Y) \left[ 1 + \frac{dp}{dY} \frac{Y}{p} s_i \right] = c'_i(y_i) \quad (10)$$

Es decir,

$$p(Y) \left[ 1 + \frac{s_i}{\epsilon} \right] = c'_i(y_i) \quad (11)$$

Donde  $\epsilon$  es la elasticidad de la demanda de mercado. Así, si el peso de la empresa medido en  $s$  es total, estaremos en una situación de monopolio, mientras que conforme se acerca a 0 estaremos más cerca de un equilibrio competitivo.

En caso de costes marginales constantes y un peso repartido de las empresas tal que  $s = 1/n$ , entonces la expresión anterior hace que el precio sea un margen constante sobre el coste marginal donde conforme aumente el número de empresas, el precio se irá igualando al coste marginal.

**El bienestar** De lo anterior es inmediato inferir que la pérdida de bienestar respecto a la eficiencia del mercado se ubicará en un punto intermedio entre la pérdida de eficiencia de monopolio y la eficiencia de competencia perfecta. El objetivo de eficiencia general es que se maximice la utilidad menos los costes, lo que sucede en la industria competitiva mientras que en monopolio se maximizan simplemente los beneficios. Una industria de Cournot maximiza una suma ponderada de estos dos objetivos, donde los pesos de ponderación dependen del número de empresas.

## 2.4 El modelo de Bertrand

El modelo de Bertrand surge cuando las empresas compiten en precios. Supongamos que los costes marginales son constantes e igual a  $c_{1,2}$  donde  $c_2 > c_1$ . La empresa 1 se enfrenta a una curva de demanda donde cree que si sus precios son inferiores a los de la competencia se llevará todo el mercado, si se igualan lo compartirán por igual y si los supera no ganará nada; la empresa 2 hace el mismo razonamiento.

Si la empresa 1 fijase un precio superior al coste marginal de 2, la empresa 2 simplemente tendría que fijar un precio entre ambos valores para tener menor precio y, además, ganancias económicas.

El equilibrio de Nash se alcanza cuando la empresa 1 fija un precio igual al coste marginal de 2, mientras que la empresa 2 para cualquier precio superior a su coste marginal no producirá nada. El diseño del juego es similar al de una puja de sobre cerrado.

### 2.4.1 Caso de costes marginales iguales

Si los costes marginales fuesen iguales, la posibilidad de fijar precios libremente no es tal pues se ven sujetos a la opción del rival, que, para asegurarse que se lleva todo el mercado puede rebajar el precio hasta un límite que es el del coste marginal. Esto provocará que ambas empresas fijen el nivel eficiente y, paradójicamente (Paradoja de Bertrand), la capacidad de modificación de precios les lleva a operar como agentes competitivos.

## 2.5 Dualidad Cournot-Bertrand

En ambos modelos se ha supuesto que los bienes eran sustitutivos perfectos. Suponiendo funciones de demanda lineales (que no resta generalidad), podemos definir las funciones inversas de demanda como

$$p_1 = \alpha_1 - \beta_1 y_1 - \gamma y_2 \quad (12)$$

$$p_2 = \alpha_2 - \beta_2 y_2 - \gamma y_1 \quad (13)$$

Donde los efectos cruzados de los precios son simétricos.

Las funciones directas de demanda son

$$y_1 = a_1 - b_1 p_1 - c p_2 \quad (14)$$

$$y_2 = a_2 - b_2 p_2 - c p_1 \quad (15)$$

Así, cuando  $\alpha_1 = \alpha_2$  y  $\beta_1 = \beta_2 = \gamma$ , los bienes son sustitutivos perfectos.

Si suponemos para mayor sencillez costes marginales nulos, entonces la empresa 1 maximiza en Cournot

$$(\alpha_1 - \beta_1 y_1 - \gamma y_2) y_1 \quad (16)$$

Y en Bertrand

$$(a_1 - b_1 p_1 + c p_2) p_1 \quad (17)$$

Las estructuras matemáticas son similares, por lo que el equilibrio de Cournot con productos sustitutivos ( $\gamma > 0$ ) tiene la misma estructura que Bertrand con productos complementarios ( $c < 0$ ).

Cuando se calcula un resultado en competencia de Cournot es posible, sustituyendo letras griegas por latinas obtener un resultado sobre la competencia de Bertrand.

Así, por ejemplo, cuando hay bienes heterogéneos, la curva de reacción en la empresa 1 en Cournot es

$$y_1 = \frac{\alpha_1 - \gamma y_2}{2\beta_1} \quad (18)$$

O su equivalente en Bertrand

$$p_1 = \frac{a_1 + cp_2}{2b_2} \quad (19)$$

Así, la curva de reacción de Cournot tiene una pendiente contraria a la Bertrand. Si la empresa 2 aumenta su nivel de producción, la 1 querrá reducir el suyo para obligar a subir el precio. Si la opción de la empresa 2 es sobre precio, a la empresa 1 le resultará rentable subir el suyo para coincidir con el de la empresa 2.

## 2.6 El modelo de Stackelberg

En este caso, el supuesto de partida es que existe una empresa líder que fija su nivel de producción e, inmediatamente después, lo fija la siguiente empresa. A diferencia del caso de Cournot, la fijación de producción es permanente.

Por lo tanto, la empresa 1 maximizará su producción sabiendo que la empresa 2 utilizará la función de reacción en función de la producción elegida. Así pues, para la empresa 1 la determinación de su producción no depende más que de sí misma.

La condición de primer orden de maximización de la empresa 2 es igual que en el caso de Cournot (5), de donde suponiendo el caso de una función inversa de demanda lineal, la función de reacción  $f_2(y_1)$  tendrá la forma

$$f_2(y_1) = \frac{\alpha - \gamma}{2\beta} - \frac{1}{2}y_1 \quad (20)$$

Lo que implicará que el problema de maximización de la empresa 1 sea

$$p(y_1 + f_2(y_1))y_1 - c_1(y_1) \quad (21)$$

cuyas CPO son

$$p(Y) + p'(Y)[1 + f_2'(y_1)]y_1 = c_1'(y_1) \quad (22)$$

Que resuelve el problema de producción.

De acuerdo con la teoría de la preferencia revelada, dado que el líder de Stackelberg elige el punto óptimo en la curva de su competidor frente a Cournot donde es un punto «arbitrario» de esa curva, los beneficios del líder en Stackelberg serán por lo general más altos.

En el caso de productos homogéneos, las cantidades producidas por la empresa 1 y 2 son, respectivamente

$$q_1^s = (\alpha - c)/2\gamma$$

$$q_2^s = (\alpha - c)/4\gamma$$

La solución de Stackelberg es también un equilibrio de Nash siempre que la decisión de 1 sea creíble ya que ambas empresas maximizan sus producciones dadas las producciones de las otras.

En este caso, la empresa líder obtiene mayor cuota de mercado gracias a la ventaja de fijar en primer lugar la producción.

## 2.7 La colusión

Hasta ahora se ha considerado que las empresas aspiran a maximizar sus beneficios de forma individual. Sin embargo, si estas deciden maximizar de forma conjunta sus beneficios, se enfrentarán a una única curva de beneficios a maximizar que dará como conclusión que los costes marginales de ambas empresas deben ser iguales.

Sin embargo, este equilibrio es inestable. Siempre existe la tentación de producir por encima de lo acordado. Es inestable no sólo si cree que la otra empresa se mantendrá en el acuerdo (donde obtendría todos los beneficios para ella) sino que si la otra también incumple, tiene fuertes incentivos para aumentar su producción.

## 2.8 Las extensiones del oligopolio a los juegos repetidos

Los modelos anteriormente descritos, aunque de implicaciones lógicas iterativas, se supone que se realizaban en un único periodo. No obstante, el mercado -y particularmente las reacciones de empresas ante la competencia- tienen más sentido cuando se considera que hay un continuo (una repetición del juego, de la interacción).

Una de las consecuencias inmediatas es que ahora los acuerdos importan. Si una empresa decide quebrar un acuerdo, dado que el juego se repite en más periodos, la otra empresa puede iniciar una guerra de precios con consecuencias negativas para ambas.

Este principio es débil en un punto.

Si la repetición es finita, el último periodo es un periodo inestable donde las empresas pueden actuar como en el juego de un único periodo ya que no hay lugar a posibles sanciones, esto se traslada al periodo inmediatamente anterior, dado que ambas empresas saben que en el último periodo romperán el acuerdo por lo que la amenaza de sanción carece de sentido también en el penúltimo periodo, cuestión que se puede extender hasta el primer periodo sucesivamente. El equilibrio será, en caso de decidir precios, a lo Bertrand.

Si la repetición es finita pero su final es incierto, las implicaciones de un pacto pueden sostenerse como si de una serie infinita se tratase.

El problema básico de las soluciones de oligopolio con repeticiones infinitas será el diseño de sanciones suficientes para asegurar que el incentivo a romper el acuerdo no sea beneficioso para ninguno de los participantes.

### **3 La competencia monopolística**

Si bien el oligopolio se basa en la existencia de un número reducido de empresas que pueden ofrecer un producto homogéneo (o no), la competencia monopolística se centra en un mercado donde existe un volumen elevado de empresas que compiten para el mismo producto pero diferenciado. Es decir, existen curvas de demanda específicas por producto para el conjunto de la industria. Además, se entiende que la diferenciación no es costosa por lo que existe libertad de entrada y salida de empresas.

Así pues, el modelo de competencia monopolística se enfrenta a curvas de demanda individuales negativas (en lugar de planas como en el caso de la competencia perfecta), pero se enfrenta a un mercado con muchos posibles competidores.

#### **3.1 La determinación de precios en el corto y el largo plazo**

##### **3.1.1 El corto plazo**

En el corto plazo la empresa tiene un comportamiento similar al de la empresa monopólica. Dada la curva de demanda decreciente para su producto, es posible para la empresa fijar un precio superior a la cantidad que maximiza su beneficio en los puntos de corte de las curvas de coste marginal y de ingreso marginal.

En ese punto, la brecha entre el coste medio y el ingreso medio (la curva de demanda), da el beneficio de la empresa monopolista. Esta cantidad y precio siempre serán más ineficientes que en condiciones de mercado perfecto, capturando el productor parte del excedente del consumidor.

##### **3.1.2 El largo plazo**

Dada la existencia de beneficios para cada empresa, esto incentiva la entrada de otras empresas que obligarán a elevar en el largo plazo la curva de costes medios a la vez que la demanda de su producto se reduce por la entrada de empresas competidoras. Al igual que en el modelo de competencia perfecta, el largo plazo implica que no existen beneficios económicos para las empresas que participan en el mercado por lo que la curva de costes medios ha de ser tangente a la curva de ingreso medio. Este será el punto que determine el precio de la mercancía y, por tanto, el volumen de producción asociado.

#### **3.2 El coste de bienestar en el mercado de competencia monopolista**

Ya hemos señalado que, al igual que en el monopolio, se genera una pérdida de eficiencia en el conjunto de la economía. Pero, además, por las características de la curva de demanda a la que se enfrenta y la elevación de los costes

por la entrada de nuevos participantes en el largo plazo, la empresa corta tangencialmente la curva de costes medios con la de ingreso medio en un punto que no es mínimo para la empresa. Es decir, ésta podría producir más cantidad de forma más eficiente.

No obstante, en un análisis más general del mercado es probable que, dado que el poder de monopolio de cada empresa es pequeño debido a la gran cantidad de competidores, la posibilidad de ofrecer productos diferenciados y, por tanto, variedad, tenga en el consumidor los suficientes beneficios como para que su regulación por parte del sector público no sea necesaria.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 7. Teoría del equilibrio general

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

## 1 Introducción

La economía, como un todo, es una sucesión de elementos interconectados e interdependientes. El análisis de ese todo agregado de interacciones se conoce como equilibrio general y fue formulado inicialmente por Leon Walras a finales del siglo XIX y, posteriormente concretado y demostrado por Arrow, Debreu y McKenzie.

## 2 Descripción de la economía. Supuestos básicos

Supondremos una economía de intercambio puro (E) que se compone de dos elementos: mercancías, consumidores.

Las mercancías se representan por  $k = 1, 2, \dots, l$  y se suponen perfectamente divisibles.

Los consumidores (I) se representan por  $i = 1, 2, \dots, m$  y se representan por una terna de dotación de recursos ( $w_i$ ), preferencias  $\succsim^i$  y un plan de consumo  $x_i \in X_i$ .

## 3 Definiciones iniciales

En una economía de intercambio puro los agentes distribuyen sus dotaciones iniciales, bien consumiéndolas o bien intercambiándolas con otros agentes.

Se dice que una economía E presenta una asignación factible cuando los bienes de la misma son iguales a la dotación inicial.

Una asignación será eficiente (Pareto-óptima) si no hay una asignación factible alternativa que permita mejorar sin que otro agente empeore. Además, los agentes desean variar su dotación por una asignación que les proporcione más utilidad (eficiente y racional).

El conjunto presupuestario  $B_i(p, w_i)$  que representa la dotación de recursos que tiene cada individuo dado un nivel de precios.

El conjunto de demanda  $\Phi_i(\succsim^i, w_i, p)$  como el conjunto de preferencias factibles, dado el nivel de precios y las dotaciones iniciales de cada individuo.

## 4 El modelo de la caja de Edgeworth

El modelo de la caja de Edgeworth reduce el tipo de mercancías y la cantidad de individuos a 2. Cada individuo posee un conjunto estrictamente positivo de ambas mercancías.

Por simplicidad supondremos que ambos consumidores poseen conjuntos de consumo compactos que igualaremos.



Las preferencias del consumidor  $i$ -ésimo están descritas por una función de utilidad continua, estrictamente cuasicóncava y monótona. El dominio de definición de sus demandas es mayor que 0.

Dado un vector de precios, cada consumidor maximiza su utilidad sobre el conjunto presupuestario obteniendo una única solución  $x_i^* = d_i(p)$  que varía continuamente con los precios.

Las cantidades que los consumidores desean intercambiar vienen descritas por las demandas netas. Para que el intercambio pueda suceder a un determinado precio, debe ocurrir que las cantidades demandadas y las ofertadas sean las mismas, es decir, que la suma de sus demandas coincida con la suma de sus dotaciones o, lo que es lo mismo, que la suma de las demandas netas sea igual a 0.

Es decir, un equilibrio es, por tanto, una situación donde cada consumidor maximiza su utilidad tomando los precios como dados y estas acciones son compatibles con los recursos existentes. Formalmente  $[p^*, x_1^*, x_2^*] \in (\mathbb{R}_+^2 - \{0\}) \times X_1 \times X_2$  es un equilibrio competitivo si  $x_i^* = d_i(p^*)$ ,  $i = 1, 2$  y  $x_1^* + x_2^* = w_1 + w_2$ .

Es posible describir un equilibrio gráficamente en el diagrama de la Caja de Edgeworth.

## 4.1 Diagrama

Las dimensiones del diagrama rectangular son las dotaciones iniciales, midiéndose la cantidad total del bien 1 verticalmente y las del bien dos horizontalmente.

Las dotaciones del individuo 1 se representan partiendo desde la esquina inferior izquierda y las del 2 desde la esquina superior derecha. Ello permite dibujar las curvas de indiferencia de los consumidores restringidas al conjunto de planes de consumo factibles.

Sea cual sea el vector de precios, el conjunto presupuestario del consumidor 1 se encuentra bajo la línea con pendiente  $-p_2/p_1$  que pasa por el punto  $w$  y los del consumidor 2, por encima.

Por otro lado, la curva oferta-demanda del  $i$ -ésimo consumidor es una línea que pasa por el punto  $w_i$  y se encuentra en el conjunto  $MI_i(w_i) = \{x_i \in \mathbb{R}_+^2 / u_i(x_i) \geq u_i(w_i)\}$ . Dado que las preferencias son monótonas, ese conjunto para el consumidor 1 viene dado por los puntos por encima de la curva de indiferencia que pasa por  $w_1$  y de análoga forma para el consumidor 2 bajo la curva de indiferencia suya. Los resultados de equilibrio estarán en la lente que se forma dado que define los planes de consumo que son factibles y que además mejoran o igualan la utilidad de la dotación inicial.

Particularmente ocurrirá un equilibrio cuando las curvas de oferta-demanda de ambos se corten en el interior de esa lente. La pendiente de la línea que corta la intersección de ambas curvas pasando por el punto  $w$  da el vector de precios de equilibrio. Los precios vienen dados y se enfrentan a una recta presupuestaria común. Solo las cestas situadas en la recta presupuestaria son factibles para ambos consumidores simultáneamente. Dado que cada punto de la curva oferta-demanda representa un punto de tangencia entre la restricción presupuestaria y la curva de indiferencia más alta a la que el consumidor puede acceder, el punto de corte de la restricción presupuestaria

con la curva oferta-demanda del consumidor 1 nos dice cuál es el plan de consumo óptimo para el consumidor a precios  $p^*$ . Cuando la restricción presupuestaria corta a ambas curvas de oferta-demanda a la vez se tiene que:

1. El consumidor elige su consumo óptimo
2. Ambos consumos son compatibles con los recursos existentes

Dada la condición de tangencia con las curvas de indiferencia y que la tangencia común viene dada por la restricción presupuestaria, nos encontramos con que no es posible mejorar la utilidad de uno sin empeorar la del otro (**Pareto eficiencia**). Si, además, las funciones de utilidad son diferenciables, entonces la RMS coincide con el cociente de precios.

**Lente vacía** Puede suceder que el interior de la lente fuese vacío si las curvas de indiferencia fuesen tangentes en el punto  $w$ . En tal caso, los consumidores no intercambiarían porque desean consumir exactamente su dotación inicial. También debe suceder que los precios sean estrictamente positivos para que los consumidores no quisiesen más cantidad de la disponible del bien que tuviese precio nulo.

**Ley de Walras** El razonamiento anterior puede extenderse a más consumidores donde. Para ello partiremos de nuevo de dos consumidores y dos mercancías cualesquiera. El vector de precios debe implicar que el valor monetario de la demanda de cada bien menos el valor monetario de las dotaciones de cada bien es igual a 0 por la monotonía de las preferencias. En términos de demandas netas

$$p_1[d_{11}^N(p) + d_{21}^N(p)] + p_2[d_{12}^N(p) + d_{22}^N(p)] = 0$$

, es decir, la ley de Walras.

La Ley de Walras implica que con precios estrictamente positivos, la existencia de exceso de oferta en el mercado del bien 1 implica un exceso de demanda en la demanda del bien 2 y que habrá equilibrio en uno de los mercados si lo hay también en el otro. De esta forma es posible representar el modelo de dos mercados mediante el estudio de uno solo.

Dado que la función de demanda es HGO en precios se puede tomar  $p_1 + p_2 = 1$  y estudiar el mercado de ambos bienes como función de  $p_2$ , por ejemplo (lo cual equivale a multiplicar el vector de precios por  $\lambda \equiv \frac{1}{p_1 + p_2}$ ).

Así, las funciones de demanda neta agregadas (o función de exceso de demanda):

$$\begin{aligned} z_1(p_2) &= d_{11}^N(1 - p_2, p_2) + d_{21}^N(1 - p_2, p_2) \\ z_2(p_2) &= d_{12}^N(1 - p_2, p_2) + d_{22}^N(1 - p_2, p_2) \end{aligned}$$

El mercado 2 estará en equilibrio cuando para algún precio  $p_2^*$  la función de exceso de demanda sea 0. Es decir, cuando la función  $z_2$  corte al eje de los precios. Si el precio de 2 fuese 0, por monotonía de las preferencias el exceso de demanda sería positivo. Si fuese 1, entonces por el mismo razonamiento el exceso de demanda del bien 1 sería positivo. Por continuidad, un valor positivo pequeño  $\epsilon$ , con  $p_2 = 1 - \epsilon$  también hace que el exceso de demanda sea positivo en 1, y por tanto, negativo en 2. Así, esto implica necesariamente la existencia de un valor comprendido entre 0 y 1 que haga que el exceso de demanda de 2 sea 0 y, por tanto, también en 1.

## 5 El equilibrio walrasiano

### 5.1 La extensión a m consumidores y l mercancías

Los supuestos para cada individuo en el caso acotado a dos son extensibles a m individuos y l mercancías.

Supondremos una economía de intercambio puro (E) que se compone de dos elementos: mercancías, consumidores.

Las mercancías se representan por  $k = 1, 2, \dots, l$  y se suponen perfectamente divisibles.

Los consumidores (I) se representan por  $i = 1, 2, \dots, m$  y se representan por una terna de dotación estrictamente positiva de recursos ( $w_i$ ), preferencias expresadas en una función de utilidad  $u_i$ , continua, estrictamente cuasi-cóncava y monótona y un plan de consumo  $x_i \in X_i$ .

Por tanto sus preferencias son completas, transitivas, continuas, estrictamente convexas y monótonas y posee cantidades estrictamente positivas de todos los bienes.

El problema del individuo es maximizar su utilidad sujeto a la restricción presupuestaria dada por su dotación inicial de bienes. Así pues, y suponiendo que en la demanda del consumidor se expresan los resultados del problema de maximización

$$z(p) = \sum_{i=1}^m d_i^N(p) = \sum_{i=1}^m d_i(p) - \sum_{i=1}^m w_i$$

dado que en equilibrio el consumidor gasta toda su dotación inicial en la demanda de bienes (de esta o intercambiados), obtenemos que

$$\sum_{i=1}^m p d_i^N(p) = 0$$

Es decir, para cualquier vector de precios el valor del exceso de demanda es siempre igual a cero.

Un equilibrio de intercambio es aquel en el que cada consumidor maximiza su utilidad bajo su restricción presupuestaria y estas acciones son compatibles con los recursos totales disponibles, esto es, una redistribución de los recursos disponibles de modo que, a los precios de mercado, cada consumidor acaba consumiendo la combinación de bienes que prefiere entre las que puede pagar.

Denominaremos asignación al punto  $(x_i)_{i=1}^m$  del conjunto  $\prod_{i=1}^m X_i$  que será factible cuando  $\sum_{i=1}^m x_i = \sum_{i=1}^m w_i$ .

De este modo y formalmente, un equilibrio de intercambio es un vector de precios y una asignación  $[p^*, (x_i^*)_{i=1}^m]$  dentro de un conjunto de consumo tales que:

$$B_i(p^*) \equiv \{x_i \mid p^* x_i \leq p^* w_i\} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^m x_i^* = \sum_{i=1}^m w_i \quad (2)$$

La oferta es igual a la demanda en todos los mercados y los consumidores maximizan su utilidad sobre un conjunto presupuestario. Donde  $p^*$  es el vector de precio que hace que  $z(p^*) = 0$ . Esto implica un sistema de  $l$  ecuaciones con  $l$  incógnitas que deben ser solucionables para cualquier forma de la función exceso de demanda continua.

Retomando la normalización de precios, dada la homogeneidad de grado 0 del exceso de demanda, podemos transformar los precios en

$$p' = p\lambda$$

donde  $\lambda = \frac{1}{\sum_{k=1}^l p_k}$ , haciendo que los precios transformados sean un porcentaje del propio precio, quedando definida la suma de los nuevos precios como 1. A este conjunto de precios normalizados se le llama simplex de precios. De este modo las funciones de demanda están ahora definidas sobre un conjunto compacto y convexo.

## 5.2 La existencia de equilibrio

El equilibrio existe cuando la curva de demanda es continua, es decir, el vector de precios es siempre positivo. Para demostrar este extremo se recurre al teorema del punto fijo tomando el sistema de precios simplex.

Construyendo una función auxiliar  $g_k(p)$ , de  $P$  en  $P$ , continua, con dominio compacto y convexo tal que

$$g_k(p) = \frac{p_k + \max 0, z_k(p)}{1 + \sum_{t=1}^l \max 0, z_t(p)}$$

Donde  $g_k(p)$  aplica  $P$  sobre sí mismo ya que sea cual sea  $p$ , la suma de  $g_k(p)$  es igual a 1. Por tanto se puede aplicar el teorema del Punto Fijo de Broewer que asegura que existe un  $p^* \in P$  tal que  $g(p^*) = p^*$ , ello permite expresar:

$$p_k^* = \frac{p_k^* + \max 0, z_k(p)}{1 + \sum_{t=1}^l \max 0, z_t(p)}$$

Dado que  $p^* z(p^*) = 0$ , si operamos en la ecuación anterior multiplicando por  $z_k(p^*)$  y sumando sobre  $k$ , nos queda que

$$\sum_{k=1}^l z_k(p^*) \max 0, z_k(p^*) = 0$$

donde cada termino es necesariamente menor o igual a 0, ya que:

1. Si  $z_k(p^*) < 0$  entonces  $\max 0, z_k(p^*) = 0$
2. Si  $z_k(p^*) \geq 0$  entonces  $z_k(p^*) \max 0, z_k(p^*) = [z_k(p^*)]^2$  que no se cumpliría de haber algún exceso estrictamente positivo.

Las condiciones para que  $p^* > 0$ ,  $z(p^*) \leq 0$  y  $p^* z_k(p^*) = 0$  solo puede darse si  $z_k(p^*) = 0$  o  $z_k(p^*) < 0$  y  $p_k^* = 0$ . De lo que se deduce que ningún precio deseable puede ser negativo. Esto, a su vez, nos lleva a que si  $p_k^* > 0$  entonces  $z_k(p^*) = 0$ . Es decir, la existencia de equilibrio requiere de precios estrictamente positivos para todos los bienes.

**Precios positivos** El requisito de estricta positividad de precios puede tener afectaciones a la utilidad del consumidor. Observemos que este resultado, además de un requisito, es congruente.

Se construye una economía artificial compacta y convexa suficientemente grande donde todos los planes de consumo están contenidos en ella  $\tilde{X}_i = \{x_1 \in R_+^l / x_i \leq 2 \sum_{i=1}^m w_i\}$ .

Sea  $x_i^* = \tilde{d}_i(p)$  la solución del problema de maximización de la utilidad es inmediato comprobar que es una función continua para todo  $p$  en  $P$ , dado que se obtiene como el máximo de la función continua de utilidad sobre un conjunto compacto. Esta construcción nos permite demostrar el Teorema que dice que el vector de precios de equilibrio de la economía original es estrictamente positivo.

Tomemos un vector de precios que haga que  $\tilde{z}(p^*) = 0$  con  $p^* \gg 0$ , y  $x_i^* = \tilde{d}_i(p^*)$ .

Por construcción  $x_i^*$  es no negativo y la suma de las demandas individuales es igual al conjunto de dotaciones disponibles, siendo  $x_i^*$  una asignación factible de la economía original. Esto cumple que  $x_i^* \leq 2 \sum_{i=1}^m w_i$ .

Así pues, supongamos que existe algún consumidor que para el mismo vector de precios, obtendría otras cantidades. Es decir

$$\tilde{d}_i(p^*) = x_i^* \neq d_i(p^*) = x_i'$$

Si esto es así, debe suceder que los precios por la nueva demanda sea igual a los precios por la dotación siempre que la utilidad de la nueva demanda sea mayor que la utilidad de la antigua. Este punto no puede estar en los conjuntos

$\tilde{X}_i$  porque de estarlo satisfaría la restricción presupuestaria del consumidor y eso es incompatible con que  $\tilde{d}_i(p^*) = x_i^*$ .

Si definimos un vector entre 0,1  $\lambda$  tal que  $x_i(\lambda) = \lambda x_i^* + (1 - \lambda)x_i'$  entonces es inmediato comprobar que  $p^* x_i(\lambda) = p^* w_i$ . Si el valor de  $\lambda$  fuese cercano a 1, entonces

$$x_i(\lambda) = \lambda x_i^* + (1 - \lambda)x_i' < 2 \sum_{i=1}^m w_i$$

Esto querría decir que, por la estricta convexidad de las preferencias, la utilidad de  $x_i(\lambda)$  es mayor que la de  $x_i^*$ , lo que contradice el hecho de que este último valor sea la demanda a precios  $p^*$  en  $\tilde{E}$ . Por tanto, no puede haber ningún plan de consumo que resulte preferido a  $x_i^*$  y que verifique que  $p^* x_i \leq p^* w_i$ , por lo que  $x_i^*$  resulta ser la verdadera función de demanda a precios  $p^*$  para todo  $i$ .

La combinación de las preferencias (implícitas en los excesos de demanda para cada nivel de precios) y precios estrictamente positivos expresa el punto de equilibrio de una economía  $E[p^*, (x_i^*)_{i=1}^m]$ .

### 5.3 Le eficiencia del equilibrio

Una vez demostrada la existencia de un equilibrio, es pertinente asegurar que el equilibrio, además de existir, es eficiente, para ello se usa la noción de óptimo de Pareto y Pareto superior.

Una asignación factible será Pareto superior a otra cuando todas la asignación sea al menos tan buena (en términos de utilidad) como esta excepto en al menos un punto en el que mejora la utilidad de algún participante.

Será óptimo de Pareto cuando no exista ninguna otra asignación Pareto superior.

#### 5.3.1 Primer Teorema del Bienestar

El primer teorema del bienestar señala que un equilibrio walrasiano es siempre una asignación Pareto eficiente.

La demostración intuitiva es simple: si una asignación factible pudiese ser mejor que la que se obtiene en el equilibrio (mayor utilidad al mismo coste, dado que en la maximización implica el gasto total de la renta), ésta sería la solución de equilibrio.

Esta idea es consistente con el axioma de no-saciabilidad pero también requiere de las condiciones básicas de equilibrio competitivo (certidumbre, mercados completos, ausencia de externalidades...).

**Demostración** Por reducción al absurdo -> Existe una asignación factible  $(x'_i)_{i=1}^m$  que es Pareto superior. Entonces

$u_i(x'_i) \geq u_i(x_i^*)$  y  $u_k(x'_k) > u_k(x_k^*)$  para algún  $k$ .

Por no saciabilidad local  $p^* x'_i \geq p^* x_i^*$  para todo  $i$  y que será estrictamente mayor el el caso de la mercancía que mejora la utilidad  $k$ . En consecuencia, de forma agregada  $p^* \sum_{i=1}^m x'_i > p^* \sum_{i=1}^m x_i^*$ , lo que implica que el primer desembolso es mayor al total de recursos disponibles no siendo  $x'_i$  una asignación factible.

### 5.3.2 Segundo Teorema del Bienestar

El segundo teorema del bienestar establece que sea una asignación inicial eficiente en el sentido de Pareto dentro de un conjunto convexo y existiendo una función de utilidad continua, cuasicóncava y no saciable localmente, entonces existe un vector de precios y una distribución de riqueza que hace que esa asignación sea un equilibrio competitivo.

**Demostración** Si definimos  $MI(x^*) \equiv \{x \in X / u_i(x_i) \geq u_i(x_i^*)\}$ , como un conjunto convexo, dado que  $(x_i^*)_{i=1}^m$  es una asignación factible, tendremos que  $x^* = w$  de modo que la intersección de  $w$  y el conjunto es distinta al conjunto vacío y pertenece a su interior. Así es posible separar (debilmente) los conjuntos  $\{w\}$  y  $MI(x^*)$ . Es decir, es posible encontrar un vector  $p^* \neq 0$  tal que para todo  $x$  se verifica  $p^* w \leq p^* x^*$ . Así  $x^*$  es minimizador del gasto, o lo que es lo mismo, da el mayor nivel de satisfacción alcanzable.

### 5.3.3 La optimalidad en el equilibrio

El conjunto de preferencias factibles determina el conjunto de posibilidades de utilidad, cuya maximización es la frontera de las posibilidades de utilidad que son puntos Pareto óptimos. Si las preferencias se expresan en funciones de utilidad diferenciables, monótonas y estrictamente cuasi-cóncavas, es posible obtener el máximo de las utilidades sujetas a la disponibilidad de recursos a través del método del lagrangiano

$$\begin{cases} \max \sum_{i=1}^m \alpha_i u_i(x_i) \\ s.a : & \sum_{i=1}^m x_{ik} \leq \sum_{i=1}^m w_{ik} \quad \forall k \\ & x_i \geq 0, \quad \forall i \end{cases}$$

Donde sus condiciones relevantes de primer orden vienen dadas por

$$\frac{\partial L}{\partial x_{ik}} = 0 = \alpha_i \frac{\partial u_i}{\partial x_{ik}} - \lambda_k$$

Para un par de mercancías cualesquiera tenemos

$$\alpha_i = \frac{\lambda_k}{\partial u_i / \partial x_{ik}} = \frac{\lambda_t}{\partial u_i / \partial x_{it}}$$

De donde se infiere que el cociente de utilidades marginales de cada bien es igual al cociente del multiplicador de Lagrange asociado (que actúan como precios sombra) e iguales a la RMS. Esta Relación está relacionada con las

mercancías y no con los consumidores por lo que se cumple para cualquier consumidor. Siendo condición necesaria de optimalidad que las RMS de dos mercancías sean iguales para todos los consumidores. Como se ha dicho anteriormente, la igualación de la RMS con el cociente de precios es también una condición necesaria de óptimo que, junto con el Primer Teorema del Bienestar, son también suficientes.

## **5.4 La unicidad**

Una vez se ha expuesto que es posible alcanzar un equilibrio y que este es óptimo, es conveniente destacar si este equilibrio es único, es decir, depende de un único vector de precios, y, por tanto, concretable, o por el contrario puede encontrarse en múltiples situaciones.

### **5.4.1 Unicidad global**

A los requisitos ya exigidos para la existencia de equilibrio se añade un requisito más que es el de sustituibilidad bruta, por el cual si el precio de una mercancía sube mientras el de las demás permanecen inalteradas, entonces aumenta el exceso de demanda de aquellas mercancías cuyo precio permanece constante.

Si a este resultado se le exige la nulidad del exceso de demanda para el equilibrio, se deduce que solo hay un nivel de precios posible que asegura el equilibrio.

No obstante este principio no parece muy consistente con la realidad en tanto que desprecia el efecto de la presencia de complementariedades en el consumo. Además, los requisitos formales recaen sobre el exceso de demanda, que no es una variable central de la economía sino una condición impuesta por lo que el razonamiento puede pecar de tautológico.

### **5.4.2 Unicidad local**

Una posible solución a estos problemas de la unicidad global consisten en considerar que el número de equilibrios puede ser finito pero localmente aislados, es decir, en entornos muy concretos (y, en general, para funciones de utilidad dos veces diferenciables) existe un único equilibrio local por el Teorema de la Función Implícita. En el caso hipotético de infinitos equilibrios, la unicidad local plantea que cualquier mínima variación lleva a un único equilibrio por lo que, en la práctica se puede considerar la existencia de infinitos equilibrios como un suceso de probabilidad cero.

## **5.5 Estabilidad**

Ya concretada la existencia, su eficiencia y su unicidad es importante se debe comprobar cómo el equilibrio es alcanzable.

Existe un problema general a la hora de alcanzar un equilibrio dado que los datos que poseen los consumidores son exógenos y, por tanto, hay que definir quién modifica los precios que dan lugar al equilibrio.



Walras propuso el sistema de tanteo mediante la figura del subastador.

Para ello se añade un nuevo axioma consistente en

$\frac{\partial z_k(p)}{\partial p_s} > 0$  para todo  $k, s = 1, 2, \dots, l$  con  $k \neq s$ . Es decir, se formaliza el principio de sustituibilidad bruta y se expresa la diferenciabilidad del exceso de demanda respecto a los precios.

La dinámica de precios se representa por una constante proporcional a los excesos de demanda

$$\frac{dp_k}{dt} = \lambda_k z_k(p)$$

$\lambda_k$  determina la velocidad de ajuste de los precios a las discrepancias entre oferta y demanda. Además, no hay transacciones en el mercado hasta que no hay precios de equilibrio. Se define  $p(t)$  y  $p(0)$  como los precios en el momento  $t$  y en el momento 0 respectivamente.

Además, se establece que si  $p^*$  es el vector de precios de equilibrio entonces  $p^* z(p) > 0$  para todo vector de precios no proporcional a  $p^*$

Suponiendo un único vector de precios de equilibrio, es necesario denotar que la brecha entre  $p(t)$  y  $p^*$  se reduce conforme aumenta  $t$ . Es decir, el sistema tiende al equilibrio.

**Demostración** Si se define una función de distancia euclídea  $g(p(t)) = \left( \sum_{k=1}^l \frac{1}{\lambda_k} (p_k - p_k^*)^2 \right)$  y se deriva respecto a  $t$  se obtiene

$$\frac{dg(p(t))}{dt} = 2 \sum_{k=1}^l \frac{1}{\lambda_k} (p_k(t) - p_k^*) \frac{dp_k(t)}{dt}$$

o lo que es lo mismo tomando la ecuación de dinámica de precios anterior

$$\frac{dg(p(t))}{dt} = 2 \sum_{k=1}^l \frac{1}{\lambda_k} (p_k(t) - p_k^*) \lambda_k z_k(p(t))$$

Tomando en cuenta la ley de Walras finalmente nos queda como

$$\frac{dg(p(t))}{dt} = -2p^* z(p(t))$$

Dado que cualquier exceso de oferta es positivo para cualquier valor de  $p$  distinto al de equilibrio, la ecuación anterior puede quedar como

$$\frac{dg(p(t))}{dt} \leq 0$$

valor que es estrictamente menor cuando  $p(t)$  no es proporcional al sistema  $p^*$ . Es decir, la distancia entre  $p(t)$  y los precios relativos de equilibrio disminuyen monótonamente con el paso del tiempo, convergiendo en  $p^*$ .

## 6 Conclusiones

Los resultados obtenidos ahora, si bien requieren de ciertos supuestos más o menos exigentes, dan un resultado clave para el estudio de la economía y de la política económica. Habiendo demostrado que el equilibrio competitivo existe, es factible, único bajo ciertos condicionantes y es estable se convierte en un punto de referencia para la actuación económica en tanto en cuanto se ha podido demostrar que todo equilibrio competitivo es eficiente y, además, permite ajustes sin pérdidas de eficiencia para todo nivel de precios que respete sus pesos relativos.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 8. Economía del bienestar (I). Óptimo de Pareto. Los criterios de compensación.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

La mayoría de los asuntos estudiados en economía tienen un denominador común: la eficiencia. Una asignación, un mercado, una decisión política es más o menos conveniente en base a un criterio determinado y este es en economía usualmente el de la eficiencia. La eficiencia así mismo, puede ser abordada desde múltiples enfoques, sin embargo el predominante es el de la eficiencia en sentido de Pareto. Este concepto es clave en la denominada Economía del Bienestar.

Vilfredo Pareto, economista italiano de principios del siglo XX, esbozó un primer concepto que vendría a ser la piedra de bóveda de la orientación política de la economía.

El programa de investigación neoclásico de la nueva economía del bienestar puede resumirse en la definición de Lionel Robbins sobre la economía, en el sentido de que es la ciencia que estudia la conducta humana en relación con objetivos y recursos escasos que tienen usos alternativos. En esta definición está implícito que los agentes son maximizadores (utilidad y beneficio) sujetos a restricciones de ingreso y tecnología. Son agentes que buscan maximizar su bienestar sin importarles el de otros, en tanto que sus funciones de utilidad no dependen de la utilidad de los otros individuos o cualquier influencia externa a la satisfacción que se deriva del consumo del bien.

En este sentido, es fundamental, en tanto que seres sociales, basar la aceptación social de esta definición en algún criterio socialmente aceptado que justifique que la búsqueda del máximo bienestar individual es congruente con la forma de vida en sociedad. Así, se plantean -previamente a Robbins- los conceptos de eficiencia en el sentido de Pareto.

## 2 Pareto-óptimalidad

### 2.1 Los conceptos de eficiencia y dominancia

#### 2.1.1 Dominancia en el sentido de Pareto

Una asignación es un catálogo que describe la utilización de los recursos en una economía (mercancías, trabajo, capital, etc.). Una asignación será superior en el sentido de Pareto a otra si aquella es débilmente preferida por todos los individuos y estrictamente preferida por algunos de ellos. Suponiendo un problema de maximización donde existen dos vectores deseables  $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$  y  $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$  se dice que un vector  $u$  domina al vector  $v$  si, y sólo si:

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, n\}, u_i \geq v_i \quad \text{y} \quad \exists i_0 \in \{1, 2, \dots, n\} | u_{i_0} > v_{i_0}$$

Es decir, existe al menos un elemento del vector  $u$  que es estrictamente mejor que algún elemento del vector  $v$  siendo el resto de elementos al menos tan buenos en  $u$  como en  $v$ . A esta solución se le llama dominancia de Pareto o solución Pareto-superior.

### 2.1.2 Óptimo de Pareto

De acuerdo con la definición de dominancia se puede expresar la optimalidad de Pareto como aquella situación en la que dado un par de vectores como los anteriores ambos función de  $x$ , siendo  $x^*$  una solución no existe otro vector  $x$  tal que  $v = f(x) = (v_1, v_2, \dots, v_n)$  domine al vector  $u = f(x^*) = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ .

Es decir, si el concepto de dominancia implica que hay una posibilidad de estar en una situación «mejor» el concepto de óptimo viene a expresar que es imposible alcanzar otra solución «mejor», pudiendo, en todo caso, ser múltiples pero iguales los óptimos de Pareto o Pareto Eficiente.

## 2.2 Juicios de valor en el sentido de Pareto

Los conceptos de dominancia y eficiencia en el sentido de Pareto encierran un conjunto de juicios de valor implícitos

**Independencia del proceso** Se supone que no importa el proceso mediante el cual se haya alcanzado una determinada asignación. Es decir, el mecanismo de asignación es irrelevante (tanto da un sistema de mercado como una planificación centralizada)

**Individualismo** El único aspecto relevante de una asignación es la utilidad individual. Es irrelevante la organización de la producción.

**No-paternalismo** Los individuos valoran mejor que nadie su propio bienestar, siendo libres para aceptar diversas situaciones objetivamente nocivas (drogadicción) pero subjetivamente atractivas

**Benevolencia** La mejora en el bienestar de un individuo manteniéndose el resto constante es positiva. Así, por ejemplo, que un rico mejorase existiendo muy pobres sería bien vista.

## 2.3 Eficiencia en la producción, el consumo y el intercambio

La noción de eficiencia en los ámbitos de la producción, el consumo y el intercambio están ligados a la noción de bienestar. En general, se dice que una pérdida de eficiencia conlleva una pérdida de bienestar.

Supongamos que existe una economía con dos consumidores, dos bienes, dos factores y dos empresas.

El individuo  $h$  viene representado por una función de utilidad  $u_h(x_{h1}, x_{h2}, z_h)$  donde  $z$  es la cantidad de factor. Para simplificar, uno ofrecerá factor cualificado y otro no cualificado. Sus dotaciones iniciales vienen dadas por  $\bar{z}_h$  y por no saturación, la utilidad marginal del consumo será siempre positiva y la del trabajo siempre negativa.

La empresa  $i$  produce el output de la mercancía  $x_i$  (cada empresa produce un solo bien) con una función de producción

$$x_i = f_i(z_{i1}, z_{i2})$$

Que tiene productividad marginal positiva. No es posible realizar asignaciones ni de bienes ni de factores no factibles.

La hipótesis de no saciabilidad y de productividad marginal positiva implica que los consumidores consumirán todos los bienes y las empresas todos los factores disponibles.

El problema de la asignación eficiente se resume en

$$\max u_1(x_{11}, x_{12}, z_1) \quad (1)$$

$$\text{s.a. } u_2(x_{21}, x_{22}, z_2) \geq \bar{u}_2 \quad (2)$$

$$x_i = f_i(z_{i1}, z_{i2}) \quad (3)$$

$$x_i \geq \sum_{h=1}^2 x_{hi} \quad (4)$$

$$z_h \geq \sum_{i=1}^2 z_{ih} \quad (5)$$

Cuyas soluciones del problema de maximización por Lagrange son

$$\partial L / \partial x_{1i} = u'_{1i} - \rho_i = 0 \quad \partial L / \partial x_{2i} = \lambda u'_{2i} - \rho_i = 0$$

### Consumo eficiente

$$\partial L / \partial z_1 = u'_{1z} + \omega_1 = 0 \quad \partial L / \partial z_2 = \lambda u'_{2z} - \omega_2 = 0$$

Utilización eficiente del factor de producción

$$\partial L / \partial z_{ih} = \mu f'_{ih} - \omega_h = 0 \quad (6)$$

### Oferta eficiente del factor de producción

$$\text{Combinación eficiente de productos } \partial L / \partial x_i = \rho_i - \mu_i = 0 \quad (7)$$

### 2.3.1 La eficiencia en el consumo

Reordenando las CPO del consumo tenemos que las RMS deben igualarse para ambos consumidores. Esa es la condición de eficiencia del consumo. Esta tasa mide la valoración marginal que hace cada consumidor de la mercancía 1 en términos de la mercancía 2. Si dichas tasas fuesen distintas, por ejemplo, 5 y 3 para el consumidor 1 y 2 respectivamente, entonces se podría producir un intercambio de cuatro unidades de la mercancía 2 del individuo uno al individuo 2 y una de mercancía 1 al individuo 1 desde el 2, estando ambos en una situación mejor, es decir, la nueva situación domina a la anterior.

Otro de los enfoques desde los que se puede abordar la perspectiva de la eficiencia es a través de la caja de Edgeworth.

Podemos diseñar un diagrama donde en el lado horizontal se representa la cantidad concreta de producción del bien 1 y el lado vertical para el bien 2. El consumo del bien 1 que hace el individuo 1 se mide horizontalmente desde el origen y su consumo del bien dos verticalmente desde el origen (esquina inferior izquierda). Igualmente para el individuo dos, pero su origen se ubica en la esquina superior derecha. Sólo será eficiente por no saciabilidad el consumo de todos los bienes por lo que nos centraremos en las cestas que agotan los bienes.

Manteniendo constantes las ofertas de trabajo, se pueden dibujar las curvas de indiferencia en dicho diagrama, que serán convexas respecto a sus respectivos orígenes por la estricta cuasiconcavidad de las funciones de utilidad. La intersección de dos curvas de indiferencia implica que existe un espacio dentro de la lente formada por ellas que es preferible a esa combinación, por lo que no serán puntos eficientes.

Sólo serán eficientes aquellos puntos en los que las curvas de indiferencia de ambos consumidores sean tangentes, formando todos esos puntos un continuo denominado curva de contrato pues serían puntos de acuerdo de intercambio de mercancías.

### 2.3.2 Oferta eficiente de un factor de producción

Combinando las condiciones de consumo y las de oferta de factor de producción se obtiene que

$$-\frac{u'_{hz}}{u'_{hi}} = \frac{\omega_h}{\rho_i} = f'_{ih}$$

El término de la izquierda es la RMS del consumidor h entre su oferta de factor de producción y su consumo de la mercancía i. Es la tasa a la cual h debe ser compensado con más cantidad de la mercancía i si aumenta su oferta de  $z_h$  en una unidad.

El término de la derecha es la productividad marginal de  $z_h$  para producir la mercancía i. La eficiencia en el sentido de Pareto exige que la producción adicional obtenida mediante el uso de una unidad más de factor sea igual al coste marginal del factor en términos de la mercancía i para el consumidor h.

Es decir, el trabajador aportará factor siempre que lo que se produzca lo valore igual que lo que él aporta.

### 2.3.3 Utilización eficiente del factor de producción

Esta condición implica que las RMST deben ser iguales. La RMST  $RMST_{21}^i$  expresa la tasa a la cual se puede sustituir el factor 1 por el 2 sin que cambie el nivel de producción del bien  $i$ .

Podemos representar este hecho igual que lo hacíamos para el intercambio con una caja de Edgeworth donde ahora la longitud de los lados mide las ofertas de unidades dadas por los dos individuos. La utilización de los factores de la empresa uno parte desde la esquina inferior izquierda y la de la empresa 2 desde la esquina superior derecha.

Al igual que en el caso anterior, una asignación eficiente nunca estará en el coste de las curvas isocuantas (curvas que expresan las combinaciones de factor para un mismo nivel de producción), ya que en el interior de la lente hay otras posibles asignaciones más eficientes. Será la tangencia de las curvas isocuantas de ambas empresas las que determinen los puntos de eficiencia, siendo las pendientes el valor de la RMST.

Diremos que existe eficiencia técnica en el sentido de Pareto cuando ninguna los bienes se combinen de forma tal que, para un nivel de producción dado, usa la menor cantidad de factores posible. Es decir, no despilfarra factores. Esto sucede cuando las Relaciones Marginales de Sustitución Técnica de un par de bienes coinciden.

### 2.3.4 Combinación eficiente de productos

Combinando conjuntamente todas las condiciones de eficiencia tenemos que  $f'_{ih}$  puede ser definida como  $f'_{ih} = w_h/\rho_i$  por lo que es posible relacionarlas con las condiciones de eficiencia de los bienes. Así, tenemos que la Relación Marginal de Transformación debe ser igual a la Relación Marginal de Sustitución. Esto es

$$RMT_{21} = \frac{f'_{21}}{f'_{11}} = \frac{f'_{22}}{f'_{12}} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{u'_{11}}{u'_{12}} = \frac{u'_{21}}{u'_{22}} = RMS_{21} \quad (8)$$

La RMT expresa la tasa a la cual la producción del bien 2 se reduce a medida que la del bien 1 aumente cuando el factor de producción se transfiere desde la empresa 2 a la empresa 1 manteniendo constante la oferta total del factor de producción.

Supongamos que la RMT es 3 y la RMS es 4. Entonces, manteniendo constante la oferta total del factor de producción, es posible transferir factores de producción de la empresa 2 a la 1 de manera que aumente la producción de la 1 en una unidad y se reduzca en la de la 2 en 3 unidades. Si dejamos constante el consumo del individuo 1, entonces el cambio de la producción conducirá a un aumento del consumo del bien 1 por parte del individuo 2 en una unidad y a una reducción en el consumo del bien 2 en tres unidades. Dado que el individuo 2 estaba dispuesto a renunciar a 4 unidades del bien 2 para adquirir una del bien 1, la reasignación hace que salga ganando mientras que el individuo 1 no sale perdiendo, por lo que esa propuesta no puede ser eficiente.

Básicamente esto implica que la solución eficiente estará sobre la curva de posibilidades de producción en tangencia con la curva de posibilidades de utilidad.



### 3 Límites a la eficiencia de Pareto

El concepto de la superioridad en sentido de Pareto es un concepto importante pero que adolece de algunos problemas de consistencia teórica. En primer lugar por los juicios de valor, pero, descartando estos, no es capaz de producir una ordenación de asignaciones que sea completa al existir pares incomparables. Dos puntos eficientes no son ordenables e incluso cabe la posibilidad de que existan asignaciones pareto eficientes que no son Pareto-superiores a una determinada asignación ineficiente.

Para tratar de paliar esto, se formulan las funciones de bienestar social de Bergson,  $W$  que tratan de ordenar las preferencias de bienestar de las asignaciones alternativas, independientemente de su optimalidad. Estas maximizan la utilidad de la asignación sujeta al conjunto de asignaciones factibles.

Estas funciones pueden, sin problema, adoptar los juicios de valor de Pareto:

1. El dominio de la función implica la independencia del proceso
2. Individualismo asumiendo que lo único relevante son los consumos y sus ofertas de factor
3. No paternalismo incluyendo las funciones de utilidad  $W = (u_h(x_{h1}, x_{h2}, z_h))$
4. Benevolencia haciendo que las derivadas de la función respecto a la utilidad de cada individuo sea positiva (curvas de indiferencia con pendiente negativa)

El establecimiento de estas funciones de bienestar social permite comparar dos o más asignaciones de forma que sea posible compensar el movimiento desde un punto eficiente a otro que sea comunmente preferido y, por tanto, óptimo.

#### 3.1 Criterios de compensación

El test o criterio de compensación de Hicks-Kaldor es un intento de ampliar el conjunto de situaciones que se pueden comparar sin la necesidad de especificar juicios de valor con respecto a los méritos relativos de los individuos, es decir, sin necesidad de construir una función de bienestar social de Bergson.

Supongamos la existencia de una función de utilidad determinada  $v_h(y_{ht}, a_{ht})$  como la utilidad que tiene un individuo en una situación  $t$ , donde obtiene una renta  $y$  y  $a_{ht}$  es un vector de atributos del contexto que es de relevancia para el individuo  $h$ .

Se puede definir una variación compensatoria que permite al individuo pasar de la situación 1 a la 2 sin alterar su utilidad.

$$v_h(y_{h2} - VC_{12}, a_2) = v_h(y_{h1}, a_1) \quad (9)$$

Si el individuo está mejor en la situación 2 que en la 1 la variación compensatoria será positiva.

### 3.1.1 El criterio de Kaldor y el de Hicks

De acuerdo con el economista Nicholas Kaldor, en un mercado con dos individuos en el que ambos están en un equilibrio eficiente llamado 1, puede darse un cambio de un punto eficiente 2 hacia un punto eficiente 2 siempre que el cambio genere en uno de los individuos un beneficio tal que pueda compensar al otro individuo sus pérdidas y, además, apropiarse de más beneficio. Es decir, un punto donde el ganador gana más que el perdedor pierde.

John Hicks, por su parte, propuso un criterio similar pero desde otro punto de vista. En su caso, recurre al soborno que los perdedores pueden hacer al ganador para evitar un cambio. Una asignación será preferible a otra si en el transcurso de la primera a la segunda los "perdedores" no fuesen capaces de "sobornar" a los "ganadores" para que no realicen el movimiento.

Formalmente el movimiento será

$$\sum_h VC_{12}^h > 0$$

Así, una asignación será superior a otra si es posible que los ganadores compensen a los perdedores para moverse a la primera (Kaldor) o si los perdedores sobornan a los ganadores para no moverse a la primera (Hicks).

Este criterio no necesita de juicios de valor ya que las propias utilidades subjetivas de los individuos determinarán el volumen de la variación compensatoria. Sin embargo adolece de dos problemas. El primero de ellos está relacionado con la naturaleza hipotética de la compensación.

Supongamos, por ejemplo, que un individuo rico mejora en la nueva situación y uno pobre empeora. Si el rico pudiese compensar (aunque no compensa) al pobre, esa situación sería deseable por lo que, realmente, sí que es necesario introducir (si se quiere por motivos de equidad) juicios de valor para ordenar las asignaciones.

### 3.1.2 La paradoja de Scitovsky

El segundo se expresa a través de este problema. Suponemos que hay un punto 1 que es preferido a 2 a través del criterio de Kaldor (existe un pago que compensa la pérdida). Si le damos la vuelta a la situación, es posible encontrar un par de puntos 1 y 2 que hagan que el perdedor de un caso sea el ganador del mismo caso en situación inversa (es decir, ir de 2 a 1) y que, de hecho, una vez esté en 1 acepte ir a 2 como perdedor y una vez esté en 2 convenza al otro individuo compensándolo para ir a 1.

Esta aparente contradicción es la llamada paradoja de reversión de Scitovsky (Tibor).

Scitovsky plantea que para solventar ese problema de inconsistencia es necesario que se den simultáneamente tanto los criterios de Kaldor como de Hicks para asegurar que un punto es preferido a otro. Es decir, que no solamente

sean los ganadores los que puedan compensar las pérdidas sino que, además, los perdedores tienen que no poder compensar a los ganadores.

A pesar de que la resolución de la paradoja (y la formalización del criterio Kaldor-Hicks) resuelve la inconsistencia teórica del criterio de Kaldor, el criterio Kaldor-Hicks sin embargo adolece de ser un criterio que no respeta la transitividad de las preferencias.

Así, una asignación 1 puede ser preferida a 2, una asignación 2 a 3 pero una asignación 3 preferida a 1, lo que provoca una circularidad imposible. Además, dado que las funciones de utilidad que sirven para determinar los puntos de preferencia de asignaciones no son fáciles de medir económicamente, cuantificar las compensaciones es otro de los problemas que presenta el enfoque de la compensación de Kaldor-Hicks. No obstante, el criterio de Kaldor-Hicks no requiere un pago explícito sino simplemente el hecho de que fuese posible compensar a la otra parte.

El criterio de Kaldor-Hicks, por tanto, simplifica la labor de los productores de políticas pero al mismo tiempo no da en sí mismo elementos de eficiencia absoluta sino relativa.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 9. Economía del bienestar (II). La optimalidad de la competencia perfecta y los fallos del mercado. Las externalidades y los bienes públicos. Los fallos del sector público.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

De acuerdo con el paradigma neoclásico, todas las asignaciones de un mercado competitivo son eficientes y cualquier intervención en él hace que los agentes estén en peor situación. No obstante, los supuestos de un mercado competitivo son difíciles de encontrar en la realidad. En este sentido, la intervención puede antes al contrario, conseguir mercados más eficientes.

## 2 La optimalidad de la competencia perfecta

### 2.1 Los conceptos de eficiencia y dominancia

#### 2.1.1 Dominancia en el sentido de Pareto

Una asignación es un catálogo que describe la utilización de los recursos en una economía (mercancías, trabajo, capital, etc.). Una asignación será superior en el sentido de Pareto a otra si aquella es débilmente preferida por todos los individuos y estrictamente preferida por algunos de ellos. Suponiendo un problema de maximización donde existen dos vectores deseables  $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$  y  $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$  se dice que un vector  $u$  domina al vector  $v$  si, y sólo si:

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, n\}, u_i \geq v_i \quad \text{y} \quad \exists i_0 \in \{1, 2, \dots, n\} | u_{i_0} > v_{i_0}$$

Es decir, existe al menos un elemento del vector  $u$  que es estrictamente mejor que algún elemento del vector  $v$  siendo el resto de elementos al menos tan buenos en  $u$  como en  $v$ . A esta solución se le llama dominancia de Pareto o solución Pareto-superior.

#### 2.1.2 Óptimo de Pareto

De acuerdo con la definición de dominancia se puede expresar la optimalidad de Pareto como aquella situación en la que dado un par de vectores como los anteriores ambos función de  $x$ , siendo  $x^*$  una solución no existe otro vector  $x$  tal que  $v = f(x) = (v_1, v_2, \dots, v_n)$  domine al vector  $u = f(x^*) = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ .

Es decir, si el concepto de dominancia implica que hay una posibilidad de estar en una situación «mejor» el concepto de óptimo viene a expresar que es imposible alcanzar otra solución «mejor», pudiendo, en todo caso, ser múltiples pero iguales los óptimos de Pareto o Pareto Eficiente.

### 2.2 La optimalidad de la competencia perfecta

Una vez demostrada la existencia de un equilibrio, es pertinente asegurar que el equilibrio, además de existir, es eficiente, para ello se usa la noción de óptimo de Pareto y Pareto superior.

Una asignación factible será Pareto superior a otra cuando todas la asignación sea al menos tan buena (en términos de utilidad) como esta excepto en al menos un punto en el que mejora la utilidad de algún participante.

Será óptimo de Pareto cuando no exista ninguna otra asignación Pareto superior.

### 2.2.1 Primer Teorema del Bienestar

El primer teorema del bienestar señala que un equilibrio walrasiano es siempre una asignación Pareto eficiente.

La demostración intuitiva es simple: si una asignación factible pudiese ser mejor que la que se obtiene en el equilibrio (mayor utilidad al mismo coste, dado que en la maximización implica el gasto total de la renta), ésta sería la solución de equilibrio.

Esta idea es consistente con el axioma de no-saciabilidad pero también requiere de las condiciones básicas de equilibrio competitivo (certidumbre, mercados completos, ausencia de externalidades...).

**Demostración** Por reducción al absurdo -> Existe una asignación factible  $(x'_i)_{i=1}^m$  que es pareto superior. Entonces

$$u_i(x'_i) \geq u_i(x_i^*) \text{ y } u_k(x'_k) > u_k(x_k^*) \text{ para algún } k.$$

Por no saciabilidad local  $p^* x'_i \geq p^* x_i^*$  para todo  $i$  y que será estrictamente mayor el el caso de la mercancía que mejora la utilidad  $k$ . En consecuencia, de forma agregada  $p^* \sum_{i=1}^m x'_i > p^* \sum_{i=1}^m x_i^*$ , lo que implica que el primer desembolso es mayor al total de recursos disponibles no siendo  $x'_i$  una asignación factible.

### 2.2.2 La optimalidad en el consumo

El conjunto de preferencias factibles determina el conjunto de posibilidades de utilidad, cuya maximización es la frontera de las posibilidades de utilidad que son puntos Pareto óptimos. Si las preferencias se expresan en funciones de utilidad diferenciables, monótonas y estrictamente cuasi-cóncavas, es posible obtener el máximo de las utilidades sujetas a la disponibilidad de recursos a través del método del lagrangiano

Donde sus condiciones relevantes de primer orden vienen dadas por

$$\frac{\partial L}{\partial x_{ik}} = 0 = \alpha_i \frac{\partial u_i}{\partial x_{ik}} - \lambda_k$$

Para un par de mercancías cualesquiera tenemos

$$\alpha_i = \frac{\lambda_k}{\partial u_i / \partial x_{ik}} = \frac{\lambda_t}{\partial u_i / \partial x_{it}}$$

De donde se infiere que el cociente de utilidades marginales de cada bien es igual al cociente del multiplicador de Lagrange asociado (que actúan como precios sombra) e iguales a la RMS. Esta Relación Marginal de Sustitución está relacionada con las mercancías y no con los consumidores por lo que se cumple para cualquier consumidor. Siendo condición necesaria de optimalidad que las RMS de dos mercancías sean iguales para todos los consumidores. Como se ha dicho anteriormente, la igualación de la RMS con el cociente de precios es también una condición necesaria de óptimo que, junto con el Primer Teorema del Bienestar, son también suficientes.

### 2.2.3 La optimalidad en la producción

La RMST  $RMST_{21}^i$  expresa la tasa a la cual se puede sustituir el factor 1 por el 2 sin que cambie el nivel de producción del bien  $i$ .

Podemos representar este hecho igual a través de una caja de Edgeworth donde la longitud de los lados mide las ofertas de unidades dadas por los individuos. La utilización de los factores de la empresa uno parte desde la esquina inferior izquierda y la de la empresa 2 desde la esquina superior derecha.

Una asignación eficiente nunca estará en el corte de las curvas isocuantas (curvas que expresan las combinaciones de factor para un mismo nivel de producción), ya que en el interior de la lente hay otras posibles asignaciones más eficientes. Será la tangencia de las curvas isocuantas de ambas empresas las que determinen los puntos de eficiencia, siendo las pendientes el valor de la RMST.

Diremos que existe eficiencia técnica en el sentido de Pareto cuando ninguna los bienes se combinen de forma tal que, para un nivel de producción dado, usa la menor cantidad de factores posible. Es decir, no despilfarra factores. Esto sucede cuando las Relaciones Marginales de Sustitución Técnica de un par de bienes coinciden.

### 2.2.4 Optimalidad del equilibrio

En el equilibrio la Relación Marginal de Transformación debe ser igual a la Relación Marginal de Sustitución. Esto es

$$RMT_{21} = \frac{f'_{21}}{f'_{11}} = \frac{f'_{22}}{f'_{12}} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{u'_{11}}{u'_{12}} = \frac{u'_{21}}{u'_{22}} = RMS_{21} \quad (1)$$

De lo expuesto anteriormente, la Relación Marginal de Transformación, la Relación Marginal de Sustitución y el cociente de precios deben coincidir en el óptimo.

Básicamente esto implica que la solución eficiente estará sobre la curva de posibilidades de producción en tangencia con la curva de posibilidades de utilidad. Lo cual es congruente con el primer teorema de la economía del bienestar.

### **3 Los fallos del mercado como fundamento de intervención**

La economía del bienestar trata sobre el análisis de la eficiencia de los mercados y las distintas asignaciones de bienestar de los agentes en su interacción. El objetivo es, por tanto, conseguir mercados lo más eficientes posibles.

#### **3.1 Segundo teorema de la economía del bienestar**

Las condiciones antes descritas son las propias de un mercado competitivo, en el que los productores y consumidores son precio-aceptantes y, por tanto, no existe poder de mercado. En este tipo de mercados los derechos de propiedad están bien definidos, la información que manejan los agentes es completa y perfecta y todos los bienes tienen un mercado (condición de mercado completo). El primer teorema de la economía del bienestar pone en relación ambas cuestiones y dice que si un mercado es competitivo, sus equilibrios son eficientes.

El incumplimiento de, al menos, uno de los supuestos sobre la configuración del mercado eficiente-competitivo se denomina fallo de mercado y, por tanto, abre la puerta a la intervención en ese mercado para acercarlo a la eficiencia. Aquí es donde opera el Segundo Teorema de la Economía del Bienestar que establece que si todos los consumidores tienen preferencias convexas y todas las empresas tienen conjuntos de posibilidades de producción convexas, cualquier asignación eficiente en el sentido de Pareto puede alcanzarse como resultado del equilibrio de un conjunto completo de mercados competitivos después de una adecuada redistribución de las dotaciones iniciales.

La existencia de fallos de mercado es una condición necesaria pero no suficiente para la intervención pues la intervención pública puede causar, en determinados contextos, mayor pérdida de eficiencia, por lo que la intervención pública se supedita por tanto a la posibilidad de alcanzar mayor eficiencia de cara a reconfigurar nuevos equilibrios óptimos.

En su intervención el sector público tiene una amplia gama de instrumentos que se resumen en

1. producción pública de bienes o servicios (o provisión de estos si incorporamos la colaboración público-privada)
2. estableciendo sanciones o subvenciones a determinados productos o factores (financiación)
3. a través del aparato regulador del Estado (concediendo títulos de propiedad, restringiendo producciones de bienes nocivos, etc.).

#### **3.2 Tipos de fallos de mercado**

Las situaciones en las que aparecen los fallos de mercado son múltiples. En cada una de ellas los instrumentos de intervención del Estado pueden ser distintos. En general se habla de fallos de competencia (Competencia imperfecta con monopolios, monopolios naturales, oligopolios, etc.), existencia de bienes no rivales (Bienes Públicos); Existencia de efectos externos no incorporables a precios (Externalidades); fallos en la asignación de propiedad (recursos de propiedad común); fallos de información, etc.



## 4 Bienes públicos y externalidades

Dentro de los fallos de mercado la intervención pública guarda especial relación con dos de ellos: los bienes públicos y las externalidades.

### 4.1 Los bienes públicos

Un bien público es aquel que cumple dos características básicas: es un bien no rival y no puede excluir de su consumo a ningún individuo mediante precio. Es decir, el coste marginal del consumo es igual a 0 y evitar que ciertos individuos no lo consigan es costoso o imposible. Un ejemplo clásico es la seguridad policial, una dotación de seguridad no se ve afectada porque haya un ciudadano más que proteger (que la consuma) ni puede excluir con facilidad a ciudadanos de su protección.

Si se cumplen ambas características se hablará de un bien público puro, si incumple alguna de ellas se denomina bien público impuro.

Por ejemplo, un bien público impuro es la atención sanitaria que, dado un tamaño de hospital una agregación suficientemente grande de pacientes puede resentir la calidad de la atención.

Por otro lado se pueden incluir también aquellos bienes que, aun siendo privados, son provistos por la administración pública de forma extensiva y al mismo nivel de provisión (aunque sea aproximado) como la educación.

#### 4.1.1 Provisión eficiente de un bien público discreto

Supongamos la existencia de dos agentes y dos bienes, uno de ellos es privado  $x_i$  y el otro es un bien público  $G$ . Ambos los medimos como el dinero que se dispone para gastar en ellos. Los agentes tienen una dotación inicial de bien privado  $w_i$  y eligen qué cantidad aportarán para financiar el bien público. Si el individuo  $i$  decide aportar la cantidad  $g_i$  tendrá  $x_i = w_i - g_i$  de consumo privado.

La utilidad es creciente con el consumo de ambos bienes. Supongamos que la cantidad suministrada de bien público es de todo o nada, o se financia y se provee o no se provee. Su coste de financiación es una cantidad  $c$ . Por lo que

$$G = \begin{cases} 1 & g_1 + g_2 \geq c \\ 0 & g_1 + g_2 < c \end{cases}$$

Suministrarlo dominará en el sentido de Pareto a no suministrarlo si existe una pauta de aportaciones  $(g_1, g_2)$  tal que ellas  $g_1 + g_2 \geq c$  y, además, la condición de participación

$$u_i(1, w_i - g_i) > u_i(0, w_i)$$

La cantidad mínima que estaría dispuesto a pagar el individuo para intercambiar bien privado por el público es  $r_i$ , que debe verificar que

$$u_i(1, w_i - r_i) = u_i(0, w_i)$$

De donde, en la ecuación anterior

$$u_i(1, w_i - g_i) > u_i(0, w_i) = u_i(1, w_i - r_i)$$

Dado que la utilidad es estrictamente creciente con respecto al consumo privado,

$$w_i - g_i > w_i - r_i$$

Que para los dos individuos supone que

$$r_1 + r_2 > g_1 + g_2 \geq c$$

Es decir, la suma de las disposiciones a pagar deben ser superiores al coste de suministrarlo.

**Provisión privada** En el caso de la provisión privada nada asegura que la provisión del bien sea efectiva. Si planteamos el problema como el dilema del prisionero, si un agente decide comprar el bien, el otro lo disfrutará gratuitamente, por lo que tiene fuertes incentivos a destinar su renta a bienes privados. Pero el otro haría un razonamiento similar y la solución sería que el bien no se suministraría, aun cuando sería eficiente hacerlo.

A esta actitud se le denomina free-rider o polizón.

#### 4.1.2 Provisión eficiente de un bien público continuo

El nuevo problema es similar al anterior donde supondremos que  $G = f(g_1 + g_2)$ . En este caso la maximización viene dada por

$$\max a_1 u_1(g_1 + g_2, w_1 - g_1) + a_2 u_2(g_1 + g_2, w_2 - g_2) \quad (2)$$

Cutás CPO son

$$a_1 \frac{\partial u_1(G, x_1)}{\partial G} + a_2 \frac{\partial u_2(G, x_2)}{\partial G} = a_1 \frac{\partial u_1(G, x_1)}{\partial x_1}$$

$$a_1 \frac{\partial u_1(G, x_1)}{\partial G} + a_2 \frac{\partial u_2(G, x_2)}{\partial G} = a_2 \frac{\partial u_1(G, x_2)}{\partial x_2}$$

Dividiendo los primeros miembros por los segundos y teniendo en cuenta que ambas ecuaciones son iguales

$$\frac{\frac{\partial u_1(G, x_1)}{\partial G}}{\frac{\partial u_1(G, x_1)}{\partial x_1}} + \frac{\frac{\partial u_2(G, x_2)}{\partial G}}{\frac{\partial u_1(G, x_2)}{\partial x_2}} = 1$$

Es decir,  $RMS_1 + RMS_2 = 1$  donde el coste marginal es 1 por ser el bien público la suma de las aportaciones. En esta situación no es necesario que las RMS sean iguales entre individuos. En concreto, el coste marginal puede ser interpretado en términos de Relación Marginal de Transformación, de donde se concluye que  $RMS_1 + RMS_2 = RMT_{GX}$ , también conocida como la condición de Samuelson.

**Provisión privada** Supongamos que el agente elige independientemente la cantidad que desea aportar para financiar el bien público suponiendo una cantidad que aportará el agente 2 que es desconocida

Su problema de maximización entonces es

$$\begin{aligned} \max_{g_1} & u_1(g_1 + g_2, w_1 - g_1) \\ \text{s.a. } & g_1 \geq 0 \end{aligned}$$

Donde la restricción juega el papel de señalar que el agente puede incrementar la cantidad del bien público pero no reducirla unilateralmente.

La CPO de Kuhn-Tucker es

$$\frac{\partial u_1(g_1 + g_2)}{\partial G} - \frac{\partial u_1(g_1 + g_2)}{\partial x_1} \leq 0$$

Condición que se cumple cuando  $g_1 > 0$ . Esto puede expresarse también de la siguiente manera:

$$\frac{\frac{\partial u_1(g_1 + g_2)}{\partial G}}{\frac{\partial u_1(g_1 + g_2)}{\partial x_1}} \leq 1$$

Si el agente  $i$  aporta una cantidad positiva, su RMS entre ambos bienes debe ser igual a su coste marginal, 1. Si es menor que su coste no querrá contribuir con ninguna cantidad.

La demanda de bienes privados se obtiene a través de la agregación horizontal de la demanda individual de dichos bienes en condiciones de competencia perfecta. Suponiendo que los individuos expresan mediante su demanda que relación precio-cantidad de bien público desean, aunque pueden consumirla independientemente de que la valoren o no por las características de bien público. Por ello, la agregación de las preferencias debe hacerse de forma vertical pues ambos «consumen» sus cantidades deseadas de bien público.

#### **4.1.3 La producción de bien público**

La provisión óptima de bien público se realizará cuando la suma de relaciones marginales de sustitución entre bienes (privado y público) de los individuos coincida con el coste de producción del bien público en términos del bien privado ( $RMT_{GY}$ ) donde G es el bien público e Y el privado. A esta condición se le denomina condición de Samuelson.

La suma de relaciones marginales de sustitución se denomina beneficio marginal social del bien público.

En esta situación, a diferencia del bien privado, los individuos pueden tener Relaciones Marginales de Sustitución distintas aunque consumirán la misma cantidad de bien.

#### **4.1.4 Provisión privada de bienes públicos**

La provisión privada de bienes públicos es posible pero generalmente cuando el bien es excluible mediante pago ya que de lo contrario es probable que ningún individuo esté dispuesto a pagar por él, esperando usarlo cuando otros individuos paguen por su producción (comportamiento free-rider).

Un ejemplo básico de bien público provisto privadamente es la radio privada, mediante la publicidad la empresa puede proveer de programación radiofónica a todos los individuos que la quieran consumir «gratuitamente».

La provisión privada también puede darse gracias al altruismo (que puede ser puro o impuro) o por interés particular aunque incurra en coste.

Si el bien es excluible, la provisión privada se enfrenta a un doble problema de ineficiencia. De un lado, una vez que se consigue producir privadamente el bien, hacerlo no-excluible no reduciría el bienestar de nadie (aunque ya hubiese pagado) y sin embargo incorporaría a individuos que, aun no pagando, querían consumir el bien; además, y como otra cara de la misma moneda, la producción del bien excluible sería inferior a su producción eficiente pues la empresa no puede producir al nivel que exige la eficiencia en el consumo cuyo coste marginal es 0. Esta doble ineficiencia dota al bien público de característica de fallo de mercado subsanable a través de la intervención pública.

#### **4.1.5 Provisión pública**

En el caso de conocer las demandas individuales del bien público, el Estado podría definir un conjunto de precios distinto para cada individuo (precios de Lindahl) por lo que la provisión eficiente sería factible pues el precio se determinaría para cada RMS una vez conocida la cantidad de bien demandada y, por tanto, pudiendo igualar la suma de

RMS a la RMT, como exige el criterio de Samuelson. No obstante, el conocimiento de estas demandas individuales no es fácil por lo que los individuos podrían tener un comportamiento de free-rider, de igual modo que si la fijación de la cantidad de bien público fuese independiente del precio -que se fija mediante impuestos-, se tendería a pedir más cantidad de bien público esperando la financiación ajena, amén de la ineficiencia que introduciría la fijación de un impuesto.

Así pues, resulta fundamental para la correcta provisión de bien público tener una intuición sobre la demanda de los individuos, cuestión que implica numerosos problemas como se demuestra en la teoría de la elección social.

De este modo, la provisión de bien público privada como pública representa riesgos no siendo ninguna de ellas necesariamente eficiente.

## 4.2 Externalidades

Las externalidades son aquellos efectos (positivos o nocivos) que se producen fuera de la relación principal entre producción y consumo y que no es interiorizado a través del sistema de precios. Por ejemplo, la contaminación o la reducción del riesgo de contagio sobre otras personas al usar vacunas.

En general, al no estar influidas por precios, respecto al punto de eficiencia se sobreproducirán efectos negativos y se subproducirán externalidades positivas.

### 4.2.1 Externalidad en la producción

Supongamos la existencia de dos empresas, la primera de ellas produce el bien  $x$  que genera un coste (una externalidad) en la segunda empresa  $e(x)$ . Supongamos, para simplificar, que la externalidad es proporcional 1:1 con la producción de 1 y que sólo se produce ese bien que es producido únicamente por la empresa 1. Así, los beneficios de ambas empresas serán

$$\pi_1 = \max_x px - c(x)$$

$$\pi_2 = -e(x)$$

La cantidad de producción en equilibrio viene dada por la igualación del precio al coste marginal, sin embargo esta cantidad es demasiado elevada desde el punto de vista social dado que la empresa 1 sólo tiene en cuenta sus **costes privados** pero no los **sociales** (los que impone a la otra empresa).

Imaginemos, para alcanzar la producción eficiente, que las dos empresas se fusionaran a fin de internalizar la externalidad. En este caso, el beneficio de esta nueva empresa sería

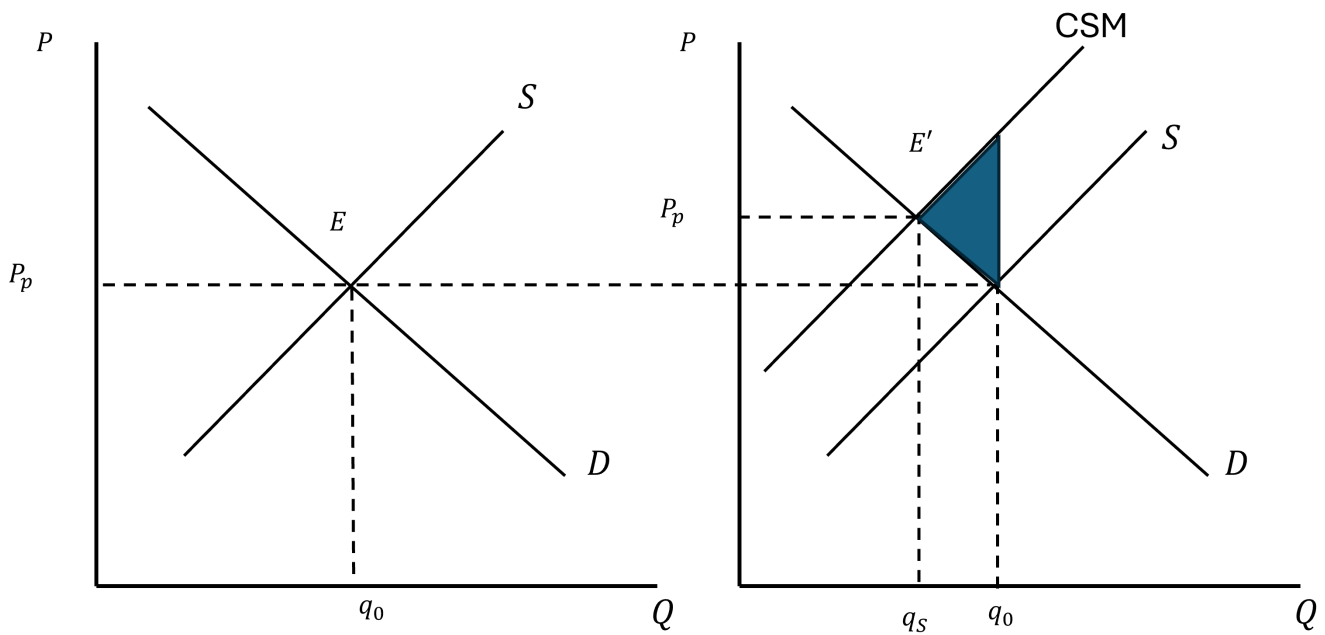
$$\pi = \max_x px - c(x) - e(x)$$

Cuya CPO es

$$p = c'(x_e) + e'(x_e)$$

Donde el nuevo nivel de producción  $x_e$  es una cantidad eficiente donde el precio se iguala al coste social marginal.

En la siguiente gráfica se aprecia un caso de externalidad negativa en la producción



#### 4.2.2 Las soluciones de las externalidades

**Impuestos pigouvianos** El planteamiento básico de este impuesto es conseguir acercar a la empresa al nivel de producción eficiente, por lo tanto, en lugar de la fusión anteriormente descrita sería suficiente imponer un impuesto de cuantía  $t = e'(x)$ .

Esta aproximación se encuentra con el problema de conocer cuál es el importe real de la externalidad de cara a la imposición fiscal.

Una derivada de esto es la imposición de cuotas de producción máximas o mínimas.

**Ausencia de mercados** En el caso anterior, la empresa 2 no tiene forma de influir en la cantidad de contaminación que produce la 1. Para corregir esto es posible introducir un mercado donde la empresa 2 exprese su demanda

de contaminación. En el ejemplo anterior, si denominamos  $r$  al precio de la contaminación tendríamos un problema donde la empresa 1 puede elegir la cantidad de contaminación que quiere vender ( $x_1$ ) y la empresa 2 la que quiere comprar ( $x_2$ ).

El nuevo beneficio sería

$$\begin{aligned}\pi_1 &= \max_x px_1 + rx_1 - c(x_1) \\ \pi_2 &= -rx_2 - e(x_2)\end{aligned}$$

Donde las CPO son:

$$\begin{aligned}p + r &= c'(x_1) \\ -r &= e'(x_2)\end{aligned}$$

Cuando la oferta se iguala a la demanda, esto implica que la producción sería eficiente  $p = c'(x) - e'(x)$ . Este proceso de titulización se basa en el teorema de Coase.

El gran problema de esta aproximación es que los mercados de contaminación son muy limitados y, además, no hay razones para pensar que estos se comportarán competitivamente.

**Derechos de propiedad** Esta solución es, de hecho, la propuesta anteriormente. Cuando la empresa 1 incorpora como propios los costes de la externalidad obtiene más beneficios que cuando lo hacen desconcentradamente, por lo que la empresa 2 tiene incentivos para buscar algún tipo de entendimiento con la empresa 1 (por ejemplo, vía compra).

#### 4.2.3 Las condiciones de eficiencia

Supongamos que hay dos bienes, uno  $x$  y otro  $y$  y dos agentes. Ambos quieren el  $x$  pero no el  $y$ . Las dotaciones de la economía son  $\bar{x}$   $\bar{y}$ . Una asignación será eficiente siempre que se limite a la restricción que imponen sus recursos por lo que

$$\begin{aligned}\max_{x_i, y_i} & a_1 u_1(x_1, x_2, y_1) + a_2 u_2(x_1, x_2, y_2) \\ \text{sujeta a} & x_1 + x_2 = \bar{x} \\ & y_1 + y_2 = \bar{y}\end{aligned}$$

Cuyas CPO son

$$\begin{aligned} a_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + a_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} &= \lambda \\ a_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + a_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} &= \lambda \\ a_1 \frac{\partial u_1}{\partial y_1} &= \mu \\ a_2 \frac{\partial u_2}{\partial y_2} &= \mu \end{aligned}$$

Que podemos expresar en términos de RMS como

$$\begin{aligned} \frac{\frac{\partial u_1}{\partial x_1}}{\frac{\partial u_1}{\partial y_1}} + \frac{\frac{\partial u_2}{\partial x_1}}{\frac{\partial u_2}{\partial y_2}} &= \frac{\lambda}{\mu} \\ \frac{\frac{\partial u_1}{\partial x_2}}{\frac{\partial u_1}{\partial y_1}} + \frac{\frac{\partial u_2}{\partial x_2}}{\frac{\partial u_2}{\partial y_2}} &= \frac{\lambda}{\mu} \end{aligned}$$

Es decir, la suma de las relaciones marginales de sustitución son igual a una constante. Estas condiciones son esencialmente iguales que las condiciones de eficiencia de un bien público, lo que los relaciona, siendo la externalidad un tipo especial de bien público.

Para saber si es o no una buena idea que el agente 1 aumente su consumo del bien 1, no se ha de tener en cuenta lo que está dispuesto a pagar él por este consumo adicional, sino lo que está dispuesto a pagar el agente 2.

## 5 Los fallos del sector público

Una vez determinada la existencia de fallos del mercado que pueden justificar la intervención pública, también es necesario poner de relieve que la intervención pública, en sí misma, puede estar también viciada en su origen. Esta concepción viva del Estado no como un dictador benevolente sino como un agente más con sus propios objetivos se denominan fallos del sector público.

### 5.1 La burocracia

Se considera que el Estado se compone (como así ocurre) de funcionarios que son los que ejecutan la política del Estado. De acuerdo con Niskanen, los funcionarios tienen sus propios objetivos que son los de maximizar sus retribuciones ya sea a través de ingreso directo o de reconocimiento. Una proxy para medir esto es el tamaño del presupuesto que gestionan. Así, para Niskanen, los funcionarios pueden tener un comportamiento monopolista frente al político (aprovechando su conocimiento técnico), sobreestimarle beneficios o infraestimarle costes para maximizar



su presupuesto gestionado. Una vía más es aumentar el coste de gestión ordinario a través de la propia ineficiencia (llamada ineficiencia X) obligando a expandir el presupuesto para cubrir esa dejadez burocrática.

## **5.2 El ciclo político**

El ciclo político también afecta al nivel de gasto óptimo del gobierno debido a que el coste de información del votante medio es alto y suelen elegir variables proxy, siendo una de ellas el bienestar más inmediato (miopía del votante). De este modo, los proyectos que generan costes en el futuro pueden abordarse si generan beneficios en el corto plazo. La cercanía de las elecciones también es una variable que hace que el gasto pueda elevarse por encima del óptimo de cara a atraer a más votantes. Cuanto mayor sea la imperfección de la información del votante mayor será la discrecionalidad del político.

## **5.3 Los lobbies**

Una tercera forma de hacer que el gobierno persiga sus propios intereses es a través de los lobbies. En este caso, la presión de los grupos de interés sobre el gobierno (a través de financiación de los partidos, de movilización de su electorado, etc.) puede hacer que las actuaciones del gobierno no se dirijan sobre el beneficio general sino que se articulen sobre los beneficios particulares de estos grupos de presión, provocando una posible desviación sobre la actuación eficiente del Sector Público.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 10. Economía del bienestar (III). Elección social. Reglas de votación. El teorema de imposibilidad de Arrow. Las funciones de bienestar social.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

El criterio de Pareto a la hora de la determinación de las mejores alternativas posibles tiene un límite importante. Por su naturaleza, es incapaz de ordenar un conjunto de asignaciones que son pareto-óptimas, estableciendo que es igual de eficiente en una producción de 100 unidades de bien que un individuo posea 100 y otro 0 que que uno posea 50 y el otro 50. Esta limitación lógica trata de ser solventada a través de la teoría de la elección social.

## 2 La elección social

De acuerdo con Amartya Sen, las relaciones entre los objetivos de política social y las preferencias y aspiraciones de los miembros de la sociedad definen el objeto de la teoría de la elección social. Así pues, la teoría de la elección social abarca aspectos de la economía normativa y se interesa por la obtención de reglas de evaluación que reflejen las preferencias de los individuos. Una de las conclusiones del Segundo Teorema de la Economía del Bienestar es que es posible una reasignación de los recursos para obtener otros equilibrios alternativos eficientes. De esta forma, el modo en que se reasignan los recursos cobra especial importancia. La sociedad, en su conjunto, puede determinar ciertos tipos de reasignaciones expresando sus preferencias. Esa decisión a través de la cual la sociedad en su conjunto expresa sus preferencias a través de las preferencias de los individuos es la elección social.

La forma en la que los individuos plantean sus preferencias y se agregan se conoce como reglas de elección colectiva. Estas pueden tomar en cuenta el conjunto de preferencias sobre las distintas alternativas o, también, la intensidad de las preferencias (las utilidades).

En el primer caso, una ordenación transitiva de las preferencias lleva a un sistema de votación. En el segundo caso, si se toman en cuenta las intensidades, la votación debe tener en cuenta esta ponderación y, por tanto, establecer algún tipo de definición de «bienestar social». Por el carácter ordinal de la utilidad, la comparación de utilidades es problemática, aunque en la teoría de la elección social se acepta que, al menos en cierto grado, estas puedan ser comparables para evitar un excesivo perjuicio sobre ciertos grupos sociales.

### 2.1 Las reglas de votación

Los elementos que se ven involucrados en una decisión que agregue las preferencias son:

1. La sociedad como colección de agentes a los que les afecta colectivamente un problema
2. Alternativas sociales, que constituyen el conjunto de elección del problema. Pueden ser muy variadas y de distinta naturaleza (elección de un político -existiendo un abanico de partidos que elegir-, una infraestructura y su financiación -siendo la colección de proyectos presentados y las distintas posibilidades de financiación los elementos a elegir-, etc. Las alternativas, si se trata de dictaminar una alternativa Pareto óptima, deberán ser Pareto óptimas.

3. Un criterio de elección social. Esto es, una forma de valorar las alternativas sociales a partir de preferencias individuales.

Diseñar una regla de decisión requiere especificar tres tipos de elementos:

1. El dominio de la regla, es decir, qué variables son admisibles para tener en cuenta
2. El rango de la regla, que establece las propiedades de coherencia tiene la valoración social de las alternativas
3. Propiedades de comportamiento. Cómo varía la valoración colectiva en función de las valoraciones individuales.

Además de esto, es un requisito lógico imponer algún tipo de orientación de corte ético. Idealmente se busca a través de las reglas de votación un conjunto de propiedades mínimas que puedan ser universalmente aceptadas y que permitan tener una teoría congruente y significativa. A mayor imposición de propiedades más difícil será la construcción de consensos sociales y, por tanto, menor será la utilidad de las reglas de elección.

### 2.1.1 El problema de la transitividad

Las reglas de elección no siempre conducen a decisiones satisfactorias, ni siquiera factibles. Supongamos, por ejemplo un Comité de Expertos que es convocado por un político para tomar una decisión. El Comité está formado por tres individuos y el político duda sobre tres alternativas, I, II, III. La regla de elección que propone el político es pedir que los expertos ordenen sus preferencias ante las alternativas señalando la mejor, la peor y la intermedia. Aquella que recabe un apoyo mayoritario será la elegida.

El cuadro presentado por los expertos es el siguiente.

|                   | Experto A | Experto B | Experto C |
|-------------------|-----------|-----------|-----------|
| Mejor Opción      | I         | II        | III       |
| Opción Intermedia | II        | III       | I         |
| Peor Opción       | III       | I         | II        |

Ante este cuadro el político observa una importante paradoja. La opción I es preferida a la opción II (Experto A y Experto C). La opción II se prefiere a la III (Experto A y Experto B). Dado que la opción I es preferida a la opción II, y la dos a la opción III, por transitividad la I debe ser preferida también a la III. Sin embargo, esto no es así. La III es preferida a la I. Esto implica que el axioma de transitividad que tienen las preferencias individuales no se cumple tan fácilmente cuando se agregan preferencias en una decisión social que cumple una regla bien definida, simple y común en la sociedad como es la votación por mayoría simple. Este problema es el conocido como la paradoja de las votaciones que se produce por los ciclos de preferencia.

### 3 Teorema de imposibilidad de Arrow

El problema anterior no es más que una derivación de un Teorema planteado por Kenneth Arrow en el que demostró que no había ninguna regla capaz de satisfacer las buenas propiedades que presenta el método de votación mayoritaria.

Para Arrow una sociedad debe construir una regla de elección que contemple los siguientes principios:

1. Debe proporcionar una ordenación de alternativas sociales acorde con las preferencias individuales (ruptura de los ciclos de preferencia)
2. Debe ser de aplicabilidad universal, debe funcionar para cualesquiera preferencias individuales.
3. Debe ser una estricta ordenación individual de las alternativas, excluyendo la intensidad de preferencia o las comparaciones interpersonales de utilidad.
4. Debe respetar tres normas básicas
  - (a) La unanimidad (si todos prefieren X a Y, X debe ser preferida colectivamente a Y)
  - (b) La ausencia de dictadores (un único individuo no puede imponer su criterio)
  - (c) Eficiencia informacional (la valoración social de un par de alternativas solo debe depender de las valoraciones individuales de estas alternativas).

#### 3.1 Formalización del Teorema

##### 3.1.1 Definiciones y condiciones previas

Supongamos la existencia de  $m$  individuos, un conjunto de alternativas  $X$ , una relación de preferencias para cada individuo y  $R$  la relación de preferencia social sobre  $X$ . Una función de Bienestar Social en el sentido de Arrow (FBSA) es una regla de elección colectiva  $F$  tal que

$$R = F(\succsim_1, \succsim_2, \dots, \succsim_m)$$

Donde  $R$  es un orden (una relación transitiva y completa). Es decir,  $R$  es el resultado de  $F$  que es la regla de elección.

Damos significado  $P$  a la preferencia estricta e  $I$  a la indiferencia. La regla  $F$  debe cumplir las siguientes condiciones:

1. Dominio Universal.  
 $F$  está definida para toda posible configuración de preferencias individuales. Es decir, es aplicable a todo tipo de sociedad y en cualquier tiempo.

## 2. Pareto-debilidad

Para todo  $x, y \in X$ ,  $x \succ_i y$  implica que  $x P y$ . Es decir, si todos los individuos prefieren estrictamente una alternativa  $x$  a otra  $y$ , la regla debe decir que  $x$  es socialmente mejor que  $y$ . La preferencia debe ser unánime para que la regla la declare como preferida.

## 3. Eficiencia Informacional

Sea  $Y \subset X$ , y sean  $R_Y(X)$  el orden social de  $X$  restringido al conjunto  $Y$ ,  $R(Y)$  el orden social relativo al conjunto  $Y$ , entonces  $R_Y(X) = R(Y)$ . Es decir, si  $Y$  es un subconjunto de alternativas de  $X$ , la restricción de la regla a las alternativas obtenidas en  $Y$  debe concordar con el resultado que se obtendría aplicando la regla sólo a las valoraciones que hacen los individuos de las alternativas que existen en  $Y$ .

## 4. Monotonía Débil

Sea  $(\succsim_1, \succsim_2, \dots, \succsim_m)$  una configuración de preferencias dada y sea  $R$  la relación social correspondiente, tales que  $x R y$ , con  $A$  el conjunto de individuos que considera  $x$  mejor o igual que  $y$ . Sea  $(\succsim'_1, \succsim'_2, \dots, \succsim'_m)$  otra configuración de preferencias sociales, entonces  $x R' y$  (con  $R'$  como la relación social correspondiente). Esto implica que si una opción es declarada socialmente mejor o igual que otra opción, esta valoración no puede cambiar si se modifican las preferencias de los miembros de la sociedad de modo que todos los individuos que consideraban  $x$  mejor o igual que  $y$  siguen pensando lo mismo.

Procederemos a dar una explicación más breve del teorema que, sin embargo, no pierde su significado. Para ello necesitaremos algunas definiciones más.

**Definición 1.** Se dice que  $F$  es **dictatorial** si existe algún  $j \in M$  tal que, para cualquier configuración de preferencias y para todo par de alternativas sociales  $x, y \in X$ , se verifica:

$$x \succ_j y \Rightarrow x P y$$

Dicho individuo  $j$  es un dictador

Es decir, una regla es dictatorial cuando la sociedad responde a los deseos de un único individuo.

**Definición 2.** Dada una regla de elección social  $F$ , se dice que un grupo de individuos  $G(x, y) \subset M$  es un **grupo decisorio** con respecto al par  $\{x, y\}$ , si para toda configuración de preferencias se verifica que:

$$[x \succ_i y \forall i \in G(x, y)] \Rightarrow x P y$$

Es decir, dada una regla de elección si un grupo determinado prefiere unánimemente  $x$  a  $y$  y la regla expresa que socialmente se prefiere  $x$  a  $y$ .

### 3.1.2 Demostración

**Lema 3.** Sea  $F$  una FBSA que verifica las condiciones  $DU$ ,  $PD$ ,  $El$ ,  $MD$ , y sea  $G(x,y)$  un grupo decisorio de 2 o más miembros; entonces existe un subconjunto propio de  $G(x,y)$  que también es decisorio sobre algún par de alternativas

*Prueba.* Sea  $(\succsim_1, \succsim_2, \dots, \succsim_m)$  un perfil de preferencias donde los individuos de  $G(x,y)$  están separados en dos subconjuntos no vacíos  $G'$  y  $G''$ . Sea  $z \in X$  una tercera alternativa donde existe la terna  $\{x,y,z\}$ . Sea  $G^C$  el conjunto complementario de  $G(x,y)$ , y por dominio universal supongamos

$$z \succsim_i x \succ_i y \text{ para todo } i \in G' \quad (1)$$

$$x \succ_i y \succsim_i z \text{ para todo } i \in G'' \quad (2)$$

$$y \succ_i z \succsim_i x \text{ para todo } i \in G^C \quad (3)$$

Necesariamente,  $xPy$  por el peso del grupo decisorio.  $z$ , puede estar en estas cuatro situaciones:

- a)  $zRxPy$ . En ese caso,  $G'$  son grupo decisorio sobre  $\{z,y\}$  puesto que son los únicos que prefieren  $z$  a  $y$  y  $F$  verifica la propiedad  $MD$ .
- b)  $xPyRz$ . En este caso  $G''$  es grupo decisorio sobre el par  $\{x,z\}$  puesto que son los únicos que prefieren  $x$  a  $z$  y  $F$  verifica la propiedad  $MD$ .
- c)  $xPzRy$ . En este caso  $G''$  es grupo decisorio sobre el par  $\{x,z\}$  puesto que son los únicos que prefieren  $x$  a  $z$  y  $F$  verifica la propiedad  $MD$ .
- d)  $xRzPy$ . En ese caso,  $G'$  son grupo decisorio sobre  $\{z,y\}$  puesto que son los únicos que prefieren  $z$  a  $y$  y  $F$  verifica la propiedad  $MD$ . □

**Lema 4.** Sea  $F$  una FBSA que verifica los supuestos  $DU$ ,  $PD$ ,  $El$ ,  $MD$ , y sea  $G(x,y)$  un grupo decisorio sobre el par  $\{x,y\}$ ; entonces este mismo grupo resulta decisorio sobre el par  $\{w,z\}$  para cualquier  $w, z \in X$

*Prueba.* Sea  $(\succsim_1, \succsim_2, \dots, \succsim_m)$  un perfil de preferencias en el cual

$$w \succ_i x \succ_i y \succ_i z \text{ para todo } i \in G(x,y) \quad (4)$$

$$y \succ_i z \succ_i w \succ_i x \text{ para todo } i \in G^C \quad (5)$$

Por EI y PD se puede establecer que  $wPx$  (por Pareto);  $xPY$  (por ser  $G$  grupo decisorio) y que  $wPy$  por transitividad.

De este modo, como los individuos son los únicos que ordenan  $w$  antes que  $y$ , son también decisorios sobre el par  $\{w,y\}$ . Se puede escribir por tanto que:

$wPy$  (por lo anterior);  $yPz$  (por Pareto) y por transitividad  $wPz$ . En consecuencia, como sólo los individuos de  $G$  ordenan a  $w$  sobre  $z$ , también son decisorios sobre ese par. □

**Teorema 5.** *Sea  $X$  un conjunto de elección con más de dos alternativas. Si una FBSA  $F$  definida sobre  $X$  verifica las condiciones DU, PD, EI, MD entonces esa regla es dictatorial.*

*Prueba.* Suponiendo que  $M$  es un conjunto decisorio sobre  $\{x,y\}$ , por aplicación del primer lema podemos reducir el grupo decisorio a una única persona que tiene capacidad de decisión sobre un par de alternativas distintas  $\{z,w\}$ . Por el segundo lema, esta persona tiene capacidad de decisión sobre todas las alternativas de  $X$ . Es un dictador. □

## 4 Las funciones de bienestar social

### 4.1 Preferencialismo en Arrow

De acuerdo con lo expuesto anteriormente, las consecuencias del Teorema de Arrow son muy fuertes para un sistema de corte democrático. Estas se derivan del conjunto de condiciones que Arrow establece como deseables para una regla de elección social. Sin embargo, es posible alcanzar soluciones no dictatoriales si se suavizan algunas de esas reglas.

En particular, de acuerdo con las condiciones de Arrow, es indiferente una política redistributiva que empeore un poco a uno y mejore mucho a dos, frente a una que empeore mucho a uno y mejore un poco a dos. Esto es debido a que la elección social depende únicamente de la posición que las alternativas ocupan en las ordenaciones individuales.

De este modo, las reglas de Arrow impiden tener en cuenta las intensidades de preferencia o efectuar comparaciones interpersonales de satisfacción. Por otro lado, también son ciegas ante información no contenida en las relaciones de preferencia individuales (Neutralidad).

**Neutralidad** La Neutralidad implica que sea un conjunto de preferencias en forma de regla sobre  $X$ , y sea también un conjunto  $X'$  con el mismo número de alternativas pero agentes distintos al que se posiciona sobre  $X$ ; si  $F'$  es una regla de elección colectiva asociada a  $X'$ , la forma de ordenar las prioridades en  $F'$  debe coincidir con  $F$ . Sin embargo, la naturaleza de las alternativas importa.

Supongamos una sociedad de dos individuos y dos alternativas sociales. Supongamos que en el primer escenario hay una persona rica que, a través de una política redistributiva pierde algo de dinero pero consigue la persona pobre tener más bienestar que antes y aumenta el bienestar social como suma de los bienestar individuales. En ese



caso, la política redistributiva será preferida a la no redistributiva. Ahora bien, supongamos que la utilidad de la situación inicial y la final no está asociada a un proceso redistributivo, sino a que el individuo rico tropieza por la calle y el individuo pobre lo observa, riéndose, aumentando su bienestar por la risa. Se ríe tanto que el bienestar social es mayor. Socialmente sería deseable también que los ricos tropezasen por la calle para deleite de los pobres.

## 4.2 Los principios de las reglas de utilidad

La imputación de intensidades de preferencia y comparaciones interpersonales de satisfacción consigue plantear situaciones no dictatoriales. Para ello, se deben incorporar a las reglas de decisión las utilidades de los individuos. Ahora, en lugar de  $x \succsim_i y$  tendremos que  $u_i(x) \geq u_i(y)$ , y expresará que  $xPy$ .

El problema, entonces, se convierte en  $R = F(u)$  donde  $u$  es el vector de utilidades de los individuos para una determinada alternativa. Así,  $F$  es la regla de elección (el modo en que se agregan las preferencias) y  $R$  la ordenación de alternativas resultante del proceso.

### 4.2.1 Condiciones de agregación de la Regla

De Arrow se comparte **Ordenación** (la regla debe servir para ordenar preferencias) y **Dominio Universal** (debe poderse aplicar a cualquier configuración de preferencias).

Sin embargo difiere en **Pareto Indiferencia** (si las utilidades del vector  $u(x) = u(y)$  entonces  $xly$ ); **Eficiencia Informacional** (sean  $u, u'$  dos vectores de funciones de utilidad, y  $x$  e  $y$  dos elementos de  $X$ , y sean  $R = F(u)$ ,  $R' = F(u')$ , y si se verifica que  $u(x) = u'(x)$  y que  $u(y) = u'(y)$  entonces  $xRy \Rightarrow xR'y$  y que  $yRx \Rightarrow yR'x$ ). Esta propiedad implica que sólo es necesario conocer la valoración de los individuos respecto a dos alternativas. En consecuencia, si los agentes cambian sus preferencias de  $u$  a  $u'$  pero este cambio no afecta a la ordenación de  $x$  con respecto a  $y$ , la ordenación social de  $x$  e  $y$  será la misma con unas preferencias que con otras.

Dadas las condiciones anteriores es posible representar en un único orden de Bienestar Social los vectores de utilidades. La forma de hacerlo será a través de las funciones de bienestar social que son las que permiten la ordenación de los elementos del conjunto  $X$ .

Estas funciones no vulneran el principio de neutralidad (aunque no sea un principio del todo deseable) pero sí que incorporan la intensidad de las preferencias y la comparabilidad interpersonal.

## 4.3 La Función de Bienestar Social Bergson-Samuelson

La Función de Bienestar Social de Bergson-Samuelson no presenta una forma única sino que se ve influida por cuáles son los criterios ético-morales predominantes en la sociedad, pues expresa la utilidad que toma cada individuo en función de esos mismos valores sociales y su valoración del resto de individuos. Así, formalmente una función de bienestar social para dos individuos tomaría la forma

$$W = W(U^A, U^B)$$

A pesar de que puede tomar distintas formas (individualistas, colectivistas, social-liberales, etc.), es habitual imponer una serie de criterios que generalice la forma que debe tomar una fbs.

#### 4.3.1 Criterios

1. Individualismo. Si el bienestar de un individuo aumenta sin que disminuya el de otro, el bienestar social debe aumentar.
2. Anonimato. El bienestar social debe depender de la estructura de distribución de utilidades pero no de quiénes posean dichas utilidades. Gráficamente esto implica que las curvas de indiferencia social (que son los puntos en los que los individuos alcanzan un nivel de utilidad igual) deben ser simétricas respecto a la línea de 45 grados.
3. Aversión a la desigualdad. Dada la estricta convexidad de las curvas de indiferencia social, cualquier combinación lineal de dos distribuciones con igual valor social deben aumentar el bienestar social. Es decir, una desposesión del que más tiene en favor del que menos es visto de forma positiva.

#### 4.3.2 Maximización de la utilidad social

Una sociedad maximizará su utilidad social (elegirá un determinado nivel de satisfacción de sus individuos) cuando

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar } W(U^A, U^B) \\ &\text{sujeto a } U^A = G(U^B) \end{aligned}$$

donde  $G(\cdot)$  es la frontera de posibilidades de utilidad. Este es el objetivo del Sector Público en las sociedades modernas.

### 4.4 Principales limitaciones de las Funciones de Bienestar Social

Las principales limitaciones de las funciones de bienestar social son fundamentalmente tres:

En primer lugar, los problemas derivados de la imposibilidad de la obtención de una que cumpla con todos los criterios mínimos exigibles, teniendo que renunciar a alguno de ellos.

En segundo lugar, la dificultad para poder medirla ya que depende de los valores sociales dominantes y estos no son directamente observables por lo que hay que acudir a ciertas herramientas como las encuestas con los límites teórico-técnicos que plantean.

En tercer lugar y derivado de este, si bien ciertas formas de las curvas de bienestar social inducen a que una mayor redistribución es más eficiente, las características de bien público puro de la redistribución hacen que los individuos tengan importantes incentivos a reducir su altruismo social por lo que las decisiones individuales pueden no ser eficientes y, por tanto, desvirtuar la forma de la función de bienestar social.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 11. Teorías del crecimiento económico (I). El modelo de Solow-Swan. El modelo de Ramsey-Cass-Koopmans. Contabilidad del crecimiento.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

## 1. Introducción

Los modelos de crecimiento económico nacen aproximadamente a mitad del siglo XX, siendo el modelo de Solow-Swan (1956) el que se presenta como el trabajo inicial de dicha familia de modelos. No obstante, el modelo de Ramsey-Cass-Koopmans, aunque posterior, está basado en concepciones económicas anteriores al modelo de Solow-Swan. Estos modelos tienen su foco principal en el ahorro y la tecnología como motores del crecimiento económico de una sociedad. Si bien para Solow la tasa de ahorro era una variable exógena, en el modelo Ramsey-Cass-Koopmans esta se considera endógena en función de las decisiones de consumo y ahorro de los hogares.

## 2. El modelo de Solow-Swan

### 2.1 Características del modelo

#### 2.1.1 La función de producción

El modelo de Solow-Swan es un modelo de corte neoclásica y cuya función de producción es una función de tipo Cobb-Douglas bifactorial (capital y trabajo). Las productividades marginales de los factores son positivas y decrecientes. Además la función de producción presenta rendimientos constantes a escala y es homogénea de grado 1. De este modo, dividiendo la función por la cantidad de trabajo se pueden obtener los valores expresados en términos per cápita, dependiendo en última instancia la producción per cápita del capital per cápita. Así mismo se pueden alcanzar las siguientes identidades:

$$\frac{\partial F}{\partial K} = F_K = L F_k(1, \frac{K}{L}) \frac{1}{L} = f'(k) \quad (1)$$

$$\frac{\partial F}{\partial L} = F_L = F(1, \frac{K}{L}) - L F_K(1, \frac{K}{L}) \frac{K}{L^2} = f(k) - k f'(k) \quad (2)$$

En términos generales la función de producción tiene la siguiente forma:  $Y = AL^{1-\alpha}K^\alpha$  con  $0 < \alpha < 1$  y  $A$  estrictamente positivo. En términos per cápita  $y = Ak^\alpha$ . Además, como supuesto adicional, el modelo supone perfecta competencia entre empresas por lo que la productividad marginal de los factores coincide con su remuneración, salario e interés.

#### 2.1.2 La inversión y la acumulación de capital

En el modelo se considera que la inversión bruta es la parte de la producción que se destina a mantener y ampliar el stock de capital, por lo que incorpora una tasa de depreciación entre 0 y 1, donde la inversión resulta que

$$I = \delta K + \dot{K} \quad (3)$$

donde  $\dot{K}$  es la derivada del capital con respecto al tiempo, es decir, la acumulación neta de capital. Suponiendo que la población crece a un ritmo constante  $n$ , y dado que el capital per cápita es la división del capital entre el número

de trabajadores, se obtiene que

$$\dot{k} = \frac{1}{L} \dot{K} - \frac{K}{L^2} \dot{L} \quad (4)$$

De donde, teniendo en cuenta que  $\frac{\dot{L}}{L} = n$  se obtiene que

$$\frac{\dot{K}}{L} = \dot{k} + kn \quad (5)$$

Además, tomando en cuenta que la inversión per cápita es igual a  $i = \frac{I}{L}$  podemos combinarlo con la expresión anterior para obtener que la inversión en términos per cápita es

$$i = (n + \delta)k + \dot{k} \quad (6)$$

donde el stock de capital se deprecia tanto por la depreciación en sentido estricto como por el aumento poblacional, obligando a aumentar el stock de capital a una tasa, al menos, igual a la tasa de crecimiento de la población en el supuesto de depreciación 0. Reordenando la ecuación anterior se obtiene que la tasa de crecimiento del capital per cápita es

$$\dot{k} = i - (n + \delta)k \quad (7)$$

## 2.2 El equilibrio del modelo

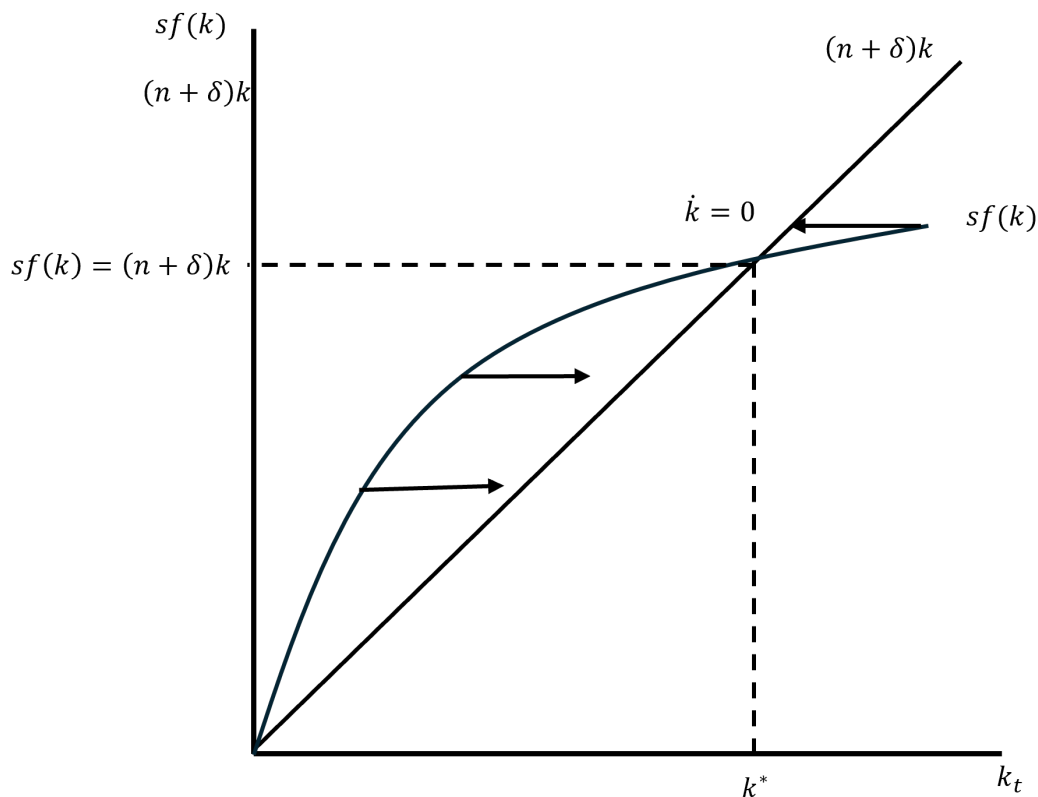
El modelo de Solow se basa en una economía cerrada y sin sector público donde los agentes sólo pueden destinar su renta a consumo o a ahorro, mientras que la producción se destina, por su parte, a consumo o a ahorro. De lo cual se deduce directamente que el ahorro es igual a la inversión. De este modo, una sociedad invertirá tanto más cuanto más ahorre. Por otro lado, y dentro del modelo de Solow, se considera que la tasa de ahorro es constante y exógena, por lo que la inversión será una fracción de la renta que no varía con el tiempo. Así pues,  $i = sf(k)$ , es decir, la inversión per cápita es igual a la tasa de ahorro por la función de producción en términos per cápita. Este supuesto termina las ecuaciones fundamentales del modelo de Solow presentando la dinámica del modelo sustituyendo en 7 de forma que el crecimiento per cápita del capital queda como:

$$\dot{k} = sf(k) - (n + \delta)k \quad (8)$$

Donde siempre que el ahorro per cápita que se genere sea mayor que la depreciación de capital per cápita, se acumulará capital; mientras que en caso contrario se mantendría estable (tasa de ahorro igual a la depreciación) o decrecería si el ahorro es inferior a la depreciación. Conocido esto, ¿es posible que la economía se mantenga en un crecimiento positivo y constante? Dado que una derivada con respecto al tiempo dividida por la propia variable da la tasa de crecimiento, podemos dividir la expresión anterior entre el capital per cápita para conocer la tasa de crecimiento de  $k$  tal que:

$$g_k = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{sf(k)}{k} - (n + \delta) \quad (9)$$

Tomando límites para  $k \rightarrow \infty$  cuando la tasa de crecimiento es positiva para todo el periodo observamos que, debido a que hemos supuesto rendimientos decrecientes a escala de la función de producción per cápita, el denominador de la expresión anterior crece más rápido que el numerador lo que lleva a que la tasa de crecimiento es negativa produciendo una incoherencia en la premisa. Por tanto, se concluye que llega un momento en que los incrementos de capital no son suficientes para cubrir su propia depreciación. Así pues, el estado estacionario en el modelo de Solow vendrá caracterizado por el crecimiento cero de las variables per cápita del modelo. En el siguiente gráfico se representa el equilibrio del modelo de Solow, donde la línea recta representa la depreciación de capital per cápita mientras que la curva es la inversión bruta. La diferencia entre ambas funciones es la inversión neta de capital per cápita. A la izquierda del punto de corte estaríamos en un escenario de crecimiento del capital y a la derecha de decrecimiento.



Supongamos

un nivel de capital  $k_0$  para el cual hay un nivel de consumo en estado estacionario de  $c_0$ , si aumentásemos el nivel de consumo hasta  $c'_0$  entonces se estarían destinando más recursos al consumo, por lo que el capital decrecería. Si, por el contrario, el nivel de consumo es inferior, el capital aumentaría. Así pues, la forma en U invertida muestra que es posible un nivel máximo de consumo en estado estacionario, que es el que se corresponde con el denominado “capital de la regla de oro”, es decir, aquel donde la productividad marginal de capital es igual a la acumulación de capital. En concreto, para una función de producción Cobb-Douglas clásica:

$$k_{oro} = \left[ \frac{A\alpha}{n + \delta} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (10)$$

### 2.3.1 La eficiencia dinámica

Como ya se ha comentado, productividades marginales superiores a la depreciación van a dar lugar a más acumulación de capital hasta que estas magnitudes se igualen, decreciendo. Esto provoca, tal y como se ve en el gráfico anterior, que, si el nivel de capital está a la derecha del capital oro, incrementos en el stock de capital dan lugar a menor consumo. A estas asignaciones las llamamos dinámicamente ineficientes pues se incrementa el ahorro -se detrae consumo- sin que esto tenga efectos en un aumento del consumo futuro. En el caso alternativo, un capital a la izquierda del capital oro podrá aumentarse hasta el capital oro dando lugar a menores consumos presentes pero mayor capital y mayor consumo futuro, situándose, por tanto, en una senda eficiente dinámicamente. De forma más coloquial, los sacrificios de hoy compensan por los frutos del mañana. Gráficamente, podríamos representar estas dos situaciones mediante dos curvas de ahorro (es decir, dos valores distintos de  $s$  dentro de  $sf(k)$ ) y una única línea de depreciación ( $n + \delta$ ), si el punto de corte más alejado (la de la  $s$  más alta) da un valor de capital por encima del  $k_{oro}$ , disminuir la tasa de ahorro y situarnos en la otra curva tendría sentido en términos de eficiencia dinámica.

## 3. El modelo de Ramsey-Cass-Koopmans (RCK)

### 3.1 Supuestos

Este modelo varía el modelo neoclásico de Solow al introducir la decisión de ahorro como derivada de las decisiones de los agentes en su elección intertemporal del consumo. Los supuestos de partida del modelo RCK son los mismos que los de Solow-Swan, misma función de producción, mismo contexto económico (economía cerrada y sin sector público). En este modelo, sin embargo, se introducen dos agentes: familias y empresas. Estos agentes viven infinitos periodos y toman sus decisiones de forma dinámica, es decir, tienen en cuenta su presente pero también su futuro. Su formación de expectativas es racional y actúan en función de toda la información disponible. Son agentes homogéneos y el entorno de las empresas es competitivo lo que da lugar al paradigma de la familia-productora, si bien es posible ampliar el modelo planteando mercados descentralizados.

### 3.2 El modelo

Las preferencias de las familias vienen representadas por una función de utilidad que valora el consumo positivamente a lo largo del tiempo. Todas las variables de decisión están en función del tiempo aunque omitimos la referencia a  $t$  por una cuestión de limpieza en la exposición. La utilidad de la sociedad, suponiendo que en el momento 0 el número de población es igual a la unidad y que hay una tasa de crecimiento de la población positiva queda como

$$LU(c) = U(c)e^{nt} \quad (11)$$



Cuyo problema de maximización es

$$\begin{cases} \max & \int_0^\infty e^{\rho t} U(c) e^{nt} dt \\ \text{s.a.} & \dot{k} = f(k) - c - (n + \delta)k \\ & k_0 > 0 \end{cases} \quad (12)$$

donde  $\rho > 0$  que es la tasa de descuento subjetiva de la utilidad o tasa de preferencia temporal que mide el grado de impaciencia en el consumo de los agentes. Representa la preferencia del consumo presente sobre el de los descendientes. Para que ese problema tenga solución es necesario que  $\rho > n$  con objeto de que la solución de la integral se aproxime a cero cuando el tiempo tienda a infinito. Para resolver este problema se recurre al Hamiltoniano:

$$H = e^{-(\rho-n)t} U(c) + \mu [f(k) - c - (n + \delta)k] \quad (13)$$

siendo  $\mu$  el multiplicador dinámico de Lagrange. Las condiciones de primer orden de este problema son las siguientes:

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial H}{\partial k} = -\dot{\mu} \quad (15)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mu} = \dot{k} \quad (16)$$

Donde, operando, obtenemos

$$\mu = e^{-(\rho-n)t} U'(c) \quad (17)$$

$$\mu [f'(k) - c - (n + \delta)] = -\dot{\mu} \quad (18)$$

$$\dot{k} = f(k) - c - (n + \delta)k \quad (19)$$

Si tomamos logaritmos neperianos y derivamos respecto al tiempo para obtener tasas en la primera ecuación tenemos que:

$$\frac{\dot{\mu}}{\mu} = -(\rho - n) - \frac{U''(c)}{U'(c)} \dot{c} \quad (20)$$

Sustituyendo en 18 obtenemos

$$-\frac{U''(c)}{U'(c)} \dot{c} = f'(k) - \rho - \delta \quad (21)$$

o, lo que es lo mismo, multiplicando y dividiendo por  $c$  el primer término

$$-\frac{U''(c)}{U'(c)} \cdot \frac{c}{c} \cdot \frac{\dot{c}}{c} = f'(k) - \rho - \delta \quad (22)$$

donde, tomando en cuenta que la elasticidad de la utilidad marginal respecto al consumo es

$$\sigma_c = -\frac{U''(c) \cdot c}{U'(c)} > 0$$

tenemos que

$$f'(k) - \delta = \sigma_c \frac{\dot{c}}{c} + \rho \quad (23)$$

esta última expresión es conocida como la condición de Ramsey-Keynes o condición de optimalidad en el consumo intertemporal. Expresa que la ganancia por dejar de consumir una unidad de bien en el instante actual para destinarla a la inversión (parte izquierda de la ecuación) debe igualar el coste de dejar de consumir esa unidad hoy. Además, suponiendo preferencias por tener consumos suavizados, hace que cuando el aumento del consumo sea positivo exista menos aliciente a invertir. Esta ecuación junto con la restricción del problema de optimización caracterizan al modelo. Además, es necesario imponer una condición de transversalidad que viene a decir que en el último periodo el stock de capital es 0, es decir, a las puertas del fin del mundo, los consumidores no estarán pensando en el futuro. Esta condición se expresa matemáticamente como

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k\mu = \lim_{t \rightarrow \infty} kU'(c)e^{-(\rho-n)t} = 0$$

Esta condición va a ser relevante en asegurar la estabilidad dinámica del modelo.

### 3.3 Dinámica

En estado estacionario tanto capital como consumo es constante en el tiempo, por lo que  $\dot{c} = 0$ ,  $\dot{k} = 0$ . Retomando la condición de optimalidad y la restricción del problema de maximización, imponiendo las circunstancias de estado estacionario tenemos que

$$f'(k^*) = (\rho + \delta)$$

y, por otro lado,

$$c^* = f(k^*) - (n + \delta)k^*$$

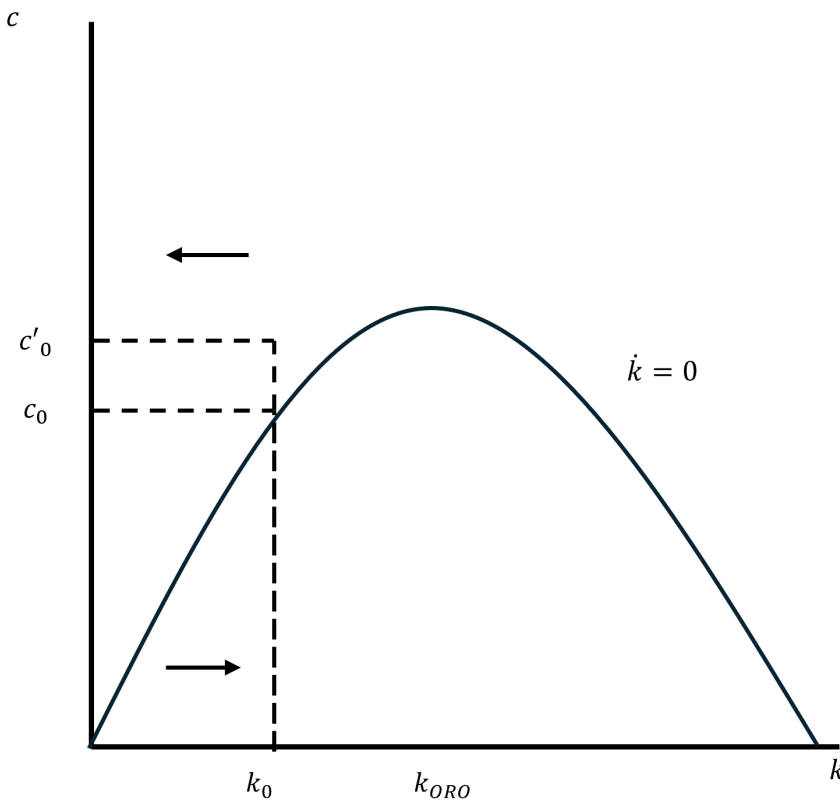
Gráficamente la condición de estado estacionario implica una línea vertical en un determinado nivel de  $k$  ( $k^*$ ). Mientras que la representación de  $k$  en estado estacionario sigue siendo la U invertida. El cruce de ambas fronteras implica un equilibrio en estado estacionario factible. Tal y como sucedía en el modelo anterior, cualquier  $k$  a la izquierda del  $k$  de la regla de oro es un nivel de capital eficiente, es decir, presenta productividades marginales más altas que el  $k$  de la regla de oro. Esto implica que, como sabemos, en el máximo de la curva  $\dot{k} = 0$ , se cumple que  $f'(k_{oro}) = n + \delta$ , pero de las ecuaciones anteriores sabemos que un punto de equilibrio estacionario óptimo da lugar a  $f'(k) = \rho + \delta$ , por tanto, siempre que la tasa de preferencia temporal supere a la tasa de crecimiento de la población el estado estacionario será eficiente. Dado que esto es así por definición, siempre será eficiente el estado estacionario y la recta de  $\dot{c} = 0$  debe siempre representarse a la izquierda del capital de la regla de oro.

### 3.3.1 Diagrama de fases

Del mismo modo que en el modelo anterior, podemos describir la dinámica del modelo como a través de la evolución del consumo per cápita mediante la condición de Ramsey-Keynes, tal que

$$g_c = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma_c} [f'(k) - \rho - \delta] = \frac{1}{\sigma_c} [f'(k) - f'(k^*)] \quad (24)$$

Es decir, si nos encontramos a la izquierda del capital de estado estacionario, la productividad será mayor y, por tanto, el crecimiento del consumo será positivo y, por otro lado y tomando en cuenta lo señalado para el modelo de Solow-Swan, puntos por debajo de la U invertida implican un crecimiento de capital y puntos por encima, destrucción de capital. Así pues, se puede dividir el gráfico mediante cuatro cuadrantes donde los ejes son las curvas  $\dot{k} = 0$  y la recta  $\dot{c} = 0$ . Las trayectorias de los puntos sólo convergen en un único camino por lo que el equilibrio descrito por el modelo es un equilibrio de punto de silla y, por tanto, la solución al problema de maximización es la única solución posible para el modelo.



Supongamos un nivel de capital  $k_0$  para el cual hay un nivel de consumo en estado estacionario de  $c_0$ , si aumentásemos el nivel de consumo hasta  $c'_0$  entonces se estarían destinando más recursos al consumo, por lo que el capital decrecería. Si, por el contrario, el nivel de consumo es inferior, el capital aumentaría. Así pues, la forma en U invertida muestra que es posible un nivel máximo de consumo en estado estacionario, que es el que se corresponde con

el denominado “capital de la regla de oro”, es decir, aquel donde la productividad marginal de capital es igual a la acumulación de capital. En concreto, para una función de producción Cobb-Douglas clásica:

$$k_{oro} = \left[ \frac{A\alpha}{n + \delta} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (25)$$

### 2.3.1 La eficiencia dinámica

Como ya se ha comentado, productividades marginales superiores a la depreciación van a dar lugar a más acumulación de capital hasta que estas magnitudes se igualen, decreciendo. Esto provoca, tal y como se ve en el gráfico anterior, que, si el nivel de capital está a la derecha del capital oro, incrementos en el stock de capital dan lugar a menor consumo. A estas asignaciones las llamamos dinámicamente ineficientes pues se incrementa el ahorro -se detrae consumo- sin que esto tenga efectos en un aumento del consumo futuro. En el caso alternativo, un capital a la izquierda del capital oro podrá aumentarse hasta el capital oro dando lugar a menores consumos presentes pero mayor capital y mayor consumo futuro, situándose, por tanto, en una senda eficiente dinámicamente. De forma más coloquial, los sacrificios de hoy compensan por los frutos del mañana. Gráficamente, podríamos representar estas dos situaciones mediante dos curvas de ahorro (es decir, dos valores distintos de  $s$  dentro de  $s f(k)$ ) y una única línea de depreciación  $(n + \delta)$ , si el punto de corte más alejado (la de la  $s$  más alta) da un valor de capital por encima del  $k_{oro}$ , disminuir la tasa de ahorro y situarnos en la otra curva tendría sentido en términos de eficiencia dinámica.

## 3. El modelo de Ramsey-Cass-Koopmans (RCK)

### 3.1 Supuestos

Este modelo varía el modelo neoclásico de Solow al introducir la decisión de ahorro como derivada de las decisiones de los agentes en su elección intertemporal del consumo. Los supuestos de partida del modelo RCK son los mismos que los de Solow-Swan, misma función de producción, mismo contexto económico (economía cerrada y sin sector público). En este modelo, sin embargo, se introducen dos agentes: familias y empresas. Estos agentes viven infinitos periodos y toman sus decisiones de forma dinámica, es decir, tienen en cuenta su presente pero también su futuro. Su formación de expectativas es racional y actúan en función de toda la información disponible. Son agentes homogéneos y el entorno de las empresas es competitivo lo que da lugar al paradigma de la familia-productora, si bien es posible ampliar el modelo planteando mercados descentralizados.

### 3.2 El modelo

Las preferencias de las familias vienen representadas por una función de utilidad que valora el consumo positivamente a lo largo del tiempo. Todas las variables de decisión están en función del tiempo aunque omitimos la referencia a  $t$  por una cuestión de limpieza en la exposición. La utilidad de la sociedad, suponiendo que en el momento 0

el número de población es igual a la unidad y que hay una tasa de crecimiento de la población positiva queda como

$$LU(c) = U(c)e^{nt} \quad (26)$$

Cuyo problema de maximización es

$$\begin{cases} \max & \int_0^\infty e^{\rho t} U(c) e^{nt} dt \\ \text{s.a.} & \dot{k} = f(k) - c - (n + \delta)k \\ & k_0 > 0 \end{cases} \quad (27)$$

donde  $\rho > 0$  que es la tasa de descuento subjetiva de la utilidad o tasa de preferencia temporal que mide el grado de impaciencia en el consumo de los agentes. Representa la preferencia del consumo presente sobre el de los descendientes. Para que ese problema tenga solución es necesario que  $\rho > n$  con objeto de que la solución de la integral se aproxime a cero cuando el tiempo tienda a infinito. Para resolver este problema se recurre al Hamiltoniano:

$$H = e^{-(\rho-n)t} U(c) + \mu [f(k) - c - (n + \delta)k] \quad (28)$$

siendo  $\mu$  el multiplicador dinámico de Lagrange. Las condiciones de primer orden de este problema son las siguientes:

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0 \quad (29)$$

$$\frac{\partial H}{\partial k} = -\dot{\mu} \quad (30)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mu} = \dot{k} \quad (31)$$

Donde, operando, obtenemos

$$\mu = e^{-(\rho-n)t} U'(c) \quad (32)$$

$$\mu [f'(k) - c - (n + \delta)] = -\dot{\mu} \quad (33)$$

$$\dot{k} = f(k) - c - (n + \delta)k \quad (34)$$

Si tomamos logaritmos neperianos y derivamos respecto al tiempo para obtener tasas en la primera ecuación tenemos que:

$$\frac{\dot{\mu}}{\mu} = -(\rho - n) - \frac{U''(c)}{U'(c)} \dot{c} \quad (35)$$

Sustituyendo en 33 obtenemos

$$-\frac{U''(c)}{U'(c)} \dot{c} = f'(k) - \rho - \delta \quad (36)$$

o, lo que es lo mismo, multiplicando y dividiendo por  $c$  el primer término

$$-\frac{U''(c) \cdot c}{U'(c)} \cdot \frac{\dot{c}}{c} = f'(k) - \rho - \delta \quad (37)$$

donde, tomando en cuenta que la elasticidad de la utilidad marginal respecto al consumo es

$$\sigma_c = -\frac{U''(c) \cdot c}{U'(c)} > 0$$

tenemos que

$$f'(k) - \delta = \sigma_c \frac{\dot{c}}{c} + \rho \quad (38)$$

esta última expresión es conocida como la condición de Ramsey-Keynes o condición de optimalidad en el consumo intertemporal. Expresa que la ganancia por dejar de consumir una unidad de bien en el instante actual para destinarla a la inversión (parte izquierda de la ecuación) debe igualar el coste de dejar de consumir esa unidad hoy. Además, suponiendo preferencias por tener consumos suavizados, hace que cuando el aumento del consumo sea positivo exista menos aliciente a invertir. Esta ecuación junto con la restricción del problema de optimización caracterizan al modelo. Además, es necesario imponer una condición de transversalidad que viene a decir que en el último periodo el stock de capital es 0, es decir, a las puertas del fin del mundo, los consumidores no estarán pensando en el futuro. Esta condición se expresa matemáticamente como

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k\mu = \lim_{t \rightarrow \infty} kU'(c)e^{-(\rho-n)t} = 0$$

Esta condición va a ser relevante en asegurar la estabilidad dinámica del modelo.

### 3.3 Dinámica

En estado estacionario tanto capital como consumo es constante en el tiempo, por lo que  $\dot{c} = 0$ ,  $\dot{k} = 0$ . Retomando la condición de optimalidad y la restricción del problema de maximización, imponiendo las circunstancias de estado estacionario tenemos que

$$f'(k^*) = (\rho + \delta)$$

y, por otro lado,

$$c^* = f(k^*) - (n + \delta)k^*$$

Gráficamente la condición de estado estacionario implica una línea vertical en un determinado nivel de  $k$  ( $k^*$ ). Mientras que la representación de  $k$  en estado estacionario sigue siendo la  $U$  invertida. El cruce de ambas fronteras implica un equilibrio en estado estacionario factible. Tal y como sucedía en el modelo anterior, cualquier  $k$  a la izquierda del  $k$  de la regla de oro es un nivel de capital eficiente, es decir, presenta productividades marginales más altas que el  $k$  de la regla de oro. Esto implica que, como sabemos, en el máximo de la curva  $\dot{k} = 0$ , se cumple que  $f'(k_{oro}) = n + \delta$ , pero de las ecuaciones anteriores sabemos que un punto de equilibrio estacionario óptimo da

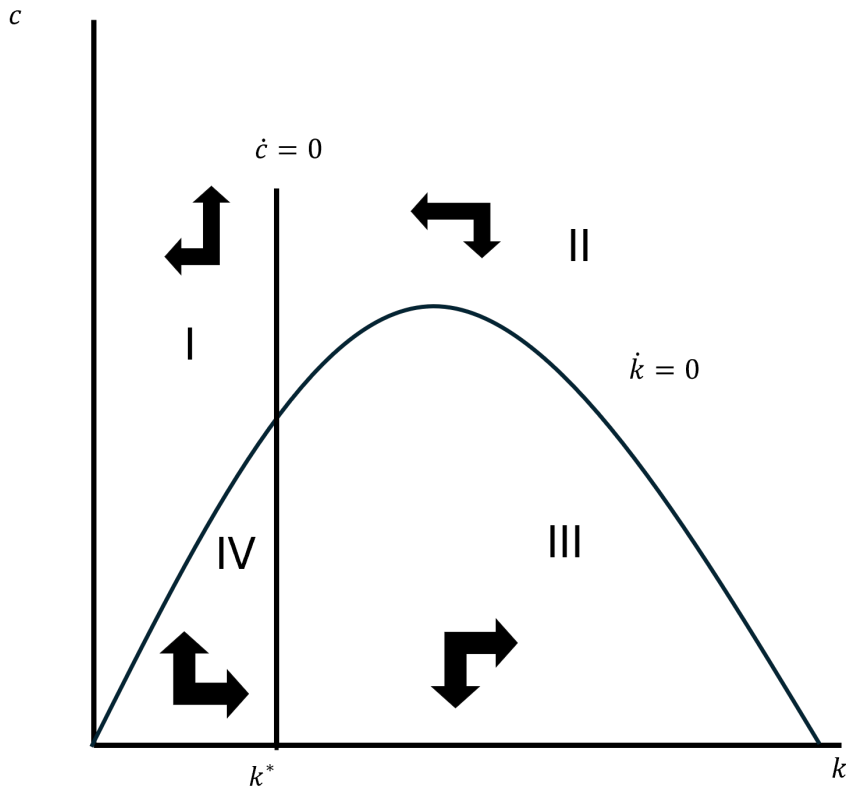
lugar a  $f'(k) = \rho + \delta$ , por tanto, siempre que la tasa de preferencia temporal supere a la tasa de crecimiento de la población el estado estacionario será eficiente. Dado que esto es así por definición, siempre será eficiente el estado estacionario y la recta de  $\dot{c} = 0$  debe siempre representarse a la izquierda del capital de la regla de oro.

### 3.3.1 Diagrama de fases

Del mismo modo que en el modelo anterior, podemos describir la dinámica del modelo como a través de la evolución del consumo per cápita mediante la condición de Ramsey-Keynes, tal que

$$g_c = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma_c} [f'(k) - \rho - \delta] = \frac{1}{\sigma_c} [f'(k) - f'(k^*)] \quad (39)$$

Es decir, si nos encontramos a la izquierda del capital de estado estacionario, la productividad será mayor y, por tanto, el crecimiento del consumo será positivo y, por otro lado y tomando en cuenta lo señalado para el modelo de Solow-Swan, puntos por debajo de la U invertida implican un crecimiento de capital y puntos por encima, destrucción de capital. Así pues, se puede dividir el gráfico mediante cuatro cuadrantes donde los ejes son las curvas  $\dot{k} = 0$  y la recta  $\dot{c} = 0$ . Las trayectorias de los puntos sólo convergen en un único camino por lo que el equilibrio descrito por el modelo es un equilibrio de punto de silla y, por tanto, la solución al problema de maximización es la única solución posible para el modelo.



Si la economía se colocase de inicio en el cuadrante I, la economía caminaría hacia la destrucción del capital para

destinarlo todo al consumo. Por otro lado, si se ubica en el cuadrante III, se dejaría de consumir y se tendería a un capital muy grande. Estar en los cuadrantes II o IV tampoco garantiza una convergencia al estado estacionario, ya que si se está alejado del eje central pero muy cerca de uno de las curvas, será fácil que en sucesivos periodos se de el salto a otro cuadrante, llevandonos a trayectorias más explosivas. Así pues, la elección óptima requiere que la economía se sitúe sobre la única trayectoria de convergencia posible.

## 4. Contabilidad del crecimiento

Como corolario del planteamiento teórico de Solow, si se describe la economía como una función de producción de los factores capital y trabajo y que estos se remuneran por su participación en la renta  $\alpha$  y  $1 - \alpha$ , se puede contrastar este enfoque teórico con la proporción que supone el empleo y el capital así como la contribución de estos factores en la economía dentro de una serie económica real. Tras hacer esto, se observó que existía una parte de la producción que no puede ser explicada por esa función y a esto se le llamó residuo de Solow o tasa de crecimiento de la Productividad Total de los Factores (TFP en sus siglas en inglés) y que se define como:

$$g_{TFP} = g_Y - \alpha g_L - (1 - \alpha)g_K \quad (40)$$

donde las  $g$  son las tasas de crecimiento de la Productividad Total de los Factores, la renta, el empleo y el capital. Esa parte no explicada se interpreta normalmente como progreso técnico, es decir, aquella parte del crecimiento que no se debe al aumento de los factores se tiene que deber a cambios dentro de la función de producción, es decir, un cambio técnico. La idea del “residuo” viene porque si la producción nacional se estima como una regresión sobre las tasas de crecimiento del capital y del trabajo, el “residuo” de esa regresión sería la productividad total de los factores. La inclusión del residuo en la función de producción implica aportar, en la solución de Solow, un progreso técnico exógeno  $A$ , neutral en el sentido de Harrod. Así pues, resolviendo el problema donde igualamos la curva de ahorro con la recta de depreciación tenemos que

$$k^* = A \left[ \frac{s}{(n + \delta)} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (41)$$

donde tomando logaritmos neperianos y derivando respecto al tiempo obtenemos la tasa de crecimiento del stock de capital per cápita. Como la única variable que varía con el tiempo además del capital es el cambio tecnológico, el crecimiento del capital de estado estacionario es igual a la tasa de crecimiento del progreso técnico. Es decir, la economía crecerá si crece su progreso técnico. Esta evaluación del crecimiento a través de funciones de producción, asignando la contribución de cada factor así como la del progreso técnico es lo que se denomina contabilidad del crecimiento.



## 5. Conclusiones

Tal y como hemos visto, los modelos anteriores intentan dar una explicación a qué provoca que las economías crezcan. En el caso del modelo de Solow, es necesario recurrir a un factor externo (el progreso técnico) para asegurar niveles de crecimiento distintos dentro del estado estacionario. Por su parte, el modelo de RCK también requiere del progreso técnico para introducir el crecimiento una vez alcanzado el estado estacionario pero su llegada a él es debida a la propia dinámica del modelo, haciendo endógena la tasa de ahorro como fruto de las decisiones de los agentes a lo largo del tiempo. Ambos modelos supusieron el comienzo de los modelos de crecimiento económico y dieron los primeros pasos en tratar de comprender el por qué de los avances de las sociedades en términos económicos. Estos modelos, si bien señalan aspectos importantes, presentan aún limitaciones importantes en las restricciones de sus supuestos (como la idea de generaciones infinitas mediante agente representativo) y en la falta de endogeneizar la fuente propia del crecimiento económico.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 12. Teorías del crecimiento económico (II). Modelos de crecimiento endógeno: rendimientos no decrecientes, capital humano e innovación tecnológica.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

La explicación del crecimiento económico en los modelos neoclásicos a partir de una tasa exógena de progreso tecnológico es una solución muy limitada en tanto en cuanto no explica cómo se produce ese progreso técnico que es la única fuente de crecimiento de la economía.

Los modelos de crecimiento endógeno interiorizan la formación de progreso tecnológico en sus explicaciones y pretenden dar una argumentación más realista y completa.

A lo largo de esta exposición se presentan los tres modelos más importantes en este ámbito por ser los primeros en señalar

## 2 El modelo AK

El modelo más simple de crecimiento endógeno o explicado es el modelo AK propuesto por Rebelo.

### 2.1 Las características de la producción

Una de las innovaciones del modelo AK es la consideración del trabajo como un bien de capital más, el cuál requiere una inversión (educación) por lo que simplifica la función de producción neoclásica a una del tipo

$$Y_t = AK_t \quad (1)$$

La función de producción por tanto presenta rendimientos constantes a escala pero no presenta rendimientos marginales decrecientes en el capital ni cumple con las condiciones de Inada.

### 2.2 Solución de familias

El modelo puede resolverse a través de la suposición de mercado competitivo o de la existencia de familias productoras y consumidoras. Ambos enfoques proporcionan una solución igual.

Las familias se enfrentan a un problema de maximización de su utilidad dada por

$$U(0) = \int_0^{\infty} e^{-(\rho-n)t} \left( \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) dt \quad (2)$$

con  $\rho$  como la tasa de descuento a lo Ramsey,  $n$  la constante de crecimiento de la población y  $\theta$  la inversa de la elasticidad de sustitución intertemporal.

Dado que no existe ni gobierno ni sector exterior, el ahorro debe ser igual a la inversión bruta, es decir, al aumento del capital menos una constante de depreciación. La función de acumulación del capital per cápita es

$$\dot{k}_t = Ak_t - c_t - (\delta + n)k_t \quad (3)$$

La maximización de la utilidad viene dada por el Hamiltoniano de (2) sujeto a (3). De donde la tasa de crecimiento del consumo, en logaritmos y derivando respecto al tiempo en el Hamiltoniano queda como

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} [A - \rho - \delta] \quad (4)$$

donde todos los componentes son constantes. Separando consumo e inversión nos queda que

$$\theta \frac{\dot{c}}{c} + \rho = A - \delta \quad (5)$$

Donde el lado izquierdo representa el beneficio del consumo y el derecho el de la inversión.

La tasa de crecimiento del capital per cápita es la ecuación (3) dividida por el capital, lo que da

$$\gamma_k = A - \frac{c}{k} - (\delta + n) \quad (6)$$

Dado que en estado estacionario todas las tasas de crecimiento son constantes, la ratio de consumo-capital también lo es, por lo que si se toman logaritmos y derivadas respecto al tiempo, se obtiene que

$$\gamma_k^* = \gamma_c^* \equiv \gamma^* \quad (7)$$

Es decir, dado que la producción es proporcional a  $k$  la tasa de crecimiento de la economía será igual a dichas tasas de crecimiento del consumo y el capital, cuyo valor es

$$\gamma_k^* = \gamma_c^* = \gamma_y^* = \frac{1}{\theta} [A - \rho - \delta]$$

Necesariamente habrá que acotar la utilidad de los individuos haciendo que

$$A - \delta - n > \gamma^* \quad (8)$$

## 2.3 La dinámica de transición y convergencia

Dado que el consumo crece siempre al mismo nivel que es el estacionario, si el capital y la renta crecen al mismo ritmo no existe previsión de transición hacia un estado estacionario de la economía.

La ecuación (4) permite diferenciar el consumo, que no depende del capital para obtener su senda en el tiempo tal que

$$c(t) = c(0)e^{\frac{1}{\theta}[A-\rho-\delta]t} \quad (9)$$

Esta ecuación se puede introducir en la ecuación de acumulación de capital que dependía del consumo por lo que la ecuación (3) queda reescrita como

$$\dot{k}_t = Ak_t - (\delta + n)k_t - c(0)e^{\frac{1}{\theta}[A-\rho-\delta]t} \quad (10)$$

Esta ecuación diferencial se resuelve en

$$k(t) = \Phi e^{A-\delta-n)t} + [c(0)/\beta] \cdot e^{(1/\theta) \cdot (A-\delta-\rho)t} \quad (11)$$

Donde  $\Phi$  es constante y  $\beta = (A - \delta) \cdot (\theta - 1)/\theta + \rho/\theta - n > 0$

Por la condición de transversalidad de Ramsey, que en este modelo también se aplica, sólo se cumple si  $\Phi = 0$ .

Si esto se aplica en la ecuación (11), se observa que el capital y el consumo deben ser proporcionales, y que las tasas de crecimiento necesariamente deben ser las mismas.

Es decir, el modelo de Rebelo implica un crecimiento permanente del consumo, capital y renta a una tasa igual a  $\frac{1}{\theta}[A - \rho - \delta]$ . De este modo, la renta no tiene ninguna implicación en la tasa de crecimiento ni el stock de capital por lo que el modelo no predice convergencia alguna entre países que estén en situaciones desiguales. De igual manera, un shock temporal producirá efectos permanentes en la economía.

## 3 Modelo de capital humano

Uno de los problemas de la tecnología AK es la intuición de que el capital físico es transformable automáticamente en capital humano, lo cuál supone un problema lógico importante. El modelo de Uzawa y Lucas proponen un modelo en el que el capital humano está explícitamente especificado.

### 3.1 Descripción de la economía

En la economía existen dos sectores, el de capital físico y el de capital humano. En el de capital físico la variación de capital viene dado por

$$\dot{K} = AK_Y^\alpha H_Y^{1-\alpha} - C - \delta_K K \quad (12)$$

Donde  $H_Y$  es la cantidad de capital humano usado para producir el bien Y.

En el otro sector, donde se produce capital humano, la variación de capital humano es

$$\dot{H} = BK_H^\eta H_H^{1-\eta} - \delta_H H \quad (13)$$

Se asume que el capital humano es un bien rival por lo que  $H = H_Y + H_H$ . Se asume también que una fracción del capital humano se destina a la producción final ( $u$ ) mientras que su complemento se destina a la de capital humano ( $1-u$ ). Además, el modelo de Uzawa-Lucas asumen que en el proceso de creación de capital humano (educación) no se usa capital fijo por lo que  $\alpha > \eta = 0$ . Así pues, con estas restricciones las dos ecuaciones anteriores quedan como

$$\dot{K} = AK^\alpha (uH)^{1-\alpha} - C - \delta_K K \quad (14)$$

$$\dot{H} = B(1-u)H - \delta_H H \quad (15)$$

En términos per cápita, las expresiones anteriores a las cuales el crecimiento de la población afecta en su depreciación quedan como

$$\dot{k} = Ak^\alpha (uh)^{1-\alpha} - c - (\delta_k + n)k \quad (16)$$

$$\dot{h} = B(1-u)h - (\delta_h + n)h \quad (17)$$

### 3.2 Comportamiento de los hogares

Los individuos tratan de maximizar su función de utilidad que es la misma que la descrita en (2), esta vez sujeta a las dos restricciones que imponen las ecuaciones (16) y (17) supuestos dos valores cualesquiera positivos para cada tipo de capital.

Este problema de maximización se resuelve a través del Hamiltoniano para lo cual están las dos restricciones dinámicas y dos variables de control ( $c$  y  $u$ ).

La forma del hamiltoniano será, por tanto,

$$H(\cdot) = e^{-(\rho-n)t} \left( \frac{c_t^{1-\theta}}{1-\theta} \right) + v_t (A k^\alpha (u h)^{1-\alpha} - c - (\delta_k + n)k) + \lambda_t (B(1-u)h - (\delta_h + n)h) \quad (18)$$

Con  $v$  y  $\lambda$  como precios sombra del capital físico y humano respectivamente.

Operando con las condiciones de primer orden y asumiendo que las tasas de depreciación son iguales para capital físico y humano, la tasa de crecimiento del consumo es

$$\gamma_c = \frac{1}{\theta} (A \alpha k^{\alpha-1} (u h)^{1-\alpha} - (\delta + \rho)) \quad (19)$$

Es decir, el crecimiento del consumo depende del producto marginal del capital físico, que a su vez depende también del stock de capital tanto físico como humano por lo que su resolución algebraica no es sencilla.

Sin embargo, si suponemos que todas las variables se encuentran en estado estacionario, estas serán constantes.

### 3.3 El estado estacionario

En estado estacionario la tasa de crecimiento de  $u$  debe ser 0, por lo que existirá una constante  $u^*$ . Si se desplazan todas las constantes a la izquierda en la ecuación (19) la igualdad queda como

$$\frac{\theta \gamma_c^* + \delta + \rho}{A \alpha (u^*)^{1-\alpha}} = k^{\alpha-1} h^{1-\alpha} \quad (20)$$

que tomando logaritmos y derivando respecto al tiempo para obtener las tasas de crecimiento queda como

$$0 = (\alpha - 1) \gamma_k^* + (1 - \alpha) \gamma_h^* \quad (21)$$

Es decir, las tasas de crecimiento de ambos capitales son iguales por lo que las proporciones de ambos serán constantes también.

La tasa de crecimiento de capital se puede obtener desde (16) siendo

$$\gamma_k = A k^{\alpha-1} (u h)^{1-\alpha} - \frac{c}{k} - (\delta + n) \quad (22)$$

de donde es directo deducir que la proporción  $c/k$  debe ser constante (pues el resto de valores lo son en el estado

estacionario) y, por tanto, la tasa de crecimiento del consumo debe ser igual a la de capital físico y a la de capital humano.

A una solución similar se llega con el crecimiento de la producción, cuyo logaritmo y posterior derivación respecto al tiempo. Siendo, por tanto, los crecimientos de ambos tipos de capital, consumo, producción son iguales.

Así pues, si tomamos una de las restricciones del hamiltoniano y aplicamos estos resultados se obtiene que

$$vAk^\alpha(1-\alpha)u^{1-\alpha}h^{-\alpha} = \lambda Bu \quad (23)$$

donde todas las variables en estado estacionario son constantes salvo  $v$  y  $\lambda$  que deben crecer a un ritmo idéntico.

De nuevo, recurriendo al hamiltoniano podemos introducir la ecuación anterior en una de sus restricciones para obtener

$$\lambda Bu^* + \lambda((B(1-u^*) - (\delta + n))) = -\lambda \quad (24)$$

donde el crecimiento del precio implícito en estado estacionario es

$$-\gamma_\lambda^* = B - \delta - n \quad (25)$$

trasladando este resultado al crecimiento del consumo que podía expresarse en función del crecimiento de la variable  $v$ , dado que el crecimiento de  $v$  debe ser igual al de  $\lambda$ , el crecimiento del consumo, de la producción y de ambos tipos de capitales es

$$\gamma_*^* = \frac{1}{\theta}(B - \delta - \rho) \quad (26)$$

Por lo tanto lo que este modelo muestra es que el crecimiento de las variables mencionadas en el restrictivo caso impuesto de que el capital físico no afecte al crecimiento del capital productivo se debe exclusivamente al sector educativo.

Su dinámica de transición -que al contrario que en el otro modelo, existe- es de un cálculo complejo aunque es posible comprobar cómo existe un punto de atracción en la ratio entre  $(k/h)^*$  por lo que los capitales tenderán a modificarse hasta alcanzar esa proporción. Además, se ha demostrado que un exceso de capital fijo sobre el capital humano penaliza más el crecimiento de la producción (o lo acelera menos) que un exceso de capital humano sobre el capital fijo.



## 4 Modelo de I+D. El modelo de Romer

### 4.1 Descripción de la economía

En este modelo de crecimiento económico en el que las ideas sobre la producción de productos es relevante se consideran tres agentes, los productores de bienes finales que alquilan el capital a los inventores, los inventores de recursos de capital y por último los consumidores que eligen entre ahorrar o consumir.

### 4.2 Productores de bienes

La función de producción a la que se enfrentan los productores es una Cobb-Douglas del tipo

$$Y_t = AK_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (27)$$

Donde A mide la eficiencia de la empresa y K es un compuesto de bienes intermedios agregados de la siguiente forma

$$K_t = \left( \sum_{j=1}^{N_t} x_{jt}^\alpha \right)^{1/\alpha} \quad (28)$$

$N_t$  es el número inventado de bienes hasta el momento t y  $x_{jt}$  es la cantidad del bien intermedio  $j$  que las empresas demandan y compran en t.

Combinando ambas ecuaciones la función de producción es

$$Y_t = AL_t^{1-\alpha} \sum_{j=1}^{N_t} x_{jt}^\alpha \quad (29)$$

El progreso tecnológico es una constante de aumento del número de inputs intermedios, sin obsolescencia de estos inputs.

En el caso de que la cantidad de bienes de capital para cada empresa sea la misma, la función de producción toma la forma

$$Y_t = AL_t^{1-\alpha} (N_t x_t)^\alpha N_t^{1-\alpha} \quad (30)$$

Con lo que existen rendimientos constantes respecto al trabajo y al numero total de bienes intermedios comprados y que la producción aumenta al aumentar el número de bienes intermedios. Si se toma L como dado, la producción

presenta rendimientos decrecientes respecto a  $Nx$  si el aumento de la cantidad total de bienes intermedios comprados procede de un aumento de  $x$ , pero no si procede de un aumento de  $N$ . Los rendimientos constantes de  $N$  hace que el modelo sea una derivación del modelo AK donde el bien que se acumula es el número de bienes de capital.

Suponiendo que todos los bienes se compran a un precio que supondremos 1, el objetivo de la empresa es maximizar el valor presente de su producción, es decir

$$\int_0^{\infty} e^{-rt} \left( AL_t^{1-\alpha} \sum_{j=1}^{N_t} x_{jt}^{\alpha} - w_t L_t - \sum_{j=1}^{N_t} p_{jt} x_{jt} \right) dt \quad (31)$$

Al no existir costes de ajuste ni bienes acumulables, esto equivale a la maximización de los beneficios en cada periodo

$$Y_t - w_t L_t - \sum_{j=1}^{N_t} p_{jt} x_{jt} \quad (32)$$

Las condiciones de primer orden son la igualdad entre el salario y la producción marginal del trabajo así como el producto marginal de  $x_{jt}$  y su precio.

La demanda del bien  $x_{jt}$  puede ser expresada tomando en cuenta las elasticidades de demanda

$$x_{jt}^d = A^{\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} L_t p_{jt}^{-\frac{1}{1-\alpha}} \quad (33)$$

### 4.3 Las reglas de la invención

Una vez creados los nuevos bienes a través de inversión en I+D, las empresas tienen derecho a producir ilimitadas unidades al precio  $p_{jt}$ . Es decir, existe monopolio sobre la producción de dicho producto. Así un inventor decidirá inventar si obtiene beneficios, para lo que debe conocer el precio de venta.

#### 4.3.1 La determinación del precio de venta

Los inventores maximizan el nivel de precio de un producto en el momento  $s$  descontando los beneficios que son iguales a la cantidad producida por el precio de venta menos el coste marginal (CM) por cada unidad producida. Es decir

$$\max \int_0^{\infty} e^{-r(t-s)} \left( (p_{jt} - CM) A^{\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} L_t p_{jt}^{-\frac{1}{1-\alpha}} \right) dt \quad (34)$$

si suponemos que el coste marginal es igual a 1 para simplificar, el precio de monopolio que maximiza beneficios una vez construido el hamiltoniano, es

$$p_{jt} = \frac{1}{\alpha} > 1 \quad (35)$$

Este precio, inserto en la función de demanda hace que la cantidad vendida de producto intermedio sea

$$x_{jt} = x = A^{\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} L_t \left( \frac{1}{\alpha} \right)^{-\frac{1}{1-\alpha}} = A^{\frac{1}{1-\alpha}} L \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} \quad (36)$$

Dado que los precios son iguales para todos los productores y las cantidades demandadas también, los beneficios van a ser idénticos y constantes en el tiempo. Así pues, el valor presente de esos beneficios es

$$\int_s^\infty e^{-r(t-s)} \pi dt = \frac{\pi}{r} \quad (37)$$

El coste de inventar, su inversión, se denota por  $\Phi$  que en condiciones de competencia perfecta debe igualarse al rendimiento esperado de esa inversión, es decir, los beneficios descontados.

El valor de  $\Phi$  se considera constante por convención, pues hay razones para suponer que el coste de inventar decrece por basarse en desarrollos previos y razones para suponer que las inversiones para desarrollar algo nuevo será necesariamente más cara porque será más compleja.

#### 4.4 Los consumidores

Para definir el comportamiento de los consumidores en el tiempo se supone que tienen acceso a un mercado de activos que genera un tipo de interés  $r$ .

Su restricción es, por tanto, dar uso a los activos que tienen o no, por lo que será del tipo

$$\dot{b} = rb + w - c \quad (38)$$

donde  $b$  son los activos que poseen los consumidores.

Dado que se enfrentan a una curva de utilidad de Ramsey como los modelos anteriores, la tasa de crecimiento del consumo será

$$\gamma_c = \frac{1}{\theta}(r - \rho) \quad (39)$$

## 4.5 Equilibrio y crecimiento

Sustituyendo en la tasa de crecimiento del consumo  $r$  por su equivalente  $\pi/\Phi$  y escribiendo la función de beneficios la tasa de crecimiento del consumo es

$$\gamma_c = \frac{1}{\theta} \left( \frac{1}{\Phi} \frac{1-\alpha}{\alpha} A^{\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} L - \rho \right) \quad (40)$$

Esta ecuación implica que el crecimiento del consumo es constante, inversamente relacionado con el coste de la inversión en I+D y directamente relacionado con el tamaño de la población. Las características de no rivalidad de la tecnología hace que un aumento de la población conlleve un aumento del ritmo de avance de la tecnología.

Los activos, para el equilibrio del mercado financiero, deben tener el mismo valor que el único activo con oferta neta positiva (las empresas inventoras, con valor  $\Phi$ ). Por tanto, el equilibrio del mercado financiero es

$$b = \Phi N_t \quad (41)$$

Como el salario es igual a

$$w = (1 - \alpha) \frac{Y}{L} \quad (42)$$

la restricción de los consumidores se puede reescribir como

$$\Phi \dot{N} = r\Phi N + (1 - \alpha) \frac{Y}{L} L - c \quad (43)$$

donde operando y sustituyendo el valor de  $r$  anteriormente especificado tenemos que

$$\Phi \dot{N} = (Y - Nx) - c \quad (44)$$

Es decir, la producción puede destinarse a consumir, a producir bienes intermedios ya inventados o a inventar nuevos productos. Dividiendo ambos lados de la ecuación por  $N$  y dado que  $Y$  es proporcional a  $N$ , podemos obtener el estado estacionario donde  $N$  es constante.

En este caso, todos los términos de la nueva ecuación son constantes excepto  $c/N$  que, en consecuencia, también debe serlo por lo que las tasas de crecimiento de ambas variables debe ser igual, lo que debido a la proporcionalidad de  $Y$  en  $N$ , hace que el crecimiento del producto final también sea la misma tasa.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 13. Teorías de los ciclos económicos. Modelos de equilibrio general dinámico estocástico: modelos de ciclo real y modelos neokeynesianos.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

Las diversas fluctuaciones de la economía a lo largo del tiempo han sido fuente general de estudio y preocupación por parte de los economistas. Responder a la pregunta de por qué surgen y cómo se comporta el ciclo económico, son cuestiones centrales en el estudio de la economía. Tal es así que, a la hora de estudiar el funcionamiento de los ciclos económicos, existen múltiples interpretaciones teóricas, incluso dentro de las propias escuelas de pensamiento. Entre ellos, cabe destacar el enfoque keynesiano, el monetarista y el walrasiano o modelo de ciclo económico real, que trataremos más profundamente. No obstante, existen otras interpretaciones menores como la austriaca, la marxista, o la de ondas regulares (cortas a lo Kitchin, medias a lo Kuznets o largas a lo Kondratieff). Las causas por las cuales los movimientos del ciclo son unos u otros son varias según la teoría elegida.

## 2 Las teorías del ciclo económico

### 2.1 La crítica de Lucas

Robert E. Lucas planteó una crítica central a los modelos deterministas o no estocásticos que habían predominado la predicción de ciclos económicos hasta entonces (desde Schumpeter, Keynes, Friedman y otros). Las bases de la crítica son que hasta ese momento, estos modelos carecían de verdadera teoría y fundamentos microeconómicos, haciendo que las proyecciones de estos modelos no fuesen precisas ya que el comportamiento de los agentes es distinto en el tiempo en el que se hará la política económica al tiempo del que proceden los datos a los que se les simularán los cambios de política.

En esencia, para Lucas, se deben modelizar los «parámetros fuertes» (tales como las preferencias de los agentes, las restricciones de recursos y las funciones de producción) y, sobre estos microfundamentos, edificar los modelos económicos tomando en cuenta las reacciones de los agentes ante los distintos cambios de políticas.

En este sentido, tanto el modelo básico de Ciclo Económico Real (y los que lo continúan) así como los modelos neokeynesianos basados en EGDE, toman en cuenta la crítica de Lucas y la sortean al plantear una microfundamentación en la definición de los agentes y el ambiente institucional en el que se desenvuelven.

Esta adaptación de la crítica de Lucas por los neokeynesianos se basa en destacar las imperfecciones del mercado: la existencia de rigideces nominales de precios y/o salarios, problemas de coordinación, asimetrías de información, racionamiento del crédito e ineficiencias en el mercado de trabajo.

## 3 Los modelos dinámicos estocásticos de equilibrio general

### 3.1 Características básicas

Los EGDE son modelos que, como su nombre indican, trabajan en un entorno de equilibrio general. Los modelos de equilibrio general plantean soluciones en las que las decisiones de todos los agentes que intervienen están rela-

cionadas y, además, en equilibrio. Las rigideces nominales y modificaciones que actualmente permiten los EGDE, así como su enfoque de equilibrio general, provocan que sea un plan de investigación generalizado dentro de la macroeconomía moderna, usada tanto por nekeynesianos como por partidarios del Ciclo Económico Real. En este sentido, algunos autores como Mankiw señalan que estamos ante la Nueva Síntesis Neoclásica.

Estos modelos recogen la crítica de Lucas en los microfundamentos de su teoría.

Más que un modelo canónico, los EDGE son un conjunto de modelos que comparten más bien su metodología que un conjunto de características o supuestos concretos.

Debido al recurso a componentes estocásticas y al planteamiento de equilibrio general son modelos cuya resolución analítica no es sencilla. Para ello, se plantean fundamentalmente dos formas de solución de los modelos EGDE, la calibración y la estimación.

Respecto a la calibración, se trata de dar valores a los parámetros (basados en apriorismos, ya sean aleatorios o basados en datos y/o otros trabajos) y proceder entonces a evaluar los distintos resultados que el modelo propone en función de los parámetros introducidos.

Por otro lado, la estimación proporciona un ajuste (por ejemplo, por máxima verosimilitud o por estimación bayesiana) de los parámetros.

A menudo, la estimación parece más consistente teóricamente que la simple calibración.

## **4 El modelo del ciclo económico real**

### **4.1 Descripción del modelo**

#### **4.1.1 Caracterización**

Las características básicas del modelo son las siguientes:

1. Los agentes de cada tipo son homogéneos y representativos, que maximizan su objetivo bajo restricciones presupuestarias y tecnológicas. El mercado es competitivo.
2. Los cambios en la tecnología afectan en primera instancia a la producción y se amplifican en el ciclo.
3. Los precios transmiten la información relevante para la toma de decisiones óptimas. La formación de expectativas es racional.
4. El mecanismo de transmisión opera tanto a partir de la sustitución intertemporal ocio-trabajo, como al deseo de los individuos de suavizar su senda de consumo dando lugar a que el aumento en la producción se traduzca en aumentos en el stock de capital futuro y por tanto en la inversión.

El modelo que se va a desarrollar está simplificado sin gasto público y con una depreciación de capital del 100%. De este modo se asegura una solución analítica del mismo.

**Caracterización de la economía** La economía viene dada por una función de producción Cobb-Douglas del siguiente tipo con factores de producción capital ( $K$ ), trabajo ( $L$ ) y tecnología ( $A$ ) en el periodo  $t$ .

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t L_t)^{(1-\alpha)} \quad 0 < \alpha < 1 \quad (1)$$

La producción se reparte entre consumo ( $C_t$ ) e inversión ( $I_t$ ). Dado que el stock de capital se deprecia al 100% por periodo, el stock de capital del periodo siguiente es

$$K_{t+1} = Y_t - C_t \quad (2)$$

Dado que el trabajo y el capital son remunerados por su productividad marginal, su expresión analítica es

$$w_t = (1 - \alpha) K_t^\alpha (A_t L_t)^{(-\alpha)} A_t = (1 - \alpha) \left( \frac{K_t}{A_t L_t} \right)^\alpha = A_t \quad (3)$$

$$1 + r_t = \alpha \left( \frac{A_t L_t}{K_t} \right)^{1-\alpha} \quad (4)$$

Respecto a la tecnología, esta sufre perturbaciones aleatorias que denominaremos  $\tilde{A}$  y que sigue un proceso autorregresivo de primer orden del tipo

$$\tilde{A} = \rho_A \tilde{A}_{t-1} + \epsilon_{A,t} \quad -1 < \rho_A < 1 \quad (5)$$

La forma tendencial de la tecnología es

$$\ln A = \bar{A} + gt + \tilde{A}_t \quad (6)$$

**Caracterización de los hogares** Los hogares, por su parte, se enfrentan a una curva de utilidad del tipo

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t} u(c_t, 1 - \ell_t) \frac{N_t}{H} \quad (7)$$



donde  $u(\cdot)$  es la función de utilidad instantánea del miembro representativo del hogar y  $\rho$  la tasa de descuento.  $\frac{N}{H}$  representan el número de miembros por hogar, creciendo la población a un ritmo  $n$

$$\ln N = \bar{N} + nt \quad n < \rho \quad (8)$$

establecemos una relación de tipo algoritmo-lineal para la función de utilidad de dos argumentos (el consumo y el ocio per cápita -como diferencia entre el tiempo total «1» y el tiempo dedicado al trabajo  $\ell$ -),

$$u_t = \ln c_t + b \ln(1 - \ell_t) \quad b > 0 \quad (9)$$

Existe un número finito y grande de hogares en la economía y estos viven para siempre.

#### 4.1.2 Comportamiento

Los hogares, en cada periodo, eligen una cantidad de ocio y consumo que maximice su utilidad. Dado que los hogares actúan de forma óptima, aún en un entorno de incertidumbre, una variación marginal del consumo en un periodo le reportará la misma utilidad esperada. De este modo, un aumento del consumo en el periodo  $t$  conllevará, igualando pérdidas (o coste) de utilidad en el primer término y ganancias de utilidad en el segundo, que

$$e^{-\rho t} \frac{N_t}{H} \frac{\Delta c}{c_t} = E_t \left[ e^{-\rho(t+1)} \frac{N_{t+1}}{H} e^{-n} \frac{1}{c_{t+1}} (1 + r_{t+1}) \right] \Delta c \quad (10)$$

y dado que la variación poblacional es conocida, se puede reescribir como

$$\frac{1}{c_t} = e^{-\rho} E_t \left[ \frac{1}{c_{t+1}} (1 + r_{t+1}) \right] \quad (11)$$

o, lo que es lo mismo en la versión simplificada que estamos tratando donde  $C = (1 - s)Y$

$$-\ln \left[ (1 - s_t) \frac{Y_t}{N_t} \right] = -\rho + \ln E_t \left[ \frac{1 + r_{t+1}}{(1 - s_{t+1}) Y_{t+1} / N_{t+1}} \right] \quad (12)$$

Por otro lado, y respecto a la cantidad de trabajo que ofrecen los hogares, siguiendo el mismo procedimiento que para la determinación de consumo, igualando costes y beneficios de utilidad en la alteración del ocio nos queda que

$$e^{-\rho t} \frac{N_t}{H} \frac{b}{1 - \ell_t} = e^{-\rho t} \frac{N_t}{H} \frac{1}{c_t} w_t \Delta \ell \quad (13)$$

o, lo que es lo mismo,

$$\frac{c_t}{1 - \ell_t} = \frac{w_t}{b} \quad (14)$$

Esta ecuación relaciona el consumo y el ocio dado el salario. Las ecuaciones (12) y (14) son las ecuaciones que marcan el comportamiento de los hogares.

Retomando la ecuación (12) y teniendo en cuenta que la depreciación es del 100%, obtenemos que  $K_{t+1} = Y_t - C_t = s_t Y_t$  y que  $1 + r_{t+1} = \alpha Y_{t+1} / K_{t+1}$

Es decir, que sustituyendo en (12),

$$\begin{aligned} & -\ln(1 - s_t) - \ln Y_t + \ln N_t \\ &= -\rho + \ln E_t \left[ \frac{\alpha Y_{t+1}}{K_{t+1}(1 - s_{t+1})Y_{t+1}/N_{t+1}} \right] \\ &= -\rho + \ln E_t \left[ \frac{\alpha N_{t+1}}{s_t(1 - s_{t+1})Y_t} \right] \\ &= -\rho + \ln \alpha + \ln N_t + n - \ln s_t \ln Y_t + \ln E_t \left[ \frac{1}{1 - s_{t+1}} \right] \\ &= \ln s_t - \ln(1 - s_t) = -\rho + n + \ln \alpha + \ln E_t \left[ \frac{1}{1 - s_{t+1}} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

Dado que todas las incógnitas son constantes excepto  $s$ , es evidente que la igualdad se resuelve en algún punto  $\hat{s}$  que simplifica las variables esperadas y deja la ecuación anterior, reordenada y eliminando logaritmos como

$$\hat{s} = \alpha e^{n - \rho} \quad (16)$$

siendo, la tasa de ahorro, constante.

Teniendo en cuenta las simplificaciones anteriores, la ecuación (14) también puede ser reescrita de la siguiente forma

$$\ln \left[ (1 - \hat{s}) \frac{Y_t}{N_t} \right] - \ln(1 - \ell_t) = \ln w_t - \ln b \quad (17)$$

que, dado que la función de producción es Cobb-Douglas,  $w_t = (1 - \alpha)Y_t/(\ell_t N_t)$  queda reescrita como sigue

$$\ln(1 - \hat{s}) + \ln Y_t - \ln N_t - \ln(1 - \ell_t) = \ln(1 - \alpha) + \ln Y_t - \ln N_t - \ln \ell_t - \ln b \quad (18)$$

que, reordenado, queda

$$\ln \ell_t - \ln(1 - \ell_t) = \ln(1 - \alpha) - \ln(1 - \hat{s}) - \ln b \quad (19)$$

Siguiendo el mismo razonamiento anterior, la oferta de trabajo también es constante ya que

$$\ell_t = \frac{1 - \alpha}{(1 - \alpha) + b(1 - \hat{s})} \equiv \hat{\ell} \quad (20)$$

Es decir, la economía está en equilibrio a una tasa constante de ahorro y a una oferta de trabajo también constante. Ante shocks tecnológicos, la economía fluctúa pero en un equilibrio permanente, como respuesta óptima al shock, reajustándose de forma automática.

En el caso concreto de esta versión del modelo, las fluctuaciones en la economía vienen definidas por un proceso autorregresivo de segundo orden. Es decir, su componente «cíclica». La desviación respecto de la tendencia presenta una forma de joroba.

## 5 Modelos neokeynesianos dinámico-estocásticos

Al contrario que los modelos de ciclo real, los modelos neokeynesianos dinámico-estocásticos no tienen un modelo canónico que permita sintetizar las orientaciones y tendencias generales de la escuela neokeynesiana en este apartado. Ahora bien, coinciden todos ellos en introducir algún tipo de rigidez (bien en precios bien en salarios) que implica que la economía se aleje del equilibrio.

Como la mayoría de los modelos dinámico-estocásticos, no suelen tener una solución analítica simple o concreta, por lo que es más interesante en la mayoría de los casos entender sus fundamentos y conclusiones que el desarrollo concreto de los mismos.

### 5.1 Modelo de precios predeterminados. El modelo de Fischer

En este modelo los fijadores de precios los fijan para dos periodos posteriores, pudiendo ser distintos, que serán los precios de los que se espera maximicen beneficio en sus respectivos periodos. Estos precios están predeterminados (por ejemplo, salarios bajo convenio).

En este modelo, las expectativas sobre un cambio de la trayectoria del PIB nominal se traslada en una fracción de ese cambio a los precios y la producción. Así, una política monetaria de reglas puede estabilizar la economía. El traslado de las variaciones de demanda hacia los precios o la producción vendrán dadas por el grado de rigidez real de la economía. Cuanto más rígidos sean los precios, mayores serán las perturbaciones monetarias. No obstante, este modelo es incapaz de dar una explicación de los efectos permanentes de las variaciones de la demanda agregada.

#### 5.1.1 Precios no variantes

Una modificación sobre el modelo anterior consiste en suponer que los precios que se han fijado para los sucesivos periodos son idénticos. Bajo esta hipótesis, las perturbaciones tienen mayor efecto ya que los precios son más rígidos y provocan efectos reales duraderos.

## 5.2 El modelo de Calvo

El modelo de Calvo asume que los ajustes de precios no se realizan de forma determinista sino que derivan de un proceso estocástico. Particularmente asume que siguen un proceso de Poisson: la probabilidad de que una empresa es capaz de cambiar su precio es la misma en cada periodo, independientemente de cuándo fue la última vez que pudo cambiar su precio. Esto implica que es un modelo congruente con cualquier grado de rigidez de precios, simplemente modificando el parámetro de probabilidad. Por otro lado, el modelo es relevante porque lleva a una expresión simple de la dinámica de inflación que se ha venido conociendo como la nueva curva de Phillips.

### 5.2.1 La nueva curva de Phillips

En cada periodo, una fracción  $\alpha$  de empresas fija nuevos precios. El precio medio en el periodo  $t$  es igual a  $\alpha$  veces el precio fijado por las empresas que fijan sus precios en  $t$  más  $1 - \alpha$  veces el precio medio en  $t$  de las empresas que no cambian sus precios. Dado que las firmas que cambian sus precios son elegidas aleatoriamente, y dado que es un número grande de firmas, el precio medio cobrado por las empresas que no cambian sus precios son iguales al precio medio cobrado por todas las empresas en el período anterior

$$p_t = \alpha x_t + (1 - \alpha)p_{t-1} \quad (21)$$

Donde  $p$  es el precio medio y  $x$  es el precio fijado por las empresas que son capaces de cambiar sus precios. La inflación se obtiene restando ambos miembros por  $p_{t-1}$

$$\pi_t = \alpha(x_t - p_{t-1}) \quad (22)$$

La regla de fijación de precios viene dada por de cómo una empresa fija su precio como promedio ponderado de los precios esperados que maximizan las ganancias mientras que el precio está en efecto. Para ello se usa un factor de descuento que toma la siguiente forma

$$x_t = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\beta^j q_j}{\sum_{k=0}^{\infty} \beta^k q_k} E_t p_{t+j}^* \quad (23)$$

Donde  $\beta$  es el factor de descuento y  $q_j$  es la probabilidad de que el precio siga rigiendo en el periodo  $t + j$ . Esta probabilidad en el modelo de Calvo es  $(1 - \alpha)^j$ , por lo que se puede reescribir lo anterior como

$$x_t = [1 - \beta(1 - \alpha)] \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j (1 - \alpha)^j E_t p_{t+j}^* \quad (24)$$

Las empresas que pueden cambiar sus precios en  $t + 1$  se enfrentan a un problema similar. Así pues, el periodo

$t$  carece de sentido y es útil expresar  $x_t$  en terminos de las expectativas sobre el precio siguiente y el precio que maximiza beneficio  $p_t^*$ , tal que

$$\begin{aligned} x_t &= [(1 - \beta(1 - \alpha))E_t p_t^* + \beta(1 - \alpha)[1 - \beta(1 - \alpha)] \left[ \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j (1 - \alpha)^j E_t p_{t+1+j}^* \right] \\ &= [(1 - \beta(1 - \alpha))p_t^* + \beta(1 - \alpha)E_t x_{t+1}] \end{aligned} \quad (25)$$

Donde en la segunda línea se ha eliminado la primera expectativa por considerarse conocido el precio y se ha sustituido la segunda parte de la gran expresión de la primera línea por (24) avanzandola un periodo. Podemos relacionar esta ecuación con la ecuación de inflación restando  $p_t$  en ambos lados de esta última ecuación y reescribiendo  $x_t - p_t$  como  $(x_t - p_{t-1}) - (p_t - p_{t-1})$  lo cual nos da que

$$(x_t - p_{t-1}) - (p_t - p_{t-1}) = [(1 - \beta(1 - \alpha))(p_t^* - p_t) + \beta(1 - \alpha)E_t(x_{t+1} - p_t)] \quad (26)$$

De donde teniendo en cuenta que  $x_t - p_t = \pi_t/\alpha$  y que  $E_t x_{t+1} - p_t = E_t \pi_{t+1}/\alpha$ , así como que  $p_t - p_{t-1} = \pi$  y  $p_t^* - p_t = \phi y$  donde  $\phi$  expresa la rigidez de los precios (un valor alto de  $\phi$  implica menor rigidez real; se interpreta como la capacidad de respuesta de los precios deseados a la producción real).

Entonces la ecuación anterior queda como

$$(\pi_t/\alpha) - \pi_t = [1 - \beta(1 - \alpha)\phi y_t + \beta(1 - \alpha)(E_t \pi_{t+1}/\alpha)] \quad (27)$$

o, alternativamente

$$\pi_t = \frac{\alpha}{1 - \alpha} [1 - \beta(1 - \alpha)] \phi y_t + \beta E_t \pi_{t+1} \quad (28)$$

$$= \kappa y_t + \beta E_t \pi_{t+1} \quad \kappa \equiv \frac{\alpha[1 - \beta(1 - \alpha)]\phi}{1 - \alpha} \quad (29)$$

Esta última expresión es la nueva curva keynesiana de Phillips. La inflación depende de un la inflación esperada y de la producción, ambas afectando positivamente. Esta curva toma en cuenta las dificultades para el ajuste de precios de las empresas y la expectativa no sobre la inflación pasada sino de la futura.

### 5.3 El modelo de Caplin-Spulber

En este caso, el tiempo se mide como variable continua en el que el PIB nominal está en crecimiento, al igual que los precios. El ajuste de precios se realiza a través de un mecanismo que se activa con retardo. La empresa fijan un nivel de precios inferior al precio maximizador, dentro de un umbral de tolerancia. Conforme el precio maximizador (debido al crecimiento monetario) se va elevando y sobrepasa el umbral de tolerancia, la empresa reajusta precios y el proceso comienza de nuevo.

Esta política es óptima cuando la inflación es estacionaria, la producción agregada constante y el cambio en los precios nominales tiene un coste asociado. Así pues, este tipo de fijación de precios no depende del tiempo sino de una determinada situación (en este caso, la brecha entre el precio óptimo y el fijado).

El modelo se completa con dos supuestos técnicos. El primero es que para evitar sobre-reacción de los precios más allá del umbral de tolerancia y que los precios de los productores no se amontonen en torno a unos valores iguales las variaciones del dinero es continua. El segundo de ellos es que, inicialmente, los valores de los precios que imponen las empresas se distribuyen uniformemente entre el valor máximo y mínimo del umbral de tolerancia ( $s$ - $S$ ).

El precio óptimo de la empresa es  $p_i^* = (1-\phi)p + \phi m$  siendo  $p$  el valor medio de los precios y suponiendo  $y = m - p$ . permitiendo precios no-optimos hasta que la brecha entre el precio actual y el optimo alcanza un nivel en el que el precio actual se ajusta al optimo para cada periodo.

La oferta monetaria agregada es completamente neutral a pesar de que haya rigidez de precios en el nivel de los fijadores individuales.

Sustituyendo la ecuación de precio óptimo por sus incrementos, y teniendo en cuenta que los precios se distribuyen de origen uniformemente, sólo cambiarán precios aquella proporción  $S-s$  de empresas tal que

$$\Delta p = \frac{(1-\phi)\Delta p + \phi\Delta m}{(S-s)} \quad (30)$$

Pero al cambiar los precios, lo harán en el momento en que la brecha de esté fuera de su umbral, de modo que cada precio que aumenta lo hace por un valor igual a  $S-s$ . Por tanto, si se multiplica el valor  $S-s$  a la ecuación anterior tenemos que  $\Delta p = \Delta m$  y en consecuencia  $\Delta y = 0$ .

Para Caplin-Spulber, las variaciones de precios, aunque puedan presentar rigideces, están descentralizadas y cada productor ajusta el precio cuando la brecha alcanza un valor determinado, por lo que la rigidez existe, pero de forma agregada permite variación de precios y absorción total de las perturbaciones de la política monetaria.

Sin embargo, las reglas que determinan la amplitud de las bandas  $S-s$  puede tener efectos reales si, por ejemplo, hay un crecimiento monetario elevado en el presente que induce a pensar que ocurrirá lo mismo en el futuro y esto puede implicar un ensanchamiento de las bandas  $S-s$  y hacer que ningún productor cambie su precio en el corto plazo (al disminuir el valor del disparador).

Al contrario que el par de modelos anteriores, el modelo de Caplin-Spulber no depende del tiempo sino de otra variable de estado, lo que implica que el cambio en los precios puede tener que ver con la situación de la empresa y no tanto con el tiempo. Además muestra que el ajuste de algunos precios puede tener un efecto desproporcionado en relación con el total: una pequeña parte de los productores que realicen grandes cambios en los precios puede conseguir que en el nivel agregado las variaciones monetarias sean neutrales. De modo que, en conjunto, estos modelos muestran que para realizar un tratamiento completo de la rigidez de los precios es necesario prestar mucha atención tanto a la naturaleza de las políticas de ajuste de precios como a la manera en que la interacción de esas políticas determina el comportamiento agregado del nivel de precios.

## **5.4 El modelo de Mankiw-Reis**

La rigidez de precios que propone el modelo de Mankiw-Reis se basa en la idea de que a los agentes que fijan los precios les resulta costoso obtener y procesar la información que les permitiría actualizar el nivel de precios por lo que consideran que eligen periódicamente una trayectoria de precios que es estable hasta la obtención de nueva información.

El ajuste de precios (y por tanto la persistencia de las perturbaciones) depende en este modelo de lo accesible que sea esa información que se traduce en que cuanto mayor sea el número de empresas que ajustan sus precios, más fácil será ajustarlos para el resto.

Este modelo solventa en parte la dinámica inflacionista de los anteriores, haciendo que la reacción ante cambios en la trayectoria del PIB -que no es permanente frente a la de los precios, que sí- pueda ser percibida por las empresas a través de las señales de la política monetaria pero con retardos lo que permite una orientación de los precios a través de la política monetaria influyendo en las recesiones y en las expansiones.

## **5.5 El modelo canónico neo-keynesiano**

### **5.5.1 Caracterización**

Dado que, a la luz de lo expuesto anteriormente, no existe una única aproximación al comportamiento de los precios y que, además, la introducción de variables hace que el comportamiento de los modelos sea a la vez más preciso, pero menos claro, invita a sintetizar lo expuesto anteriormente en un modelo de equilibrio general que, con sus modificaciones, es ampliamente utilizado como punto de partida para el análisis debido a sus fundamentos microeconómicos. El modelo se basa en el modelo de 3 ecuación de Clarida, Galí y Gertler. Toma como forma de ajuste la curva de Phillips descrita anteriormente. La demanda agregada viene dada por la curva neokeynesiana IS y se asume que el banco central sigue una regla forward-looking<sup>1</sup> para el tipo de interés que reacciona tanto con la inflación como con la producción.

---

<sup>1</sup> Las reglas forward looking se basan en predicciones de la inflación, es decir se retroalimentan a partir de los valores esperados de la inflación futura.

Por otro lado se parametrizan los shocks que se incluyen en perturbaciones serialmente correladas en las tres ecuaciones. Todas las ecuaciones son lineales y sus términos constantes se han igualado a 0 para facilitar la exposición. Además las variables deben ser interpretadas como diferencias de su valor en estado estacionario. Las tres principales ecuaciones son

$$y_t = E_t[y_{t+1}] - \frac{1}{\theta} r_t + u_t^{IS} \quad \theta > 0 \quad (31)$$

$$\pi_t = \beta E_t[\pi_{t+1}] + \kappa y_t + u_t^\pi \quad 0 < \beta < 1 \quad \kappa > 0 \quad (32)$$

$$r_t = \phi_\pi E_t[\pi_{t+1}] + \phi_y E_t[y_{t+1}] + u_t^{MP} \quad \phi_\pi > 0, \quad \phi_y \geq 0 \quad (33)$$

Los shocks siguen un proceso AR-1 tal que

$$u_t^{IS} = \rho_{IS} u_{t-1}^{IS} + e_t^{IS} \quad -1 < \rho_{IS} < 1 \quad (34)$$

$$u_t^\pi = \rho_\pi u_{t-1}^\pi + e_t^\pi \quad -1 < \rho_\pi < 1$$

$$u_t^{MP} = \rho_{MP} u_{t-1}^{MP} + e_t^{MP} \quad -1 < \rho_{MP} < 1$$

Donde las  $e$  son ruido blanco y no están correladas entre sí.

### 5.5.2 El shock de ruido blanco

En primer lugar expresaremos la producción y la inflación en términos de sus valores esperados y sus perturbaciones

$$y_t = -\frac{\phi_\pi}{\theta} E_t[\pi_{t+1}] + \left(1 - \frac{\phi_y}{\theta}\right) E_t[y_{t+1}] + u_t^{IS} - \frac{1}{\theta} u_t^{MP} \quad (35)$$

$$\pi_t = \left(\beta - \frac{\phi_\pi \kappa}{\theta}\right) E_t[\pi_{t+1}] + \left(1 - \frac{\phi_y}{\theta}\right) \kappa E_t[y_{t+1}] + \kappa u_t^{IS} + u_t^\pi - \frac{\kappa}{\theta} u_t^{MP} \quad (36)$$

Si no hay correlación en las perturbaciones, debido a la ausencia de cualquier elemento backward-looking (retrospectivo) ni información sobre el valor futuro de las perturbaciones, entonces no hay motivos para los agentes de que la economía vaya a desplazarse del estado estacionario. Es decir, el valor de las expectativas es igual a 0.



Esto implica que las ecuaciones básicas del modelo quedan más simplificadas.

$$y_t = u_t^{IS} - \frac{1}{\theta} u_t^{MP} \quad (37)$$

$$\pi_t = \kappa u_t^{IS} + u_t^\pi - \frac{\kappa}{\theta} u_t^{MP} \quad (38)$$

$$r_t = u_t^{MP} \quad (39)$$

Un shock que contraiga la política monetaria empuja el tipo de interés y reduce la producción y la inflación. Un shock positivo de la demanda agregada privada empuja la producción y la inflación y no tiene efectos en el tipo de interés real. Un shock desfavorable de inflación empuja la inflación pero no tiene efectos ni en la producción ni en la política monetaria.

Es decir, este modelo en esta configuración no tiene mecanismos internos de propagación.

### 5.5.3 El caso general

Para la resolución del modelo general se supondrá que dada la estructura lineal del modelo y la ausencia de comportamiento backward-looking, se puede considerar que las variables endógenas son funciones lineales de las perturbaciones. Así:

$$y_t = a_{IS} u_t^{IS} + a_\pi u_t^\pi + a_{MP} u_t^{MP} \quad (40)$$

$$\pi_t = b_{IS} u_t^{IS} + b_\pi u_t^\pi + b_{MP} u_t^{MP} \quad (41)$$

Esta conjetura junto con la estructura de las perturbaciones descritas en (34) determina que las expresiones anteriores pueden ser expresadas en términos de expectativas y se describen como

$$E_t[y_{t+1}] = a_{IS} \rho_{IS} u_t^{IS} + a_\pi \rho_\pi u_t^\pi + a_{MP} \rho_{MP} u_t^{MP} \quad (42)$$

e igual para la inflación.

Tomando esos valores e introduciendolos en (35) y (36), tenemos que

$$a_{IS}u_t^{IS} + a_{\pi}u_t^{\pi} + a_{MP}u_t^{MP} = -\frac{\phi_{\pi}}{\theta}(b_{IS}\rho_{IS}u_t^{IS} + b_{\pi}\rho_{\pi}u_t^{\pi} + b_{MP}\rho_{MP}u_t^{MP}) + (1 - \frac{\phi_y}{\theta})(a_{IS}\rho_{IS}u_t^{IS} + a_{\pi}\rho_{\pi}u_t^{\pi} + a_{MP}\rho_{MP}u_t^{MP}) - \frac{1}{\theta}u_t^{MP} \quad (43)$$

$$b_{IS}u_t^{IS} + b_{\pi}u_t^{\pi} + b_{MP}u_t^{MP} = (\beta - \frac{\phi_{\pi}\kappa}{\theta})(b_{IS}\rho_{IS}u_t^{IS} + b_{\pi}\rho_{\pi}u_t^{\pi} + b_{MP}\rho_{MP}u_t^{MP}) + (1 - \frac{\phi_y\kappa}{\theta})(a_{IS}\rho_{IS}u_t^{IS} + a_{\pi}\rho_{\pi}u_t^{\pi} + a_{MP}\rho_{MP}u_t^{MP}) + \kappa u_t^{IS} + u_t^{\pi} - \frac{\kappa}{\theta}u_t^{MP} \quad (44)$$

Para que se satisfagan las ecuaciones del modelo cuando la producción y la inflación están definidas por (40) y (41), entonces los dos lados de la (43) deben ser iguales para todos los valores de  $u_t^{IS}$ ,  $u_t^{\pi}$ ,  $u_t^{MP}$ . Es decir, los coeficientes en  $u_t^{IS}$  en los dos lados de la ecuación deben ser iguales, y lo mismo sucede para los otros coeficientes de las perturbaciones.

Esto implica tres ecuaciones (una para cada pareja de  $a$  y  $b$ ) en la primera ecuación. Y otras tres ecuaciones en la segunda ecuación. Una vez encontremos los valores de las  $a$  y de las  $b$ , las ecuaciones (40) y (41) nos dicen el comportamiento de la producción y la inflación y, después, en el origen del modelo, el comportamiento de la tasa de interés real.

Para evitar el desarrollo algebraico y centrarnos en las implicaciones del modelo, supondremos (siguiendo a Galí) que nos movemos en un ambiente donde los periodos son trimestres y asumiremos  $\theta = 1$ ,  $\kappa = 0$ ,  $1275$ ,  $\beta = 0,99$ ,  $\phi_{\pi} = 0,5$ ,  $\phi_y = 0,125$ . Para cada perturbación supondremos que no existe autocorrelación y otro caso con un coeficiente de autocorrelación de  $0,5$ .

**Shock monetario** Imaginemos un shock de política monetaria. Con los datos obtenidos y los resultados en las ecuaciones simplificadas cuando  $\rho_{MP} = 0$ , entonces  $y_t = -u_t^{MP}$ ,  $\pi_t = -0,13u_t^{MP}$  y  $r_t = u_t^{MP}$ ; si el coeficiente de autocorrelación fuese de  $0,5$  entonces  $y_t = -1,60u_t^{MP}$ ,  $\pi_t = -0,40u_t^{MP}$  y  $r_t = 0,80u_t^{MP}$

Intuitivamente el hecho de que la inflación y la producción estén por debajo de lo normal amortigua el aumento en la tasa de interés real. Pero debido a la caída futura de la producción, una caída más larga de la producción actual es necesaria para los hogares para satisfacer su ecuación de Euler en respuesta a la subida de la tasa real de interés. Y ambos, la mayor caída de la producción y la caída de la inflación futura refuerzan la respuesta de la inflación. Como la economía vuelve a su estado estacionario, la tasa real está por encima de lo normal y la producción sube en consonancia con la curva IS neokeynesiana. Y una inflación que se alza y una producción por debajo de lo normal es consistente con la curva neokeynesiana de Phillips.

**Shock IS** Si  $\rho_{IS} = 0$  entonces tenemos que  $y_t = u_t^{IS}$ ,  $\pi_t = 0,13u_t^{IS}$  y  $r_t = 0$ . Si ponemos el coeficiente de correlación en 0,5 entonces  $y_t = 1,60u_t^{IS}$ ,  $\pi_t = 0,40u_t^{IS}$  y  $r_t = 0,20u_t^{IS}$ . De nuevo, el impacto del shock en la producción futura magnifica la respuesta de la producción a través de la curva IS. Además, un incremento de la futura inflación hace que aumente más la inflación vía curva de Phillips. Y con la inflación y la producción futura afectada por el shock, el tipo de interés real responde a través de una regla forward-looking.

**Shock de inflación** Sin autocorrelación el shock no tiene efectos en la producción ni en el tipo de interés. Sin embargo, si ponemos  $\rho_\pi = 0,5$  entonces  $y_t = -0,80u_t^\pi$ ,  $\pi_t = 1,78u_t^\pi$  y  $r_t = 0,40u_t^\pi$ . La persistencia del shock inflacionario aumenta la respuesta de la inflación actual a través de las expectativas y de igual manera el tipo de interés real. Este incremento de tipo reduce la producción actual a través de la curva IS y este efecto es ampliado por el hecho de que esa curva tiene una vista hacia adelante (forward-looking).

## 5.6 Limitaciones

El modelo descrito como canónico, no obstante, presenta bastantes limitaciones que hacen de él un modelo poco útil en su configuración explicada. Así, aunque supone la base, suele ser ampliado en los siguientes sentidos:

### 5.6.1 Oferta agregada

A menudo la curva de Phillips suele ser modificada para introducir inercias inflacionarias. Además, para capturar mejor el comportamiento de precios y salarios los modelos asumen algún ajuste incompleto no sólo en precios sino también en salarios.

### 5.6.2 Demanda agregada

Existen dos grandes limitaciones en la curva IS. La primera es que deja fuera la inversión, el gasto público y las exportaciones netas. Además, la IS suele implicar amplias y rápidas respuestas a los shocks, que en los modelos se suelen suavizar para hacerlos más compatibles con la evidencia.

### 5.6.3 Imperfecciones del mercado de crédito

A raíz de la crisis financiera de 2007-2008 muchos modelos han venido incluyendo algún tipo de imperfección en los mercados de crédito. Particularmente los trabajos de Cúrdia y Woodford (2009), Gertler y Karadi (2009) y Christiano, Motto y Rostagno (2009) donde se impone un sector financiero que intermedia entre ahorro e inversión.

### 5.6.4 Las decisiones de política

Los recientes modelos incorporan no sólo la vertiente de una orientación de regla de tipo de interés, sino también maximizaciones de algún tipo de objetivo, típicamente la utilidad de algún agente representativo. También la acción de política puede tomar la forma de políticas de corte fiscal.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 14. Los Modelos de Generaciones Solapadas. Definición. Decisiones de los agentes. Equilibrio competitivo. Eficiencia del mercado. Aplicación en los sistemas de Seguridad Social.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

## 1. Introducción

Los modelos más comunes de crecimiento económico -así como otros dentro de la disciplina económica-, se suelen basar en la idea del individuo representativo o agente representativo, es decir, un agente cuyo comportamiento se considera universalizable y donde se supone que el resto de agentes se comportan como él. Así, describiendo el comportamiento de un único sujeto se puede describir el comportamiento del conjunto de la economía. Los modelos de crecimiento económico, donde el consumo se determina de forma intertemporal, venían haciendo uso de este recurso como en el caso del modelo de Ramsey-Cass-Koopmans donde un individuo se consideraba que vivía de forma indefinida o que, con una interpretación alternativa, las generaciones futuras eran idénticas a las que les preceden. El modelo de generaciones solapadas viene a responder a ese fundamento planteando la existencia de dos tipos de individuos que se comportan de forma diferente. Esto llevará a comportamientos individuales ineficientes y a justificar la existencia de un sistema de Seguridad Social.

## 2. El modelo de Diamond

El modelo de generaciones solapadas más común es el planteado por Diamond en 1965. En este modelo, las generaciones son totalmente egoístas, tomando en cuenta un horizonte finito de toma de decisiones y centrándose en su propia utilidad lo que va a provocar importantes cambios respecto a modelos anteriores.

### 2.1 Características del modelo

El modelo de Diamond se basa en la existencia de generaciones que viven en un tiempo discreto, con un único bien de consumo y dos factores de producción, capital y trabajo. Cada individuo vive dos periodos; en el primer periodo el individuo posee una dotación de trabajo que se normaliza a la unidad mientras que en el segundo periodo no dispone de trabajo. Es decir, los individuos jóvenes trabajan y los individuos ancianos consumen. Los individuos maximizan su utilidad que se basa en el consumo que realizan en los dos periodos  $U = (c_t^1, c_{t+1}^2)$  donde  $c_t^1, c_{t+1}^2$  denotan el consumo en el periodo de juventud y de vejez respectivamente. Es una función de utilidad continua y diferenciable de segundo orden, estrictamente cuasicóncava. El consumo es deseable y presenta utilidades marginales decrecientes.

### 2.2 Comportamiento de los agentes

**2.2.1 Los consumidores** El problema de optimización al que se enfrentan los agentes es el siguiente:

$$\begin{cases} \max & U(c_t^1, c_{t+1}^2) \\ \text{s.a.} & b_{t+1} = w_t - c_t^1 \\ & c_{t+1}^2 = b_{t+1}(1 + r_{t+1}) \end{cases} \quad (1)$$

O, lo que es lo mismo

$$\begin{cases} \max & U(c_t^1, c_{t+1}^2) \\ \text{s.a.} & w_t = c_t^1 + \frac{c_{t+1}^2}{(1+r_{t+1})} \end{cases} \quad (2)$$

donde  $b_{t+1}$  son los activos del agente. Las condiciones de primer orden del problema llevan a que la relación marginal de sustitución entre el consumo del primer periodo y el consumo en el segundo periodo es igual al precio relativo, es decir  $1 + r_{t+1}$ . En términos generales el consumo óptimo será una función que dependerá del salario y del tipo de interés tal que

$$\begin{cases} [c_t^1(w_t, r_{t+1}), c_{t+1}^2(w_t, r_{t+1})] = & \max & U(c_t^1, c_{t+1}^2) \\ & \text{s.a} & w_t = c_t^1 + \frac{c_{t+1}^2}{(1+r_{t+1})} \\ b_{t+1} = s(r_{t+1}, w_t = r_t - c^1(w_t, r_{t+1})) \end{cases} \quad (3)$$

### 2.2.2 Las empresas

Las empresas por su parte son empresas competitivas que maximizan sus beneficios donde sus productividades marginales se remuneran por el salario y el tipo de interés para el trabajo y el capital respectivamente. Así pues, el dados rendimientos constantes a escala, las condiciones de primer orden del problema de maximización de las empresas se resuelve como:

$$w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t) \quad r_t = f'(k_t) \quad (4)$$

### 2.3 El equilibrio competitivo

En equilibrio, la oferta de capital (que coincide con los activos de los consumidores) se iguala a la demanda de capital por parte de las empresas, es decir, la cantidad de capital que usan las empresas:

$$L_{t-1}b_t = K_t \iff L_{t-1}b_t = L_t k_t \iff k_t = \frac{L_{t-1}}{L_t} b_t \iff k_t = \frac{b_t}{1+n} \quad (5)$$

En ese punto los mercados se vacían. Así, el equilibrio se puede definir mediante la conjunción de la solución del problema de los consumidores, la maximización del beneficio por parte de las empresas y el vaciado de los mercados tal que

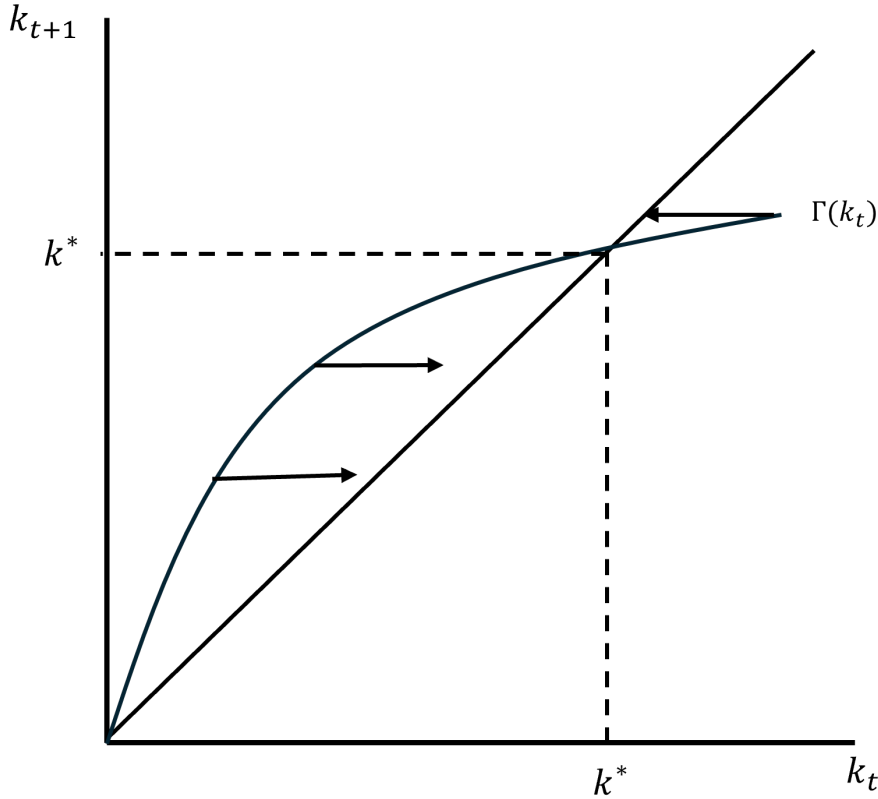
$$k_{t+1} = \frac{f(k_t) - f'(k_t)k_t - c_t^1}{1+n} = \frac{f(k_t) - f'(k_t)k_t - c^1(f'(k_{t+1}), f(k_t) - f'(k_t)k_t)}{1+n} \quad (6)$$

o, lo que es lo mismo en términos de ahorro

$$k_{t+1} = \frac{s(f'(k_{t+1}), f(k_t) - f'(k_t)k_t)}{1+n} \quad (7)$$

En el caso de que el capital más las rentas del capital por trabajador sean crecientes respecto a  $k$ , se puede establecer una relación entre el capital presente y el futuro mediante la función  $k_{t+1} = \Gamma(k_t)$ . Donde  $\Gamma(\cdot)$  es una

función creciente, continua y diferenciable de primer orden. Esta función puede presentar diversas formas pero nos centraremos en aquella en la que el estado estacionario es globalmente estable y único. Este resultado se puede comprobar con el gráfico siguiente



## 2.4 La eficiencia del modelo

### 2.4.1 Planteamiento teórico

Dado que se supone que no existe depreciación de capital, la ecuación de acumulación per cápita tiene la forma:

$$k_{t+1} = \frac{K_{t+1}}{L_{t+1}} = \frac{L_t}{L_{t+1}} \left[ \frac{F(K, L) - C_t + K_t}{L_t} \right] \quad (8)$$

o, lo que es lo mismo,

$$k_{t+1} = \frac{1}{1+n} [f(k_t) - c_t + k_t] \quad (9)$$

Imponiendo que el capital permanezca constante (condición de estado estacionario), tenemos que:

$$k_{t+1} = \frac{1}{1+n} [f(k_t) - c_t + k_t] = k_t \Leftrightarrow c_t = c_{k_{t+1}=k_t}(k_t) = f(k_t) - nk_t \quad (10)$$

Donde podemos obtener el capital de la regla de oro maximizando la función anterior tal que  $f'(k_{oro}) = n$ . Si el nivel de consumo está por encima de la curva  $c_{k_{t+1}=k_t}(k_t)$ , entonces el capital del siguiente periodo será inferior al capital presente. Para caracterizar la eficiencia del modelo en un momento determinado  $t$  deberemos poner en relación a las dos generaciones de trabajadores ( $c^1, c^2$ ) que nacieron en  $L_t$  y  $L_{t-1}$  respectivamente observando su consumo:

$$c_t = \frac{C_t}{L_t} = \frac{L_t c_t^1, L_{t-1} c_t^2}{L_t} = c_t^1 + \frac{c_t^2}{1+n} = c^1(w_t, r_{t+1}) + \frac{(1+r_t)b_t}{1+n}$$

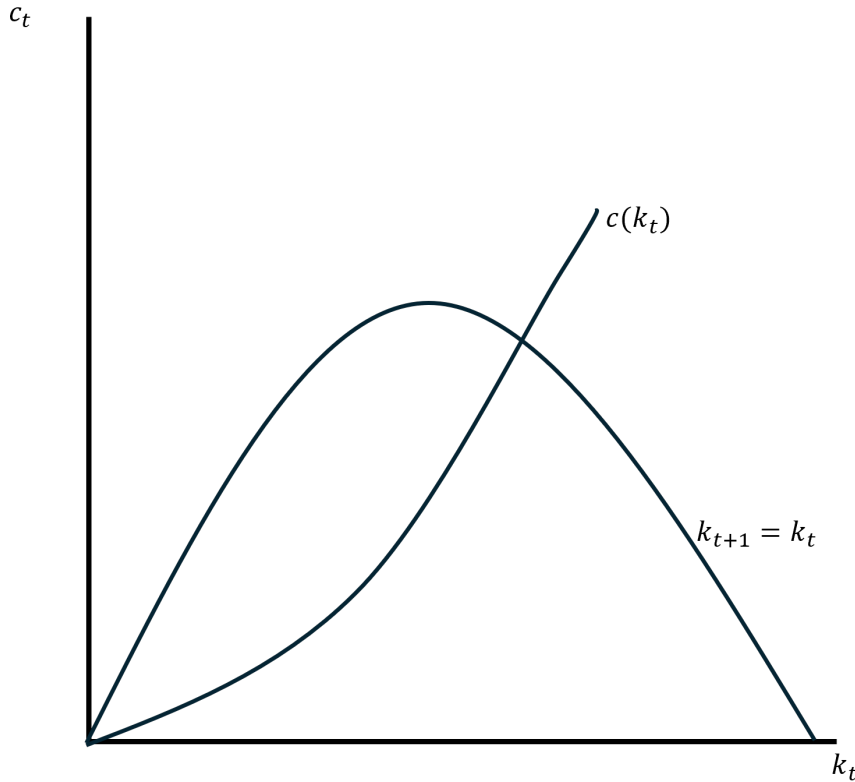
Sustituyendo en los óptimos de consumo tenemos que

$$c^1(f(k_t) - f'(k_t)k_t, f'(k_{t+1})) + \frac{[1 + f'(k_t)k_t(1+n)]}{1+n} \quad (11)$$

Lo cual nos lleva a que el consumo en  $t$  depende por entero de  $k_t$  tal que

$$c_t = c(k_t) = c^1(f(k_t) - f'(k_t)k_t, f'(\Gamma(k_t))) + [1 + f'(k_t)]k_t \quad (12)$$

La forma específica de  $c(k_t)$  es creciente con respecto al capital pero su punto de corte con la curva  $c_{k_{t+1}=k_t}(k_t)$  puede caer a la izquierda o a la derecha del valor de la regla de oro.



En el caso en que el capital de estado estacionario sea mayor que el de la regla de oro, como en el gráfico, se dice que ese estado estacionario es dinámicamente ineficiente.



### 2.4.2 Resolución práctica

Para comprobar este resultado, se pueden establecer suposiciones sobre la forma concreta de las funciones de utilidad y las de producción con una tasa de depreciación de 1. Sean las funciones de utilidad  $U(c^1, c^2) = \ln c_t^1 + \beta \ln c_{t+1}^2$  y la función de producción  $f(k) = k_t^\alpha$  se puede obtener que el estado estacionario de la economía viene dado por:

$$k^* = \left[ \frac{\beta(1-\alpha)}{(1+n)(1+\beta)} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (13)$$

donde el capital de la regla de oro tiene la forma:

$$k_{oro} = \left[ \frac{\alpha}{1+n} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (14)$$

Desde aquí es inmediato ver que si el  $k^* < k_{oro}$  el equilibrio será eficiente pues la fracción  $\frac{\beta(1-\alpha)}{\alpha(1+\beta)}$  es inferior a 1, mientras que en el caso alternativo estaríamos ante un equilibrio ineficiente. La intuición bajo a este fenómeno viene dado porque el comportamiento de los jóvenes puede llevarles al sobreahorro dado que serán los recursos que tendrán en su vejez. Sin embargo, más ahorro convierte el rendimiento de sus ahorros en menor. Esto provoca que haya una externalidad debido a que la anterior generación al ahorrar no toma en cuenta el efecto que su acumulación tendrá sobre los salarios y tipos de interés de la generación presente. Así, la existencia de mecanismos alternativos para dotar de consumo a los mayores, en determinados contextos, reduciría la sobre acumulación de capital (el sobreahorro) y llevar al  $k^*$  a niveles inferiores al  $k_{oro}$ .

## 3. La seguridad social en un modelo de generaciones solapadas

En un sistema de reparto (pay as you go), las pensiones de hoy se pagan con los impuestos de hoy, es decir, sobre los ingresos de las rentas salariales de los jóvenes. Esta manera el problema de maximización, en términos generales tiene la forma

$$\begin{cases} \max & U(c_t^1, c_{t+1}^2) \\ \text{s.a.} & b_{t+1} = w_t(1-\tau) - c_t^1 \\ & c_{t+1}^2 = b_{t+1}(1+r_{t+1}) + tr_{t+1} \end{cases} \quad (15)$$

O, lo que es lo mismo

$$\begin{cases} \max & U(c_t^1, c_{t+1}^2) \\ \text{s.a.} & w_t(1-\tau) + \frac{tr_{t+1}}{(1+r_{t+1})} = c_t^1 + \frac{c_{t+1}^2}{(1+r_{t+1})} \end{cases} \quad (16)$$

donde  $\tau$  es el tipo impositivo de seguridad social y  $tr$  las transferencias o pensión que se recibe en la vejez. El efecto de un impuesto reduce la renta de los jóvenes, de modo que estos ahorran menos. Igualmente, el pago de pensión aumenta el valor de las rentas presentes y futuras del individuo por lo que consume más. Dado que la renta en el primer periodo de vida sigue siendo la misma, se produce una reducción en el ahorro. Tanto el aumento del tipo impositivo de la seguridad social como de las pensiones tiene un efecto negativo sobre el ahorro, lo que se comprueba

derivando la función de ahorro sobre el tipo impositivo o las transferencias. Se sabe, por tanto, que el ahorro depende negativamente de las pensiones y positivamente del salario después de impuestos. Así, un sistema de seguridad social disminuye la renta en el primer periodo pero la aumenta en el segundo. Para que este sistema sea sostenible es necesario que el presupuesto de seguridad social esté equilibrado, es decir, la recaudación tiene que ser igual al pago de transferencias tal que

$$L_t \tau w_t = L_{t-1} tr_t \Leftrightarrow (1+n) \tau w_t = tr_t \quad (17)$$

Suponiendo un sistema de seguridad social sin depreciación de capital la ecuación de acumulación de capital per cápita sería

$$k_{t+1} = \frac{s(f'(k_{t+1}), [f(k_t) - f'(k_t)k_t](1-\tau), (1+n)\tau[f(k_{t+1}) - f'(k_{t+1})k_{t+1}])}{1+n} \quad (18)$$

La derivada de la expresión anterior respecto al tipo impositivo demuestra que éste tiene un efecto negativo sobre la acumulación de capital. Como veíamos antes, el impuesto reduce el ahorro y, en consecuencia, el capital per cápita de estado estacionario. Esta reasignación no es necesariamente ineficiente pues dependerá de si la economía se encuentra en una región dinámicamente ineficiente o no. En el caso de que la economía se encuentre en una zona dinámicamente ineficiente, en la cual se sobreahorra, un menor ahorro puede conllevar mayores cotas de consumo futuro a cambio de una menor acumulación de capital. Gráficamente, esto implicaría una elevación de la curva  $\Gamma(k)$  lo que se traduciría en un aumento de la pendiente de la curva  $c(k_t)$ , desplazándola a la izquierda.

## 4. Conclusiones

Como se ha demostrado, cuando se flexibilizan los supuestos de los modelos clásicos de crecimiento económico es posible hallar esquemas donde la intervención del Estado permita reasignar de forma más eficiente los recursos dentro de la economía, en este caso, restringiendo el ahorro de los trabajadores más jóvenes para garantizar un nivel de consumo en la vejez, detrayendo recursos que se estaban usando de forma ineficiente. El modelo de generaciones solapadas, por tanto, supone un fundamento teórico muy importante para la implantación de un sistema de seguridad social de reparto.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 15. Análisis macroeconómico del consumo. Hipótesis de la renta permanente, del paseo aleatorio y extensiones.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

El análisis macroeconómico del consumo presenta, junto con el de la inversión, dos de los enfoques de investigación más importantes de las últimas décadas. Su importancia queda justificada por su incidencia en la evolución de la renta y los componentes que a esta afectan por lo que describir el comportamiento del consumo contribuye en gran medida al conocimiento sobre el comportamiento de la renta y de los otros factores que afectan a esta como el gasto público o la tecnología. A lo largo del tema nos centraremos en diversas interpretaciones de la elección intertemporal de consumo.

## 2 La hipótesis de la renta permanente

La teoría de la renta permanente se le atribuye fundamentalmente a Milton Friedman y esta sostiene en la idea de que los individuos tienden a tomar un consumo homogéneo a lo largo de su vida. De ese modo los consumidores no consumen respecto a sus ingresos corrientes, sino que toman en cuenta sus expectativas de renta.

### 2.1 Hipótesis y funcionamiento del modelo

Supondremos que un individuo vive durante un número de períodos  $T$  y cuya utilidad vital depende del consumo y es  $U = \sum_{t=1}^T u(C_t)$ ,  $u'(\bullet) > 0$ ,  $u''(\bullet) < 0$ , además, supondremos que el tipo de interés es igual a  $r$ . Igualmente el individuo posee una riqueza que varía en el tiempo  $q_t$  y su renta en cada periodo es  $Y_t$ , la cual se desagrega en renta permanente y constante  $y_t^p = y^p$  y renta transitoria  $y_t^t$ . El momento actual viene denotado por el subíndice 0. Se supone que al finalizar su vida el individuo deberá pagar todas sus deudas.

Además el supuesto fundamental es que el consumo es constante en todos los periodos  $C_t = C$ . Esto se deriva del hecho de que suponiendo que el tipo de interés es 0 (o próximo a 0) y la tasa de descuento también, la restricción presupuestaria viene dada por

$$\sum_{t=1}^T C_t \leq q_0 + \sum_{t=1}^T Y_t$$

El problema de maximización se puede resolver a través del lagrangiano dado que la utilidad marginal del consumo es siempre positiva, así

$$\mathcal{L} = \sum_{t=1}^T u(C_t) + \lambda \left( q_0 + \sum_{t=1}^T Y_t - \sum_{t=1}^T C_t \right)$$

cuya CPO para  $C_t$  es que  $u'(C_t) = \lambda$  que se cumple en cada periodo, y para que la utilidad marginal sea constante el nivel de consumo también debe serlo.

El valor actual del consumo será, por tanto, igual al valor actual de la renta y de la riqueza que dispone. Es decir

$$\sum_{t=1}^T \left(\frac{1}{1+r}\right)^t C = \sum_{t=1}^T \left(\frac{1}{1+r}\right)^t Y_{0+t} + (1+r)q_t \quad (1)$$

operando obtenemos

$$C = \frac{1+r}{r} \left( \sum_{t=1}^T \left(\frac{1}{1+r}\right)^t Y_{0+t} + (1+r)q_t \right) \quad (2)$$

que, simplificando, y descomponiendo  $Y_{0+t} = y^p + y_0^t + Y_t$  queda como

$$C = r \left( \frac{1}{1+r} \left( y^p + y_0^t + \sum_{t=1}^T \left(\frac{1}{1+r}\right)^t Y_t + r q_t \right) \right) \quad (3)$$

donde

$$\frac{1}{1+r} \left( y^p + y_0^t + \sum_{t=1}^T \left(\frac{1}{1+r}\right)^t Y_t \right) = H_t \quad (4)$$

siendo  $H_t$  el capital humano.

Dado que las rentas del futuro  $Y_t$  son desconocidas, el individuo se forma expectativas sobre la evolución de las mismas, siendo la distribución de las  $y_t^t \sim N(0, \sigma)$ , por lo que, tomando esperanzas para dar forma a las expectativas la ecuación (4) queda como sigue

$$H_t = \frac{1}{1+r} \left( y^p + y_0^t + \sum_{t=1}^T \left(\frac{1}{1+r}\right)^t y^p \right) \quad (5)$$

o lo que es lo mismo

$$H_t = \frac{1}{1+r} \left( y^p + y_0^t + \frac{y^p}{r} \right) \quad (6)$$

y sacando factor común

$$H_t = \frac{1}{1+r} \left( \frac{1+r}{r} y^p + y_0^t \right) = \frac{y^p}{r} + \frac{y_0^t}{1+r} \quad (7)$$

sustituyendo en (3) nos queda

$$C = y^p + \frac{r}{1+r}y_0^t + rq_t \quad (8)$$

Si tomamos derivadas al consumo respecto del resto de variables observamos las implicaciones teóricas del modelo. En primer lugar, un aumento de la renta permanente tendrá una traslación igual y directa sobre el consumo. A mayor nivel estable de renta, mayor nivel de consumo. Por otro lado, dado que la relación de los tipos de interés es muy pequeña, cualquier incremento o decremento de la renta transitoria apenas tendrá afectación sobre el nivel del consumo. Por último, la variación de la riqueza (medida en ahorro o en deuda) es relevante en el consumo pero de forma muy relativa respecto a la renta.

En este último punto, el ahorro, dado que este se define como la diferencia entre el consumo y la renta, es fácil deducir que cuando la renta transitoria es elevada (esto es, la renta del periodo difiere mucho con la renta media), el ahorro es elevado ya que el consumo apenas se eleva como mencionabamos antes pero la renta sí que ha sufrido un alza importante. Este ahorro se reintegra posteriormente en el consumo a través de las variaciones de riqueza; es decir, el ahorro presente no es sino consumo futuro.

### 3 El paseo aleatorio

La hipótesis del paseo aleatoria fue formulada por Hall en 1978, veinte años después de la formulación de Friedman. El modelo de Hall contiene expectativas racionales ante las rentas futuras que son desconocidas. En este caso y para simplificar el análisis supondremos que el tipo de interés es 0.

#### 3.1 Hipótesis del modelo y comportamiento

El modelo de paseo aleatorio presenta el objetivo de maximización del valor descontado de la utilidad esperada sobre su horizonte vital

$$\begin{aligned} \max_{c_s} E_t \left\{ \sum_{s=t}^T \frac{u(c_s)}{(1+\delta)^{s-t}} \right\} \\ \text{s.a. } q_s = (1+r)q_{s-t} + y_s - c_s \\ q_0 = \bar{q} \\ q_T = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Donde  $E_t$  es la esperanza matemática condicionada a toda la información disponible en  $t$ , y  $\delta$  es la tasa subjetiva de preferencia temporal.

Así el objeto a maximizar es la esperanza matemática del valor descontado de la utilidad del consumidor, que se

supone es intertemporalmente separable. La renta  $y_s$  es una variable estocástica y en el modelo de Hall la única fuente de incertidumbre.

Bajo incertidumbre la resolución del problema de maximización se debe resolver periodo a periodo partiendo de las condiciones iniciales correspondientes, a diferencia de cuando no existe incertidumbre que el problema es resuelto de una sola vez.

Si se sustituye el consumo por la restricción presupuestaria el problema anterior queda definido como

$$\max_{c_s} E_t \left\{ \sum_{s=t}^T \frac{u[(1+r)q_{s-t} + y_s - q_s]}{(1+\delta)^{s-t}} \right\} \quad (10)$$

Cuyas condiciones de maximización se reducen a la ecuación de Euler, en particular para  $s = t$

$$u'(c_t) = \frac{1+r}{1+\delta} E_t \{ u'(c_{t+1}) \} \quad (11)$$

lo cual indica que el valor esperado de la utilidad marginal de mañana será proporcional a la utilidad marginal conocida de hoy, o sea, renunciar a la utilidad de una unidad de consumo en el periodo  $t$  permite obtener  $(1+r)$  unidades de consumo en  $t+1$ , cuya utilidad marginal esperada, descontada a la tasa  $\delta$ , será igual a la utilidad marginal en  $t$ .

Esto quiere decir que la secuencia de utilidades marginales satisfacen la propiedad de una martingala<sup>1</sup> cuando  $r = \delta$ . Esta propiedad se deriva de la condición de primer orden que se tiene que mantener a lo largo de la senda de optimización del consumidor.

Así pues, la realización de la utilidad marginal del consumo en el periodo  $t+1$  será

$$u'(c_{t+1}) = E_t[u'(c_{t+1})|I_t] + \varepsilon_{t+1} \quad (12)$$

donde  $I_t$  es el conjunto disponible de información para prever sus rentas futuras, y que se alimenta de información retrospectiva. Además, el término de error tiene esperanza 0  $E_t[\varepsilon_{t+1}|I_t] = 0$ , ya que de lo contrario supondríamos que los consumidores no procesan eficientemente la información en  $t$ .

Así pues, tomando en cuenta lo anterior y la ecuación (11) tenemos que

$$u'(c_{t+1}) = \frac{1+\delta}{1+r} u'(c_t) + \varepsilon_{t+1} \quad (13)$$

---

<sup>1</sup>un proceso estocástico de tipo martingala (galicismo de martingale) es una secuencia de variables aleatorias en la que, en un tiempo dado, la esperanza condicional del siguiente valor de la secuencia, dado todos los valores anteriores, es igual al valor presente.

El modelo impone la necesidad de dar una forma específica a la función de utilidad, que si tomamos una función cuadrática tal que

$$u(c_t) = ac_t - \frac{c_t^2}{2} \quad (14)$$

tenemos que la utilidad marginal es lineal en el consumo  $u'(c_t) = a - c_t$ , cuya expectativa es  $E_t[u'(c_t)] = a - E_t(c_t)$ .

La realización de las expectativas en  $t$  implica que  $c_t = E_t[c_t] + \varepsilon_t$ , que aplicando el razonamiento a  $t+1$  se tiene

$$E_t[u'(c_{t+1})] = a - c_{t+1} - \varepsilon_{t+1} \quad (15)$$

Estos resultados podemos introducirlos en la ecuación fundamental de Euler y tendremos que:

$$c_{t+1} = \alpha + \beta c_t + \varepsilon_{t+1} \quad (16)$$

con  $\alpha = \frac{a(r-\delta)}{1+r}$  y  $\beta = \frac{1+\delta}{1+r}$ .

De donde se extrae que ante una función cuadrática de utilidad, el consumo real a lo largo de la senda de optimalidad sigue un proceso AR(1) si  $\delta < r$  o un paseo aleatorio en el caso de que  $\delta = r$ . En este último caso, las desviaciones del consumo de un periodo a otro vendrían dadas por el término de perturbación.

### 3.1.1 Implicaciones

1. Para predecir el consumo en el futuro, la única información disponible útil es el consumo presente. Así, el consumo en una previsión macroeconómica a corto plazo debería ser tratada como una variable exógena.
2. Los valores restardados de cualquier otra variable que, en principio, podrían ser relevantes para predecir el consumo en el futuro no tienen ningún valor explicativo una vez se toma en consideración el retardo del consumo en un periodo
3. El término de error  $\varepsilon_{t+1}$  recoge el consumo no planeado y es el resultado de adquirir nueva información acerca de las rentas futuras. Información que no está disponible en el periodo  $t$  que es cuando se determina el plan de consumo para  $t + 1$ .
4. Desde la óptica de la efectividad de la política económica, sólo los cambios no esperados en la misma influirán sobre el consumo futuro; los esperados ya están incorporados a las decisiones de consumo actual. Así, las políticas anticíclicas anticipadas quedan en entredicho.



## 4 Límites y extensiones de las hipótesis de renta permanente y paseo aleatorio.

### 4.1 Principales inconsistencias

Buena parte de las inconsistencias que se le achacan a las hipótesis anteriormente descritas es que si bien indican que el consumo está intimamente ligado con la evolución de la renta permanente, hay ciertos elementos que parecen no congeniar adecuadamente con estas hipótesis. Hay evidencias de que los hogares ahorran poco y que no tienen una previsión tan racional de su vida. Estas desviaciones de las hipótesis han venido a proponer ampliaciones sobre estas teorías. En concreto distinguimos tres: El ahorro precautorio, las restricciones de la liquidez y las excepciones al supuesto de la plena optimización.

### 4.2 El ahorro precautorio

Dada la forma cuadrática de la función de utilidad en el caso de la HPA (Hipótesis del Paseo Aleatorio), la utilidad marginal necesariamente se volverá negativa dado un nivel finito de consumo. Esto al mismo tiempo nos indica que conforme más ricos se hacen, más consumo están dispuestos a sacrificar para evitar incertidumbre respecto al consumo. Esto sugiere que la tercera derivada es probablemente positiva y no 0.

Que la tercera derivada sea probablemente positiva implica que, si la tasa de interés y de descuento fuesen 0, y la función de utilidad es cuadrática, la utilidad marginal será lineal, lo que choca con la idea de que  $E_t[u'(C_{t+1})] = u'(E_t[C_{t+1}])$  sino que,  $E_t[u'(C_{t+1})] > u'(E_t[C_{t+1}])$  en la que  $u'(C)$  es una función convexa de  $C$ . Esto implica, en resumen, que una reducción marginal de  $C_t$  incrementa la utilidad esperada por lo que se incrementa el ahorro. A esto se le llama "ahorro precautorio". No obstante, esta hipótesis del ahorro precautorio no es lo suficientemente consistente con los datos que exponen que el ahorro de los hogares es bastante bajo.

### 4.3 Las restricciones de liquidez

El supuesto base de la HRP es que los ahorros y deudas se remuneran a la misma tasa y, además, se cancelan en el largo plazo.

No obstante, no siempre es posible recurrir al endeudamiento, por ejemplo, cuando se ha alcanzado un nivel de endeudamiento ya elevado lo cuál hace que en lugar de recurrir a deuda, el individuo desincentive el consumo frente al ahorro. Este efecto existe incluso cuando los individuos pueden recurrir al endeudamiento pero existe la amenaza de que no puedan hacerlo próximamente.

El hecho de que los hogares suelen disponer de ciertos ahorros también puede explicarse por la combinación de las restricciones de liquidez con una actitud impaciente. Cuando los hogares no disponen de riqueza alguna y existen restricciones de liquidez, los riesgos asociados a aumentos y disminuciones en la renta son asimétricos, incluso cuando la utilidad es cuadrática. Una reducción importante en el nivel de renta obliga a recortar de forma equivalen-

te el consumo y provoca, por tanto, un aumento de la utilidad marginal. Por el contrario, un incremento importante de la renta eleva el ahorro de los hogares, de modo que la utilidad marginal disminuye sólo moderadamente. Ésta es precisamente la razón por la que la posibilidad de una futura restricción de liquidez reduce el consumo. Sin embargo, los economistas que han hecho análisis cuantitativos sobre esta cuestión concluyen que el efecto no es lo suficientemente grande como para explicar ni siquiera los pequeños niveles de ahorro que observamos en la realidad. Por ello suelen introducir también, como elemento explicativo, el móvil del ahorro precautorio. Como hemos visto, la tercera derivada positiva de la función de utilidad aumenta el deseo de los consumidores de asegurarse frente a una posible reducción de sus ingresos y, por tanto, eleva su ahorro por encima del nivel que podrían explicar la presencia de restricciones de liquidez y de una utilidad cuadrática.

#### **4.4 Excepciones al supuesto de la plena optimización**

Existen casos bien documentados en los que los individuos se alejan aparente y sistemáticamente de las predicciones de los modelos al uso sobre maximización de la utilidad y en los que ese distanciamiento es cuantitativamente importante. La elección entre consumo y ahorro es precisamente uno de estos casos. Las estimaciones son complejas, el horizonte temporal largo y existe una incertidumbre considerable que resulta difícil cuantificar. De ahí que en lugar de intentar optimizar plenamente, los individuos puedan recurrir a procedimientos más prácticos y sencillos para adoptar sus decisiones de consumo. Una posible regla general de comportamiento, por ejemplo, es que es razonable gastarse la renta corriente, pero que sólo debe recurrirse a la liquidación de activos en circunstancias excepcionales. En este caso, los hogares acumularían un cierto ahorro y su consumo respondería más o menos a las predicciones de la hipótesis de la renta permanente en el corto plazo.

Sin embargo, ni el problema de la incoherencia temporal ni otras desviaciones respecto al modelo básico pueden explicar por sí solas las peculiares características del consumo que estamos tratando de entender. La incoherencia temporal (David Laibson) por sí sola hace que los consumidores actúen como si fueran impacientes: en todos y cada uno de los períodos temporales, los individuos valoran mucho más el consumo presente que el futuro y su nivel de consumo es, pues, elevado. Además, la variación temporal de las preferencias tampoco explica por qué en la mayoría de los hogares las pautas de consumo siguen aproximadamente las de la renta y por qué, por tanto, su ahorro es prácticamente nulo. Para que los modelos con incoherencia temporal se ajusten más a la realidad que observamos es necesario que incorporemos al análisis otros factores, como las restricciones de liquidez, la capacidad de ahorrar mediante instrumentos no líquidos (limitando así la capacidad de los hogares de satisfacer su fuerte preferencia por el consumo presente) y tal vez el ahorro por motivo de precaución.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 16. Análisis macroeconómico de la inversión. Costes de ajuste.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

El estudio del comportamiento de la inversión en el tiempo es un pilar fundamental para comprender la dinámica de crecimiento de las economías.

En primer lugar, -y a largo plazo- el porcentaje de producción agregada que se destina a la inversión es una variable que depende de la interacción entre la demanda de inversión que realizan las empresas y la oferta de ahorro de las economías domésticas que determina de algún modo el crecimiento económico. En segundo lugar, -y a más corto plazo- la inversión es un componente de la demanda extremadamente volátil, de modo que entender cómo se comporta es esencial para explicar las fluctuaciones económicas.

Dentro de los modelos de análisis de la inversión destacan los neoclásicos y los de desarrollo posterior que toman los costes de ajuste como un elemento a considerar.

## 2 Las decisiones de inversión en el marco neoclásico

### 2.1 La determinación del nivel de stock de capital. Alquiler de capital

Las empresas neoclásicas representativas buscan la maximización del beneficio sujetas a una determinada tecnología y a la disponibilidad de los factores productivos. El problema en el caso neoclásico es similar en términos estáticos y dinámicos por lo que adoptaremos el enfoque estático por su simplicidad analítica.

La tecnología a la que se enfrentan las empresas es una función Cobb-Douglas, presentando rendimientos constantes a escala y rendimientos marginales decrecientes para los factores, capital y trabajo.

Por simplicidad, los precios se han normalizado en 1 por lo que el ingreso total es igual a la producción ( $y_t$ ). Por su parte, los costes totales vienen dados por los costes de los factores productivos trabajo y capital, calculados como la retribución a cada factor productivo multiplicado por la cantidad de factor.

El problema de la empresa representativa viene dado por

$$\max \Pi_t = Y_t - w_t L_t + r_t K_t$$

Sujeto a

$$F(K_t, L_t) = Y_t$$

Las condiciones de primer orden del problema son:

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial L_t} = F'_L(K_t, L_t) - w_t = 0$$

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} = F'_K(K_t, L_t) - r_t = 0$$

Esto implica que los factores se retribuyen al precio de su producción marginal, alquilándose tanto capital o trabajo como producto aporte la última unidad. Introduciendo la función de producción  $Y_t = K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$  en la función de beneficio, se obtiene que cada factor se retribuye como una proporción de la aportación de dicho factor a la producción, tal que

$$r_t = \alpha \frac{Y_t}{K_t}$$

$$w_t = (1 - \alpha) \frac{Y_t}{L_t}$$

Sustituyendo el coste de los factores en la función de beneficio se obtiene que no se producen beneficios y, además, reordenando las CPO y combinandolas se obtiene que la relación entre la retribución al factor productivo capital respecto a la retribución al factor productivo trabajo es una constante. Esto significa que la retribución que obtiene cada factor productivo sobre la renta total que genera la economía se mantiene constante en el tiempo.

## 2.2 El coste de uso del capital. Posesión de capital

El capital además de alquilarse a las familias (por ejemplo, financiación) también se posee en forma de maquinaria y otros por parte de las propias empresas. Además, lo planteamos desde un punto de vista dinámico, a pesar de que las conclusiones respecto al modelo estático son similares.

La empresa se enfrenta a un problema de maximización de beneficios intertemporal de la siguiente forma

$$\max V = \int_{t=0}^{\infty} e^{-r_t t} \Pi_t dt$$

La función de producción sigue siendo una Cobb-Douglas similar a la anterior, pero la función de beneficios cambia ligeramente dado que, aunque el precio de producción se mantiene normalizado a uno, se incluye el precio del capital  $p_t^K$ . De igual modo, en este caso, la empresa determina su nivel de capital acumulado, es decir, su inversión, tomando en cuenta también la depreciación, por lo que

$$I_t = \dot{K}_t + \delta K_t$$

De este modo, el beneficio de la empresa viene determinado por el gasto en inversión ya que se apropia del capital en lugar de alquilarlo, tal que

$$\Pi_t = Y_t - w_t L_t - p_t^K I_t$$

El problema de maximización, por tanto, toma la siguiente forma

$$\max V = \int_{t=0}^{\infty} e^{-r_t t} [Y_t - w_t L_t - p_t^K (\dot{K}_t + \delta K_t)] dt$$

Este problema, dinámico, se resuelve a través de la optimización dinámica por lo que obtenemos las condiciones de primer orden o ecuación de Euler tal que

$$V'_K - \frac{\partial V'_K}{\partial t} = e^{-r_t t} [F'_K(K_t, L_t) - p_t^K \delta] - r_t p_t^K e^{-r_t t} = 0$$

$$V'_L - \frac{\partial V'_L}{\partial t} = V'_L = F'_L(K_t, L_t) - w_t = 0$$

Las condiciones de primer orden implican que el trabajo se remunera por el valor de su productividad marginal mientras que en el caso del capital, reordenando, se obtiene que

$$F'_K(K_t, L_t) = p_t^K (r_t + \delta)$$

Esta expresión iguala el valor del producto marginal del capital, con el coste de uso del capital, que está compuesto por tres componentes: el precio del capital, el tipo de interés real y la tasa de depreciación física del capital. Ese coste de uso del capital representa los costes de oportunidad tanto de vender el capital, como de adquirirlo como de acumularlo y cubrir su obsolescencia.

Realmente, desde el punto de vista dinámico, la solución es similar a la estática en tanto en cuanto la empresa neoclásica ajusta su volumen de inversión en base a un capital óptimo  $\bar{K} = K_t(p_t^K(r_t + \delta), w_t)$  que es función del coste de uso del capital y de los costes laborales.

Si el stock de la empresa es igual al óptimo, no lo variará, salvo por la depreciación; aumentándolo en caso de ser inferior o disminuyéndolo en caso de ser superior.

Sin embargo, los resultados anteriores sólo serían correctos si el proceso de ajuste del capital existente al óptimo fuese instantáneo. Esto no es así en la realidad, sino que el capital es una variable que está sujeto a unos costes. Por una lado, analiza el capital como una función continua de las variables exógenas que, de cambiar de forma discreta, provocarían un aumento discreto del stock de capital deseado. Esto implica que se requeriría de una tasa de inversión infinita para un aumento discreto del stock de capital.

El segundo de los problemas es que no hay un análisis de los mecanismos de expectativas sobre la inversión. Es decir, el ajuste stock-precio es constante y simultáneo sin tener en cuenta las posibles variaciones del precio del capital.

En este sentido, el modelo básico es insuficiente.

Así, surgieron varias teorías que pretendían hacer verosímiles las decisiones de inversión de las empresas introduciendo la componente de los costes de ajuste de la inversión.

Existen, fundamentalmente, dos tipologías de costes de ajuste: los internos y los externos. Los internos son los costes directos en los que incurren las empresas cuando modifican su stock de capital (formación de trabajadores en nuevas herramientas, instalaciones, etc.).

Los externos, por su parte, surgen cuando todas las empresas se enfrentan a una oferta de capital perfectamente elástica pero el precio de los bienes de capital en relación con el de otros bienes se ajusta de modo que la empresa no invierte ni desinvierte a tasas infinitas, sino que se ajusta gradualmente.

### 3 Un modelo con costes de ajuste

El modelo de costes de ajuste de la inversión que matiza los errores anteriormente señalados, en este caso desarrollaremos un modelo centrado en los costes internos. Para un análisis de los costes externos simplemente habría que reemplazar la función de costes de ajuste por una curva de oferta para los nuevos bienes de capital siendo el precio relativo del capital la dinámica fundamental en lugar del valor  $q$  que describiremos más adelante.

#### 3.1 Supuestos

1. La función de costes depende tanto de la adquisición de nuevo capital como del ya instalado  $C = C(I_t, K_t)$
2. La función de costes es convexa y creciente ya que  $C(0) = 0$ ;  $C'(\cdot) > 0$  y  $C''(\cdot) > 0$
3. El entorno es competitivo y la función de producción presenta rendimientos constantes a escala.
4. La existencia de costes de ajuste significa una pérdida de capital o un coste adicional, en el proceso de inversión. La cantidad de capital que llega a la empresa por unidad invertida la definimos como:  $\Psi(I_t, K_t) = I_t - C(I_t, K_t)$
5. La ecuación dinámica de acumulación de capital es:  $\dot{K}_t = \Psi(I_t, K_t) - \delta K_t$

De este modo, y reordenando las variables para integrarlas en un problema similar al del apartado anterior, el problema de maximización, incorporando la restricción de la acumulación de capital, es el siguiente

$$\max_{\underline{V}} = \int_{t=0}^{\infty} \left( e^{-rt} [F(K_t, L_t) - w_t L_t - p_t^K I_t] - \lambda_t [\dot{K}_t - \Psi(I_t, K_t) + \delta K_t] \right) dt$$

### 3.1.1 Optimización

Las condiciones de primer orden del problema anterior implican que,

$$V'_K - \frac{\partial V_K}{\partial t} = e^{-r_t t} [F'_K(K_t, L_t) + \lambda_t [\Psi'_K(I_t, K_t) - \delta_t] + \dot{\lambda}_t] = 0$$

$$V'_I - \frac{\partial V_I}{\partial t} = V'_L = -e^{-r_t t} p_t^K + \lambda_t [\Psi'_I(I_t, K_t)] = 0$$

$$V'_L = -\frac{\partial V_L}{\partial t} = V'_L = F'_L(K_t, L_t) - w_t = 0$$

De la referida a la inversión podemos deducir el valor de  $\lambda_t = \frac{p_t^K e^{-r_t t}}{\Psi'_I(I_t, K_t)}$  así como su variación respecto al tiempo  $\dot{\lambda}_t = \frac{r_t p_t^K e^{-r_t t}}{\Psi'_I(I_t, K_t)}$ .

Si integramos estas variables de los precios sombra en la condición de primer orden referida al capital obtenemos que

$$F'_K(K_t, L_t) + \frac{p_t^K}{\Psi'_I(I_t, K_t)} [\Psi'_K(I_t, K_t) - \delta_t] = -\frac{r_t p_t^K}{\Psi'_I(I_t, K_t)}$$

de donde se deriva que la productividad marginal del capital es

$$F'_K(K_t, L_t) = \frac{p_t^K (r_t - \delta) - p_t^K \Psi'_K(I_t, K_t)}{\Psi'_I(I_t, K_t)}$$

La expresión anterior nos indica que ahora la productividad marginal del capital es igual a una expresión en la que aparece el coste de uso del capital pero también la función de inversión neta de costes de ajuste. Así, si no existiesen costes de ajuste entonces  $\Psi'_I(\cdot) = 1$ ,  $\Psi'_K(\cdot) = 0$  dando una solución equivalente a la del apartado anterior.

Con costes de ajuste el coste de uso del capital es inferior dependiendo de cómo sean los costes de ajuste en función del stock de capital y de cómo sean los costes de ajuste en función del volumen de inversión. Cuanto menor sea  $\Psi'_I(I_t, K_t)$  mayor tiene que ser la productividad marginal del capital, es decir, menor el stock de capital. Esto hace que aunque el stock de capital de una empresa en un periodo sea inferior al óptimo, la empresa no realice una inversión en dicho periodo para cubrir totalmente dicha diferencia, ya que el coste de ajuste puede ser muy importante, llevando a cabo sus inversiones de forma gradual en el tiempo.



### 3.1.2 La $q$ de Tobin

En esta sección vamos a estudiar el modelo de referencia que se utiliza para analizar los factores determinantes de la inversión. Se trata del denominado modelo de la  $Q$  de Tobin, desarrollado por Tobin en los años 60 y que ha sido muy utilizado para analizar el comportamiento de las empresas en relación a la inversión.

Este modelo está basado en definir una ratio, que se denomina la  $Q$  de Tobin, que se construye como el valor de mercado de la empresa respecto al coste de reposición del capital instalado. Es decir, compara lo que vale la empresa en un momento del tiempo respecto a lo que constaría instalar de nuevo todo el capital del que dispone la empresa. De este modo esta ratio contiene todos los elementos que afectan a las decisiones de inversión de las empresas, incluyendo las expectativas de los agentes sobre la corriente de beneficios futuros.

Tomando la ecuación de beneficio intertemporal anterior podemos modificarla para añadir un par de condiciones importantes para el modelo.

$$\max V = \int_{t=0}^{\infty} (e^{-rt} [F(K_t, L_t) - w_t L_t - p_t^K I_t] dt) + \int_{t=0}^{\infty} (\lambda_t [\Psi(I_t, K_t) - \delta K_t] dt) - \int_{t=0}^{\infty} \lambda_t \dot{K}_t dt$$

Con esta separación de los últimos términos podemos transformar mediante integración por partes el último término tal que

$$\int_{t=0}^{\infty} \lambda_t \dot{K}_t dt = - \int_{t=0}^{\infty} \dot{\lambda}_t K_t dt \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_t K_t - \lambda_0 K_0$$

Donde el límite se corresponde con la condición de transversalidad y los últimos términos se pueden eliminar sin problema de la integral al representar valores constantes (el valor inicial de la que parte la empresa en términos del valor del stock de capital en el momento en el que se crea). Por tanto el problema queda como

$$\max V = \int_{t=0}^{\infty} \left( e^{-rt} [F(K_t, L_t) - w_t L_t - p_t^K I_t] + \dot{\lambda}_t K_t + \lambda_t [\Psi(I_t, K_t) - \delta K_t] \right) dt$$

A continuación definimos la ratio  $Q$  de Tobin. Esta ratio se calcularía como el valor de mercado de la empresa respecto al coste de reposición del capital instalado. En nuestro caso concreto vamos a definir dicha ratio en términos marginales, a lo que vamos a denominar  $q$ . Es decir, la ratio  $q$  sería la variación en el valor de mercado de la empresa respecto a la variación en el coste de reposición del capital instalado, es decir, el coste de invertir una unidad adicional.

En el caso continuo, y dado que  $q$  es el valor presente descontado de los ingresos marginales futuros de una unidad de capital,  $q$  puede expresarse como el valor actualizado del precio sombra del capital tal que:

$$q_t = \lambda_t e^{r_t t}$$

de donde se infiere que

$$\lambda_t = \frac{q_t}{e^{r_t t}}$$

$$\dot{\lambda}_t = \frac{-r_t q_t + \dot{q}_t}{e^{r_t t}}$$

Sustituyendo estas expresiones en el problema de optimización tenemos que

$$\max V = \int_{t=0}^{\infty} (e^{-r_t t} [F(K_t, L_t) - w_t L_t - p_t^K I_t] + e^{-r_t t} K_t (-r_t q_t + \dot{q}_t) + e^{-r_t t} q_t [\Psi(I_t, K_t) - \delta K_t]) dt$$

Las condiciones de primer orden del problema para cada periodo son, sobre empleo, inversión y capital

$$V'_K = \dot{q}_t - q_t [(r_t + \delta) - \Psi'_K(I_t, K_t)] - F'_K(K_t, L_t) = 0$$

$$V'_I = -p_t^K + q_t [\Psi'_I(I_t, K_t)] = 0$$

$$V'_L = F'_L(K_t, L_t) - w_t = 0$$

De este modo -despejando  $\dot{q}_t$  y sustituyendo la derivada de la inversión sobre el objetivo- quedan explicitadas tanto la dinámica del stock de capital como la de la ratio  $q$  tal que

$$\dot{K}_t = -p_t^K + q_t [\Psi'_I(I_t, K_t)]$$

$$\dot{q}_t = q_t [(r_t + \delta) - \Psi'_K(I_t, K_t)] - F'_K(K_t, L_t)$$

El stock de capital de la empresa va a depender del valor de la ratio  $q$ , que a su vez depende de dicho stock de capital. Este sistema de ecuaciones nos dice que la empresa aumentará su stock de capital siempre que una unidad monetaria invertida incremente el valor de la empresa en, al menos, una unidad.

### 3.2 Implicaciones del modelo

De aquí se puede extraer que en estado estacionario, y bajo el supuesto de precio unitario, la ratio  $q$  debe ser igual a 1. Es decir, sin aumento del stock de capital los costes de ajuste son iguales a 0. Esto significa que el valor de equilibrio para la ratio  $q$  es igual al precio del capital.

Al derivar  $q$  respecto de  $K_t$  en la condición de equilibrio dinámico del stock, su valor es 0. Es decir, la condición de equilibrio dinámica para el stock de capital no depende del stock de capital y únicamente depende de la ratio  $q$ .

Por otro lado, el estado estacionario de  $q$  y tomando en cuenta que la productividad marginal del capital es decreciente, podemos observar que en la expresión anterior la productividad marginal del capital tiene signo negativo. Esto significa que cuanto mayor sea el stock de capital, más pequeño es el componente negativo y, por tanto, más pequeño tiene que ser la ratio  $q$  para que dicha ratio permanezca constante. Además, por el resto de componentes, la pendiente de  $q$  debe ser negativa.

#### 3.2.1 La dinámica del modelo

Para el caso de la acumulación de stock, puntos situados por encima de la condición de equilibrio parcial implican que la ecuación dinámica del stock de capital es positiva, por lo que el stock de capital aumenta. Esto es debido a que la ratio  $q$  es superior a su valor de equilibrio, indicando que el coste de incorporar una unidad adicional de capital a la empresa es inferior al aumento en el valor de mercado de la misma. Por el contrario, si nos encontramos en una situación por debajo de dicha condición de equilibrio parcial entonces la ratio  $q$  es inferior a la de equilibrio. En este caso, la ecuación dinámica para el stock de capital es negativa, indicando que el coste de una unidad adicional de capital es inferior al aumento que produciría en el valor de mercado de la empresa.

Por otro lado, y para el caso de la variación de la ratio  $q$ , es positivo allí donde el stock de capital aumenta (al hacer más pequeña la productividad marginal de éste) y viceversa.

## 4 Implicaciones

Se tratan a continuación las implicaciones del modelo anterior para la producción, los tipos de interés y la política tributaria.

### 4.1 Producción

Un aumento de la producción en el nivel de equilibrio a largo plazo, habitualmente desplazará la función de beneficios hacia arriba.

Esto provocará también un desplazamiento de la curva  $\dot{q} = 0$ . Por su parte,  $q$  salta inmediatamente hasta un punto situado sobre el nuevo sendero de silla existente para el stock de capital dado; a continuación,  $K$  y  $q$  se desplazan hacia abajo a lo largo de esta senda hacia el nuevo punto de equilibrio, E' a un volumen de stock mayor. Como la

tasa de variación del stock de capital es una función creciente de  $q$ , esto significa que  $\dot{K}$  aumenta súbitamente en el momento de producirse el cambio y regresa luego nuevamente a 0.

Si el cambio en la producción no es permanente, el salto de  $q$  será inferior por lo que se situará en un punto que no es convergente a un nuevo equilibrio sino que paulatinamente caerá hacia la senda de equilibrio del equilibrio original. Sin embargo, por el camino, la cantidad de stock de capital aumentará hasta que sea poco atractivo mantenerlo dado que la función de beneficios está volviendo al punto de equilibrio y, por tanto, se produzca una brusca desinversión (punto B) que resitue a  $q$  en la senda de equilibrio.

Así pues las expectativas de un nivel de producción elevado aumentan la demanda actual. Además, dado un aumento permanente de la producción, la inversión es mayor cuando la producción acaba de aumentar que cuando lleva siendo alta durante un período prolongado.

## **4.2 Los cambios en los tipos de interés**

### **4.2.1 Largo plazo**

La disminución del tipo de interés provoca que la ecuación dinámica de la  $q$  de Tobin se vuelva negativa, ya que disminuye un término positivo. Para que esta ecuación vuelva a ser cero el otro término negativo tiene que disminuir también. Para que este término disminuya tiene que aumentar el stock de capital. Por tanto, esta condición de equilibrio dinámica se desplaza a la derecha. Esto significa que el nuevo estado estacionario va a implicar una ratio  $q$  igual a la inicial pero para un mayor stock de capital.

### **4.2.2 Corto plazo**

La disminución del tipo de interés real provoca un reajuste inmediato en la economía. El stock de capital es una variable rígida, mientras que la ratio  $q$  es una variable flexible, que viene determinada fundamentalmente en términos de expectativas. La disminución en el tipo de interés real provoca que disminuya el coste del capital, por lo que la inversión resulta rentable ya que partiendo de la situación de equilibrio inicial ahora invertir un euro adicional en capital aumenta el valor de mercado de la empresa en una cantidad superior al euro. Dado que el coste del capital aparece en el denominador de esta variable, la ratio  $q$  aumenta de forma instantánea hasta alcanzar la senda estable. A partir de este momento, el stock de capital comienza a aumentar gradualmente, al tiempo que comienza a disminuir la ratio  $q$  dado que a medida que aumenta el capital disminuye su productividad. Esto significa que nos vamos desplazando a lo largo de la senda estable hacia la derecha y hacia abajo, hasta que alcanzamos el nuevo estado estacionario en el momento en el que la ratio  $q$  vuelve a su nivel inicial.

### **4.3 Los cambios en el precio del capital**

#### **4.3.1 Largo plazo**

Una disminución del precio. En este caso vemos que esta variable únicamente aparece en la condición de equilibrio dinámica del stock del capital. Por tanto, únicamente esta ecuación dinámica sufre cambios en términos de su representación gráfica. El signo asociado al precio del capital es negativo, indicando que una disminución en el mismo hace que la ecuación tome un valor positivo. Para que vuelva a ser cero el componente positivo de la misma tiene que disminuir. Es decir, para cada nivel de stock de capital la ratio  $q$  tiene que ser inferior a la inicial. Esto significa que esta condición de equilibrio dinámica tiene que desplazarse hacia abajo. Como consecuencia de la disminución en el precio del capital a largo plazo disminuye el valor del ratio  $q$  y aumenta el stock de capital de la empresa. Por tanto, en este caso va a cambiar la condición que determina la decisión de inversión de la empresa, dado que ahora el coste del capital es menor que el inicial y por tanto, resulta rentable invertir.

#### **4.3.2 Corto plazo**

En este caso no sabemos exactamente cómo es el corto plazo, ya que el reajuste que se produzca en dicha ratio depende del cambio cuantitativo del precio del capital y de la forma que tenga la senda estable. Así, puede producirse una disminución instantánea de la ratio  $q$ , un aumento o bien puede no verse alterada. Si la senda estable está por debajo del estado estacionario inicial, el efecto a corto plazo consiste en una disminución de la ratio  $q$  hasta alcanzar la senda estable.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

Tema 17. Mercados de trabajo perfectamente competitivos: teoría neoclásica de la oferta y la demanda trabajo. Análisis dinámico de la demanda de trabajo: costes de ajuste. Análisis dinámico de la oferta de trabajo: teoría del capital humano.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

El mercado de trabajo es uno de los más importantes dentro de la teoría económica pues es aquel que determina de qué modo uno de los factores productivos más importantes (el trabajo) se involucra en la producción, analizando los motivos de su escasez y su utilización.

En lo que sigue nos centraremos en las teorías bajo el marco neoclásico así como las ampliaciones dinámicas de éste.

## 2 La oferta de trabajo neoclásica

La oferta de trabajo neoclásica está basada en la concepción de la misma como un trade-off entre consumo y ocio. Esta aproximación permite que sea posible una relación no monótona del empleo respecto de los salarios.

El análisis es, en general, una adaptación de los elementos de la oferta y demanda generales al caso específico del trabajo.

### 2.1 Las preferencias

Los trabajadores se enfrentan a una determinada curva de utilidad  $U(C, L)$  que expresa las preferencias entre el ocio ( $L$ ) y el consumo ( $C$ ) de bienes, entendiendo el ocio como todo aquel tiempo distinto al tiempo de trabajo, siendo  $L_0$  la cantidad de horas totales del periodo a tomar en cuenta y  $h = L_0 - L$  las cantidades trabajadas.

Aquellos pares de consumo de bienes y ocio que mantienen un mismo nivel de utilidad dado se relacionan mediante la curva de indiferencia que satisface las siguientes propiedades:

1. Las curvas de indiferencia más alejadas del origen producen mayor nivel de utilidad
2. Las curvas de utilidad no se cortan entre sí
3. Son continuas y convexas
4. Su pendiente en un punto indica la Relación Marginal de Sustitución entre consumo y ocio.

### 2.2 La restricción presupuestaria

Los ingresos de las familias (o los individuos) pueden ser de dos tipos, salariales por hora ( $w$ ) o extrasalariales ( $R$ ). Así, el conjunto de ingresos que tiene un individuo es el número de horas que dedica al trabajo por su retribución real más aquellos ingresos que obtenga por otros motivos (rentas, loterías, etc),  $wh + R = IT$ . Por tanto, la cantidad máxima de bienes que puede consumir es aquella que le permita su renta.

La restricción presupuestaria también puede ser expresada en términos de coste de oportunidad del ocio/trabajo, suponiendo una cantidad  $R_0$  que sería las rentas que el individuo obtendría potencialmente si dedicase todo su

tiempo a trabajar.

Así, la restricción quedaría reescrita como

$$C + wL \leq R_0 \equiv wL_0 + R \quad (1)$$

### 2.3 La decisión de trabajo

Una vez conocidas cuáles son las preferencias del individuo y cuál es su restricción presupuestaria, la determinación de horas de trabajo (o de ocio) se obtiene a través de la maximización de la utilidad del individuo.

$$\max U(C, L) \quad \text{s.a.} C + wL \leq R_0 \quad (2)$$

La resolución de este problema a través del lagrangiano nos lleva a que la relación marginal de sustitución entre ocio y consumo es igual al salario tal que

$$\frac{U'_L(C^*, L^*)}{U'_C(C^*, L^*)} = w \quad (3)$$

Siendo el consumo óptimo y las horas de ocio óptimas

$$C^* + wL^* = R_0 \quad (4)$$

### 2.4 La condición de participación

La convexidad de las curvas de indiferencia implican que la RMS entre ocio y consumo disminuye a medida que uno se mueve hacia la derecha a lo largo de una curva de indiferencia. Dado que esta relación marginal de sustitución también representa la pendiente de la tangente a una curva de indiferencia, un agente ofrece una cantidad estrictamente positiva de horas de trabajo si y solo si se cumple la siguiente condición

$$\left(\frac{U'_L}{U'_C}\right)_A < w \quad (5)$$

Es decir, que la RSM tiene que ser inferior al salario en un punto A a partir del cual el trabajador decide no trabajar. La RSM en ese punto es el llamado salario de reserva y se define como

$$w_A = \frac{U'_L(R, L_0)}{U'_C(R, L_0)} \quad (6)$$



Si el salario cae por debajo, el agente no aportará trabajo, no participa en el mercado de trabajo. La decisión de participar en el mercado laboral depende del salario de reserva. En este modelo, la configuración aparte de cualquier cambio en los gustos del consumidor, el único parámetro capaz de modificar el salario de reserva es el ingreso no salarial  $R$ .

## **2.5 La forma de la oferta**

Las propiedades de la oferta de trabajo individual resultan de la combinación de un efecto sustitución y efecto renta. La combinación de estos efectos aparentemente lleva a una relación no monótona entre los salarios y la oferta individual de trabajo.

### **2.5.1 Efecto sustitución**

Es la variación del número deseado de horas de trabajo provocada por una variación del salario, manteniendo constante la renta. Si mantenemos la renta constante, el número deseado de horas de trabajo aumentará cuando suba el salario. Un aumento del salario eleva el precio o coste de oportunidad del ocio. Dada la subida salarial, habrá que renunciar a más renta por cada hora de ocio consumida. En resumen, la subida del precio del ocio provoca una reducción del consumo de ocio, y por lo tanto, se va a trabajar más, es decir, se sustituye ocio por trabajo.

### **2.5.2 Efecto renta**

Es la variación del número de horas de trabajo deseado, provocada por una variación de la renta, manteniendo el salario constante. El efecto renta de una subida salarial se halla aislando el cambio en las horas de trabajo provocado únicamente por la variación potencial de la renta, como si el salario no hubiese cambiado. Es decir, una subida salarial significa que puede obtenerse más renta con el mismo número de horas de trabajo. La teoría económica demuestra que, si el ocio es un “bien normal”, se desea consumir más de él cuando la renta aumenta, por lo tanto, cabe esperar que una parte del aumento de la renta originada por el aumento del salario se utilice para tener más horas de ocio y dedicar menos horas a trabajar.

Este efecto ambivalente implica que la curva de oferta, que relaciona el número de horas de trabajo con el salario tenga una forma particular. Inicialmente, cuando sube el salario, la curva de oferta de trabajo de un individuo representativo tiene pendiente positiva, ya que el efecto- sustitución es superior al efecto-renta. Posteriormente, la oferta de trabajo se vuelve hacia atrás, es decir, tiene pendiente negativa, cuando el efecto-renta de los nuevos aumentos salariales es superior al efecto-sustitución.

La curva de oferta del mercado es igual a la suma horizontal de las ofertas verticales, cuya pendiente es siempre positiva ya que la elevación del salario, aunque pudiese motivar a que algunos individuos ofreciesen menos horas, atraerá al mercado a nuevos individuos (con salarios de reserva más altos) por lo que el total de las horas ofrecidas aumentará.

### 3 La demanda neoclásica de trabajo

La demanda de trabajo, como factor productivo que es, se diferencia entre los ámbitos del corto plazo y del largo plazo, en tanto en cuanto en el largo plazo el trabajo puede ser sustituido por el capital. Las variables relevantes del lado de la demanda de trabajo son tanto el salario real como el poder de mercado de las empresas que contratan.

#### 3.1 La demanda de la empresa

##### 3.1.1 Corto plazo

En el mercado competitivo el poder de mercado es nulo -o igualmente repartido-. Igualmente los trabajadores son homogéneos, sin distinción en sus habilidades y el conjunto de agentes son precio-aceptantes.

La producción de las empresas se denota por  $Y = F(L)$  que es una función creciente y cóncava. Es decir, su productividad marginal es positiva y decreciente con el nivel de empleo.

Los costes a los que se enfrenta la empresa son estrictamente laborales y se corresponden con los salarios  $W$  por unidad de trabajo y sus ingresos son iguales a la producción por el precio de demanda del mercado de bienes  $P(Y)$ .

Así pues, el problema de la empresa neoclásica es la maximización de beneficio que viene dado por

$$\max \Pi = YP(Y) - WL \quad (7)$$

La solución a este problema de maximización se obtiene a través de la derivada del beneficio respecto a  $L$  y su igualación a 0, resultando que

$$F'_L = \frac{W}{P(Y)} \quad (8)$$

Es decir, la empresa contratará tanta cantidad de trabajo como su productividad marginal sea igual al gasto salarial marginal -que se iguala al salario real, por la condición precio-aceptante-.

##### 3.1.2 El largo plazo

En el largo plazo, la sustitución es factible entre capital y trabajo lo que provoca, al igual que en la oferta, un doble efecto. Por un lado, el efecto sustitución, que se refiere a la elección entre un factor u otro en función de sus costes relativos y, por otro lado, el efecto escala o producción, el cuál se refiere a la capacidad de ampliar la producción sin modificar la proporción entre ambos factores.

El efecto sustitución se apoya en la noción de Relación Marginal de Sustitución Técnica  $-\frac{dK}{dL} = \frac{F'_L}{F'_K}$ , la RMST define la cantidad de capital que se puede ahorrar cuando la cantidad de trabajo se incrementa en una unidad. Por la cual

una disminución del precio relativo de un factor implica un aumento de su adquisición hasta que los precios relativos de ambos se igualen a las productividades marginales, es decir  $\frac{F'_L}{F'_K} = \frac{W}{R}$ .

Por otro lado, el efecto producción, implica que la empresa puede producir tanto como quiera a través del aumento de la cantidad de factores contratados, pero sin alterar sus precios relativos.

Estamos ante un caso análogo a la cuestión del efecto renta (escala) y sustitución del caso anterior en el cual el efecto escala produce desplazamientos paralelos de la curva de isocoste, mientras que el efecto sustitución provoca una variación en su pendiente.

La forma en que ambos actúan dependerá también de la forma en la que se relacionan capital y trabajo, siendo el efecto sustitución tanto mayor cuanto menos complementarios sean ambos factores.

### **3.2 La demanda de mercado**

La demanda de mercado de trabajo es la suma horizontal de las demandas de cada industria.

## **4 Análisis dinámico de la demanda de trabajo: coste de ajuste**

Lo expuesto anteriormente se corresponde con un enfoque estático de la demanda de trabajo en la cual los ajustes entre precios de los factores a corto y largo plazo se realizan de forma automática. Sin embargo, la reorganización del trabajo, la instrucción y otra serie de costes derivados de la adquisición de nueva mano de obra no se contemplan en el enfoque estático por lo que se hace necesario ampliar esa visión a una perspectiva dinámica y cambiante a través de la herramienta de los costes de ajuste

### **4.1 Costes de ajuste**

Los costes de ajuste se definen, de una forma general, como los costes derivados de la variación (en horas o composición) del stock de trabajo que enfrenta la empresa. Estos costes pueden ser de dos tipos:

- Externos: Aquellos costes que le conllevan a la empresa pero que no tienen afectación en la producción. Por ejemplo, indemnizaciones por despido o el pago por los trabajos de consultoría para una mejora laboral.
- Internos: Aquellos costes que tienen una afectación en la producción. Por ejemplo, las pérdidas de eficiencia temporales derivadas de la adaptación a una reorganización del centro de trabajo.

Hay costes, como por ejemplo los despidos que pueden presentar un doble coste, tanto interno como externo, en tanto que suponen un coste de despido (externo) pero también un coste interno por la reorganización del trabajo. Esta definición puede ampliarse añadiendo la dimensión bruta y neta, siendo costes brutos y netos en función de si los costes se compensan entre sí o no.

La existencia de costes de ajuste supone una ineficiencia derivada de los niveles de empleo que las empresas desearían y los que se pueden permitir ante la existencia de los costes.

## 4.2 Especificación de los costes

Aunque la literatura convencional proponía una relación de costes cuadrática, convexa y simétrica, la realidad ha puesto de relieve que esta relación no es la más realista. Por ello se propone una especificación lineal y asimétrica. Se asumirá

### 4.2.1 La demanda de trabajadores

Se definen dos constantes positivas para el despido y la contratación  $c_f$  y  $c_h$  respectivamente. Siendo los costes de ajuste una función que depende de la variación del trabajo, tales que

$$C(\dot{L}) = c\dot{L} \quad (9)$$

con  $c = c_h$  cuando crece el empleo y  $c = -c_f$  cuando decrece.

El problema dinámico de la empresa es, por tanto, determinar el nivel de empleo que maximiza el valor actual de su beneficio a lo largo del tiempo siendo este

$$\Pi_0 = \int_0^\infty e^{-rt} [F(L) - WL - C(\dot{L})] dt \quad (10)$$

cuya maximización se obtiene a través del cálculo de variaciones, siendo su solución

$$\begin{cases} F'_L(L) = W + rc_h & \text{si } \dot{L} > 0 \\ F'_L(L) = W - rc_f & \text{si } \dot{L} < 0 \end{cases} \quad (11)$$

Es decir, la empresa contratará cuando la producción marginal cubra los costes salariales y de ajuste y despedirá cuando la productividad sea tan baja que cubre el salario menos los costes de ajuste en caso de despido. En el intervalo  $[W + rc_h, W - rc_f]$  la empresa no desea modificar su composición laboral.

Suponiendo dos momentos críticos de nivel de empleo  $L_h$  y  $L_f$  cuyas productividades marginales son  $F'_L(L_h) = W + rc_h$  y  $F'_L(L_f) = W - rc_f$  respectivamente, se observa que el nivel de empleo no depende del tiempo, por lo que busca automáticamente el nivel de estado estacionario desde el momento 0, yendo a los puntos  $L_h$  y  $L_f$  cuando el nivel de empleo de partida se sitúe por encima del primero o por debajo del último, manteniéndose en el nivel  $L_0$  si este se encuentra en el intervalo  $[W + rc_h, W - rc_f]$ .

En este sentido, las empresas pueden mantener esos tres niveles de empleo,  $L_h$ ,  $L_f$  y  $L_0$ . La lógica tras esto es que, conforme la empresa destruye empleo, sus costes de despido se elevan (hasta el punto en que se igualan las productividades marginales y los costes) y deja de despedir pero ello no le incentiva a contratar. En el mismo sentido, una elevación de la contratación hace que los costes de contratación aumenten pero no supone un incentivo a la destrucción de empleo sino a, en determinado punto (en este caso  $L_h$ ), dejar de contratar.

## 5 Análisis dinámico de la oferta de trabajo: teoría del capital humano

La teoría del capital humano, inaugurada por Becker (1964), plantea la hipótesis de que la educación es una inversión que genera ingresos en el futuro. En este contexto, las diferencias salariales están influenciadas por las diferencias en la productividad individual, que a su vez están influenciadas por las inversiones en educación realizadas por individuos a lo largo de sus vidas. Adquirir competencias que el mercado laboral recompensará conlleva "costos de educación" comparables a las inversiones que serán fuentes de ingresos futuros.

### 5.1 Un modelo simple

De acuerdo con la hipótesis de Becker, existen dos tipos de cualificaciones, una general que habilita al trabajador para una amplia gama básica de empleos y otra específica, de más productividad, válida sólo para ciertos tipos de empleos.

Los trabajadores viven durante infinitos periodos y su tamaño está normalizado a 1.

La cantidad de bienes que producen los individuos es  $y(i)$  y dependerá del nivel de instrucción  $i$  de cada individuo, produciendo los de formación específica sólo en trabajos específicos.

Se supone que si no trabajan, los individuos reciben una cantidad de bienes  $z$ .

La función de producción es cóncava, creciente y con un valor en  $y(0) \geq z$ . No se requiere tiempo para alcanzar instrucción.

#### 5.1.1 La instrucción general

Dado que el entorno es de competencia perfecta, la producción se iguala al nivel de salarios tal que  $y(i) = w(i)$ , el empresario no tiene ningún interés en financiar la inversión de los trabajadores en educación, en tanto que un aumento de la educación sólo beneficia al trabajador que puede encontrar un empleo de mayor cualificación.

En este sentido, el valor actual descontado de los ingresos de una persona que ha dedicado una cantidad  $i$  de inversión educativa es

$$\int_{t=0}^{\infty} y(i) e^{-rt} dt = y(i)/r \quad (12)$$

donde la producción marginal se iguala en el óptimo al tipo de interés de descuento. De este modo, los individuos

querrán aumentar su instrucción cuando la producción marginal actualizada sea superior al coste marginal de la instrucción que se ha supuesto igual a 1.

### 5.1.2 La instrucción específica

Por definición, cuando la instrucción es específica, los trabajadores solo pueden hacer que su capacitación valga la pena en un trabajo en particular. Una vez capacitados, no pueden exigir aumentos salariales a su empleador ofreciéndose a otros empleadores. Al «capturar» al trabajador, los empleadores pueden estar interesados en elevar su nivel de formación.

Así, suponiendo una dinámica de dos fases, en la primera los empleadores contratan a un nivel salarial de  $w$  mientras que en la segunda eligen dicho nivel de formación. Así el beneficio viene dado por la expresión

$$\int_{t=0}^{\infty} [y(i) - w]e^{-rt} dt - i = [y(i) - w]/r - i \quad (13)$$

La maximización de beneficio conlleva una inversión en educación  $i^*$  tal que  $y(i^*) = r$  con un salario  $w = y'(i^*) - ri^*$ . Es decir, un salario igual a la productividad marginal menos el coste de la inversión en educación.

### 5.1.3 Solución competitiva

La teoría del capital humano sugiere que los mecanismos de competencia dan a los individuos un incentivo para educarse con el propósito de adquirir conocimientos o habilidades sobre los cuales el mercado establece una prima, tanto la instrucción general es útil para el trabajador como la específica es beneficiosa para el empresario. Muestra, por tanto, que las opciones educativas individuales son socialmente eficientes si el mercado laboral es perfectamente competitivo.

## 5.2 Elección entre estudio o trabajo

Una visión alternativa del impacto del capital humano se puede obtener a través de la decisión entre estudiar o trabajar y cómo influye la formación en la obtención de un salario.

### 5.2.1 Supuestos

El trabajador vive un periodo  $t-T$  ( $t = 0$ ), donde se supone que no existe edad de jubilación para simplificar el análisis.

Las preferencias del agente representativo vendrán dadas por una función de utilidad igual a su ingreso corriente y el factor de descuento, todo en tiempo continuo. El agente no puede compatibilizar estudios y trabajo, siendo la educación el único medio de acumulación de capital humano.

La acumulación de capital humano se expresa en

$$\dot{h}(t) = \theta h(t) s(t) \quad (14)$$

donde  $s(t)$  es una función indicativa con valor 1 si el individuo está estudiando en  $t$  o 0 si no está estudiando. El parámetro  $\theta$  representa la eficiencia del esfuerzo que hace el agente al ser formado, por lo que refleja su aptitud. La expresión anterior implica que si un individuo decide formarse, el incremento relativo  $\dot{h}/h$  en su capital humano es proporcional a su eficiencia.

Una persona con formación  $h$  produce una cantidad de bienes  $hA$  por unidad de tiempo (con  $A > 0$ ).

El salario recibido en  $t$  por una persona con capital humano  $h(t)$  será  $Ah(t)$  si está trabajando.

### 5.2.2 El modelo

Supongamos una fecha  $\tau > 0$  en la que el individuo decide estudiar por última vez antes de jubilarse y hagamos  $x > 0$  la duración de su formación, lo que implica que  $\tau + x \leq T$ .

La acumulación de capital humano implica que

$$h(\tau + x) = h(\tau) e^{\theta x} \quad (15)$$

Suponiendo que la educación no tiene costes directos (aunque sí indirectos como consecuencia de no trabajar), el valor actual de la ganancia de este agente hasta que se jubile es

$$\Omega = \int_0^{\tau} A[1 - s(t)] h(t) e^{-rt} dt + \int_{\tau+x}^T Ah(t) e^{\theta x} e^{-rt} dt \quad (16)$$

Donde el beneficio marginal de la educación en  $\tau$  es

$$\frac{\partial \Omega}{\partial x} = \frac{Ah(\tau)}{r} e^{\theta x} [(\theta - r) e^{-r(\tau+x)} - \theta e^{-rT}] \quad (17)$$

Para todo  $\tau$  la duración óptima de la formación debe ser aquella que haga la ecuación anterior igual a cero y su segunda derivada negativa. Puede verificarse que esas condiciones implican que  $\theta > r$  lo que implica que los gastos asociados a la educación deben ser al menos tan beneficiosos como las inversiones financieras para que un agente decida formarse.

En consecuencia, si la tasa  $\theta$  a la cual se acumula el stock de capital es superior a la tasa de descuento, el retorno marginal de una inversión en formación hecha en  $\tau > 0$  será inferior al retorno marginal de la misma inversión hecha durante el periodo inicial  $\tau = 0$ .

Bajo estas circunstancias, un agente siempre tendrá interés en concentrar su periodo de formación al inicio de su vida.

### 5.2.3 La duración óptima de la formación

De cara a determinar la cantidad de tiempo que un agente decide dedicar a la educación al inicio de su vida  $[0, x]$ , es necesario encontrar aquel valor de  $x$ , denotado por  $x(\theta)$  el cual hace que el retorno marginal de la educación en la derivada anterior es 0 cuando  $\tau = 0$ . Así tenemos que

$$x(\theta) = \begin{cases} T + \frac{1}{r} \ln\left(\frac{\theta - r}{\theta}\right) & \text{si } \theta \geq \frac{r}{1 - e^{-rT}} \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \quad (18)$$

Esta ecuación muestra que la duración de la escolarización se incrementa con la duración de la vida y con el parámetro  $\theta$  de eficiencia. Así, los individuos más eficientes tienen una formación más prolongada.

Además,  $x(\theta)$  es positivo sólo si  $r > \theta(1 - e^{-rT})$ , es decir, si la eficiencia de la educación y la edad de retiro son suficientemente extensas con respecto a la tasa de descuento. Así, puede ser óptimo no instruirse cuando el parámetro de eficiencia es muy pequeño.

La ley de acumulación del conocimiento implica que al final del periodo de formación el capital humano acumulado es igual a  $h_0 e^{\theta x(\theta)}$ , y que el salario de un determinado nivel de eficiencia  $\theta$  es  $w(\theta) = A h_0 e^{\theta x(\theta)}$  a partir de su formación.

El salario se incrementa con la eficiencia de la inversión educativa por dos motivos:

1. cada periodo formativo aumenta el stock de capital humano a un nivel más elevado cuanto más eficiente es el individuo
2. los individuos más eficientes estudian más

De este modo, el salario depende del capital humano inicial, por lo que el capital humano heredado influye sobre el ingreso salarial.

### 5.2.4 Ampliaciones

**La formación a lo largo de la vida** Flexibilizando la posibilidad de combinar empleo y trabajo, la instrucción permite paulatinamente aumentar la capacidad de los trabajadores no sólo desde la formación reglada que afectaría a los primeros años de su vida, sino también y más específicamente durante sus años de trabajo mediante el learning-by-doing que contribuiría a combinar horas de trabajo y de instrucción, aumentando la productividad a lo largo de la vida y, en consecuencia, el nivel de salarios.



## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 18. Mercados de trabajo en competencia imperfecta (I): modelos de búsqueda y emparejamiento y modelos de contratos implícitos.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

En la economía de competencia perfecta, el mercado de trabajo está en equilibrio cuando trabajadores y empresarios, que son precio aceptantes, acuerdan el número de horas de trabajo y, en consecuencia, la cantidad de trabajo que se demandará y ofertará que coincidirá con el trabajo disponible.

No obstante, como en tantas otras ocasiones, las condiciones que impone la competencia perfecta son extremadamente rígidas y de difícil cumplimiento para la vida real. A través de la relajación de algunos de sus supuestos se desarrollan otros modelos que pretenden dar respuesta a cómo se genera el empleo y el desempleo en el marco de una economía de competencia imperfecta.

## 2 El modelo de búsqueda y emparejamiento

El modelo de búsqueda y emparejamiento toma en cuenta la existencia de costes de transacción los cuales explican la existencia simultánea de puestos disponibles y personas desempleadas. Los salarios se deciden a través de un proceso de negociación entre empresarios y trabajadores.

### 2.1 Características generales

El número de contrataciones dependen de la relación entre vacantes y personas que buscan un empleo. A menudo, existen situaciones en las que ambas situaciones no coinciden por lo que se da un coste de transacción que se representa a través de una función de emparejamiento que determina el número de contratos en función de la cantidad de trabajo ofertada y demandada. Estas fricciones entre vacantes y candidatos se pueden resolver a través de anuncios, intermediaciones y un largo etc. que, en resumen, implican un coste. La función de emparejamiento resume todo el proceso de búsqueda en una sola relación, dando el flujo  $M$  de contrataciones logrado durante un intervalo de tiempo dado en función del stock de trabajos vacantes  $V$  y personas en busca de trabajo  $U$  (donde se ha supuesto que sólo los desempleados buscan empleo).

#### 2.1.1 La función de emparejamiento

Dependiendo de cada modelo, la función de emparejamiento se establece de forma distinta, siendo una de sus expresiones más simples una función de tipo Cobb-Douglas, con rendimientos a escala constantes tal que

$$M = M(U, V) = AU^{\alpha_1}V^{\alpha_2} \quad 0 \leq \alpha_1, \alpha_2 \leq 1 \quad (1)$$

Este supuesto es consistente empíricamente y asegura la existencia de una tasa de desempleo constante en una economía con crecimiento equilibrado.

Esta función satisface dos condiciones, por un lado, que cuando no existen vacantes o candidaturas, no hay contrataciones y, derivado de esta, la mínima contratación posible se da cuando existe una vacante y una candidatura.

Además, denominamos como  $\lambda = \frac{M}{U}$  la probabilidad de que un trabajador encuentre un puesto y lo ocupe y  $\mu = \frac{M}{V}$  la probabilidad de que una vacante sea ocupada.

Se puede redefinir una tasa media de emparejamiento de un desempleado y de una vacante mediante la ratio  $\theta = \frac{V}{U}$ , también llamado estrechez, tensión o escasez del mercado de trabajo.

Reescribiendo las probabilidades anteriores obtenemos que

$$\lambda = \frac{M}{U} = AU^{\alpha_1-1}V^{\alpha_2} = A\theta^{\alpha_2}, \quad \lambda'(\theta) > 0 \quad (2)$$

$$\mu = \frac{M}{V} = AU^{\alpha_1}V^{\alpha_2-1} = A\theta^{-\alpha_1}, \quad \mu'(\theta) < 0 \quad (3)$$

Cuando en el mercado de trabajo aumenta el número de desempleados (cayendo  $\theta$ ) se crea una externalidad negativa para éstos, por la mayor congestión o competencia a la hora de encontrar un puesto, y una externalidad positiva para las empresas, que reciben un mayor número de solicitudes; lo contrario sucedería si aumentara el número de vacantes.

La evolución del desempleo dependerá de la evolución de la entrada y salida del desempleo que se condensan en la expresión

$$\dot{U} = sN - \lambda(\theta)U \quad (4)$$

Siendo  $sN$  el porcentaje de empleados  $N$  que abandona el empleo para entrar en desempleo.

## 2.2 La posición del trabajo

La probabilidad de conseguir cubrir una vacante por unidad de tiempo se puede expresar como

$$\frac{M(V, U)}{V} = M(1, U/V) \equiv m(\theta), \quad \theta \equiv V/U \quad (5)$$

donde el parámetro  $\theta$  es un parámetro que indica la «estrechez» del mercado de trabajo y también expresa la curva Beveridge. La derivada de  $m(\theta)$  es negativa lo que implica que las vacantes se cubren a una tasa que disminuye con la estrechez del mercado, toda vez que la tasa de salida del desempleo  $\theta m(\theta)$  es una función creciente de la estrechez del mercado.

### 2.2.1 Ecuaciones de dinámica

La variación de desempleados se representa por la función

$$\dot{U} = \dot{N} + qL - \theta m(\theta)U \quad (6)$$

Donde se recoge el crecimiento de la población, los despidos de los empleados  $qL$  y las nuevas contrataciones, en términos per cápita

$$\dot{u} = q + n - [q + n + \theta m(\theta)]u \quad (7)$$

cuyo estado estacionario es

$$u = \frac{q + n}{q + n + \theta m(\theta)} \quad (8)$$

## 2.3 El comportamiento de las empresas

Las empresas tienen una función de producción basada exclusivamente en el trabajo, que es homogéneo y producen una cantidad de producto,  $y$ , que es consumido por todos los individuos y actúa como numerario. Cada empresa tiene un trabajo que puede estar cubierto o vacante y que cuando está cubierto permite la creación de output.

En el modelo más básico, se presupone una probabilidad exógena de que un empleo quede vacante como  $qdt$ . Además, existe un mercado financiero que remunera a una tasa  $r$ .

El beneficio que esperan las empresas con los empleos cubiertos viene dado por la función

$$\Pi_e = \frac{1}{1 + rdt} [(y - w)dt + qdt\Pi_v + (1 - qdt)\Pi_e] \quad (9)$$

Es decir, el beneficio esperado de un trabajo es igual al descuento del beneficio instantáneo  $(y-w)dt$  en el intervalo de tiempo  $dt$  y el descuento de los futuros beneficios en el caso de tener vacantes o de tener cubiertas las vacantes, que reescrito queda como

$$r\Pi_e = y - w + q(\Pi_v - \Pi_e) \quad (10)$$

En caso de encontrarse con vacantes, existe un coste  $h$  tal que la expresión de su beneficio es

$$r\Pi_v = -h + m(\theta)(\Pi_e - \Pi_v) \quad (11)$$

### 2.3.1 La curva de demanda

Dado que el número de empresas que pueden asumir vacantes es limitado (cuando el beneficio de la vacante es igual a 0), la igualación de las dos ecuaciones anteriores nos da

$$\frac{h}{m(\theta)} = \frac{y - w}{r + q} \quad (12)$$

En la izquierda queda el coste medio de una vacante y a la derecha el beneficio esperado de una empresa sin vacantes por cubrir, que en un ambiente sin barreras de entrada debe coincidir.

Existe una relación negativa entre el salario y la «estrechez» del mercado, lo cuál indica que un mayor salario induce a una disminución de trabajos ofertados, ejerciendo como curva de demanda.

## 2.4 El comportamiento de los trabajadores

Los trabajadores son neutrales al riesgo y sus utilidades de estar empleados son mayores que cuando no lo estan ( $V_u \leq V_e$ ).

Las utilidades, en particular son calculadas de forma similar a como se calcula el beneficio de las empresas siendo, respectivamente

$$rV_e = w + q(V_u - V_e) \quad (13)$$

$$rV_u = z + \theta m(\theta)(V_e - V_u) \quad (14)$$

donde z resume la ganancia neta del desempleo medida en subsidios y mejora del bienestar por no trabajar menos los costes asociados a la búsqueda de empleo.

## 2.5 El proceso de negociación salarial

El proceso de negociación salarial de estos modelos se define como un proceso de negociación no-cooperativo sobre el excedente donde cada parte (trabajador y empresario) tienen un determinado poder de negociación, que es un porcentaje del excedente que se queda para sí cada parte ( $\gamma S$  y  $(1 - \gamma)S$ ) para el trabajador y el empresario. El excedente a su vez es una suma de las diferencias de utilidad y beneficio con y sin vacante cubierta.

Para el caso de una vacante cubierta, el excedente se expresa tal que

$$S = \frac{y - r(V_u + \Pi_v)}{r + q} \quad (15)$$

De donde las expresiones de beneficio (10) y utilidad 13 pueden reescribirse como

$$V_e - V_u = \frac{w - rV_u}{r + q} \quad (16)$$

$$\Pi_e - \Pi_v = \frac{y - w - r\Pi_v}{r + q} \quad (17)$$

de donde se deduce que la fórmula que caracteriza la negociación salarial es

$$w = rV_u + \gamma(y - rV_u) \quad (18)$$

dado que no existe un beneficio esperado de la presencia de vacantes. De este modo, el poder de negociación del trabajador determina el grado de apropiación de la producción en forma de salario.

### 2.5.1 La curva de oferta y de salario

Una vez obtenida la función que fija el nivel de salario, es fácil encontrar una relación entre éste el la «estrechez» de mercado, a través de la función de la utilidad esperada de desempleo y el excedente. Combinando estas funciones se obtiene la siguiente expresión

$$rV_u = \frac{z(r + q) + \gamma y \theta m(\theta)}{r + q + \gamma y \theta m(\theta)} \quad (19)$$

Que sustituida en la ecuación de salario queda como

$$w = z + (y - z)\Gamma(\theta) \quad \text{donde } \Gamma(\theta) = \frac{\gamma[r + q + \theta m(\theta)]}{r + q + \gamma \theta m(\theta)} \quad (20)$$

Dado que la tasa de salida del desempleo se incrementa con la «estrechez» de mercado, la función  $\Gamma(\theta)$  sin embargo se incrementa. Esta función representa el peso del trabajador en la negociación. La estrechez de mercado, por tanto, refuerza el poder negociador del trabajador que teme menos una eventual situación de desempleo y empuja los salarios al alza.

## 2.6 El equilibrio

El equilibrio de este modelo permite caracterizar la tasa de desempleo, el nivel de salarios y la «estrechez» del mercado de trabajo a través de la demanda, la curva de salario y la curva Beveridge.

La unión de las funciones de salario y de demanda permiten obtener la relación de equilibrio tal que

$$\frac{(1 - \gamma)(y - z)}{r + q + \gamma\theta m(\theta)} = \frac{h}{m(\theta)} \quad (21)$$

El lado izquierdo de la ecuación representa el valor del beneficio esperado cuando no hay vacantes incorporando el salario negociado, mientras que el lado derecho representa el coste medio de una vacante como una función creciente de la estrechez de mercado.

Conocido el valor de equilibrio de  $\theta$ ,  $\theta^*$ , el valor de la tasa de desempleo en equilibrio es igual a la abcisa de la intersección de la curva Beveridge y la recta que parte del origen con pendiente  $\theta^*$ .

## 2.7 Implicaciones del modelo

Hasta aquí se ha presentado el modelo básico al cual otros autores han corregido ciertas pautas, incorporando funciones de producción específicas o haciendo endógenos o exógenos determinados parámetros. No obstante, las conclusiones son en general parecidas: la existencia de desempleo como un estado de equilibrio debido a las fricciones existentes en la búsqueda de empleo así como a los procesos de negociación salarial.

# 3 Los modelos de contrato implícito

Los modelos de contratos implícitos tratan de explicar por qué ante shocks la variable que se ajusta no es el salario (como predice la economía neoclásica) sino el desempleo sin afectar de una forma significativa a los salarios. Estos modelos que pretenden entender las rigideces de los salarios fueron introducidos por Costas Azariadis.

## 3.1 Supuestos básicos del modelo

En esencia, estos modelos son una especificación del formato de principal-agente donde el trabajador elige si acepta el contrato o no, pero no se negocia.

El trabajador posee una función cuasicóncava de utilidad  $U(C, L)$  donde  $C$  y  $L$  representan el consumo en bienes y ocio respectivamente. No existe ahorro y el tiempo de ocio es una diferencia entre el tiempo disponible (normalizado a 1) y las horas de trabajo.

La producción depende del número de horas de trabajo y de una variable aleatoria, ambas inciden positivamente en la producción con rendimientos decrecientes para las horas de trabajo.

El empresario se enfrenta a una función de beneficio tal que  $\Pi = f(h, \epsilon) - w$ . No es necesariamente adverso al riesgo y posee una función de utilidad esperada  $v(\Pi)$ .

En el modelo más simple, la variable aleatoria es conocida, por lo que existe simetría en la información.

Igualmente existe un contrato de seguro que se efectúa ex ante de la forma  $\mathcal{A} = \{w(\epsilon), h(\epsilon)\}$  donde se fijan las remuneraciones y horas para cada nivel  $\epsilon$ .

### 3.2 El problema del empresario

El empresario decide un contrato que maximiza su utilidad esperada y ofrece unas remuneraciones al menos iguales a lo que podría obtener en otro empleo. Si  $\bar{U}$  es la utilidad esperada, mínima que exige el trabajador, y  $\Pi(\epsilon)$  es el beneficio esperado cuando se produce un shock igual a  $\epsilon$  el problema del empresario es una maximización de su utilidad esperada sujeto a que la utilidad del trabajador esperada sea mayor que la mínima exigible, es decir

$$\begin{aligned} & \max E v[\Pi(\epsilon)] \\ & \text{sujeto a } E U[w(\epsilon), 1 - h(\epsilon)] \geq \bar{U} \end{aligned} \quad (22)$$

resolviendo el problema de maximización a través del método del lagrangiano, arroja un par de ecuaciones importantes:

$$\frac{U_L[w(\epsilon), 1 - h(\epsilon)]}{U_C[w(\epsilon), 1 - h(\epsilon)]} = f_h[h(\epsilon), \epsilon] \quad (23)$$

$$\lambda U_C[w(\epsilon), 1 - h(\epsilon)] = v'[\Pi(\epsilon)] \quad (24)$$

Es decir, que la relación marginal de sustitución entre trabajo y ocio es igual a la productividad marginal del trabajo (21), por lo que se da una situación óptima de Paréto. Y que la relación óptima de distribución del riesgo implica que los riesgos deben ser compartidos por igual entre principal y agente o lo que es lo mismo, entre trabajador y empresario.

### 3.3 Implicaciones del modelo

Lo que señala el modelo es que, cualesquieran que sean los estados de la naturaleza a los que se enfrentan trabajador y empresario (medidos por la variable aleatoria  $\epsilon$ ), existe un nivel de salario que actúa como salario de respaldo que fija los salarios, haciendo que sean poco sensibles ante los shocks (para ello, no hay más que derivar las ecuaciones anteriores respecto a la variación aleatoria).



Lo que implica que si el empresario es poco averso al riesgo, tiene una tendencia a asegurar a sus empleados pagándoles una remuneración que dependa poco del actual estado de la naturaleza.

Este modelo, si bien da ciertas intuiciones de por qué los salarios son más rígidos de lo que la teoría neoclásica prevé, es incapaz, sin embargo de pronosticar una dinámica para los salarios y, particularmente, del carácter procíclico del salario real.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 19. Mercados de trabajo en competencia imperfecta (II): modelos de salarios de eficiencia y modelos de negociación colectiva.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

El mercado de trabajo es uno de los más importantes dentro de la teoría económica pues es aquel que determina de qué modo uno de los factores productivos más importantes (el trabajo) se involucra en la producción, analizando los motivos de su escasez y su utilización.

El análisis neoclásico de competencia perfecta parte del hecho de que existen mercados competitivos en los que todos, trabajadores y empresarios, gozan del mismo poder y las retribuciones se basan en la aportación marginal de los trabajadores. En lo que sigue nos centraremos en las teorías que ponen en cuestión estas afirmaciones.

## 2 Modelos de salarios de eficiencia

### 2.1 Función de esfuerzo exógena

En este tipo de modelos los trabajadores desarrollan su trabajo en función de incentivos que le hacen querer ofrecer un determinado nivel de esfuerzo. Además, se va a suponer que la empresa no puede observar directamente el esfuerzo del trabajador (información asimétrica), el objetivo de este tipo de modelos es ofrecer un nivel salarial más elevado ya que un recorte salarial puede llevar a una merma de la productividad y por tanto un aumento del coste unitario de producción, en este sentido, se dice que existe una rigidez salarial a la baja.

#### 2.1.1 Las bases del modelo

Definimos la función de esfuerzo como una función del salario recibido  $a(w)$  con rendimientos marginales positivos pero decrecientes.

Las empresas se enfrentan a una función de producción  $Y = zF(a(w)L)$  con las mismas características que la función de esfuerzo donde  $z$  representa las rigideces y los shocks de productividad. La función de beneficio se define por

$$\Pi = Y - wL = zF(a(w)L) - wL \quad (1)$$

Cuyo óptimo se encuentra, eligiendo el nivel de salario y empleo en

$$\frac{a'(w)w}{a(w)} = 1 \quad (2)$$

Es decir, el óptimo salarial se encuentra en el punto en el que la elasticidad de la función de esfuerzo respecto al salario es unitaria. Los salarios de eficiencia son independientes de los shocks de productividad representados por  $z$ , sino el nivel de empleo.

Este comportamiento generalizado implicaría, ante la existencia de exceso de oferta un desempleo involuntario. Si,

por el contrario, la demanda de trabajo agregada supusiera contratar a un número de trabajadores que excede la oferta de trabajo, las empresas no podrán fijar el salario de eficiencia; en tal caso, fijarán un salario inferior, de tal modo que la demanda de trabajo igualaría a la oferta.

### 2.1.2 La función de esfuerzo

Del lado del trabajador se ha señalado que realiza un esfuerzo  $a$  que depende del salario pero que implica un coste - similar al coste de oportunidad del ocio- que se supone  $c(a)$ , siendo  $c'(a) > 0, c''(a) > 0, c'(0) = 0, \lim_{a \rightarrow \infty} c'(a) = \infty$ .

En este sentido, la utilidad del trabajador es una función que depende del salario y del esfuerzo tal que

$$U(w, a) = w - c(a) \quad (3)$$

Siendo la Utilidad de reserva  $U = v$  donde  $v$  es un valor positivo que representa rentas que puede obtener el trabajador en forma de subsidio por ejemplo.

Dado que se supone que el empresario no observa el esfuerzo directo del trabajador, éste puede elegir entre un nivel de esfuerzo superior o inferior al solicitado  $a^\circ$  con una probabilidad de ser descubierto de  $q$ , siendo despedido si descubre que su esfuerzo es inferior al requerido.

La utilidad esperada del trabajador que no cumple el contrato (que suponemos  $a = 0$  dado que esforzarse más sin llegar a  $a^\circ$  le supondría una merma en utilidad con el mismo resultado, el despido) es  $U = (1 - q)w + qv$ . En este caso, el salario para el cual desaparece el incentivo de incumplir el contrato es

$$w - c(a^\circ) \geq (1 - q)w + qv \Rightarrow w \geq v + \frac{c(a^\circ)}{q} \quad (4)$$

Que es mayor cuanto mayor es la renta alternativa, mayor el nivel de esfuerzo requerido y menor la probabilidad de descubrir el incumplimiento. Dado que el empresario desea maximizar beneficios, pagará el menor salario posible que haga desaparecer el incentivo de incumplimiento, por lo cual, la expresión anterior se satisface con igualdad

$$c(a^\circ) = q(w - v) \quad (5)$$

de donde, conocida la función costes del esfuerzo, se puede despejar el nivel de esfuerzo que la empresa puede exigir a los trabajadores en función del salario que está dispuesta a pagar, sabiendo que ningún trabajador incumplirá.

## 2.2 Modelo de salarios de eficiencia con renta salarial mínima endógena

### 2.2.1 Supuestos

1. Modelo de un periodo (no hay capital ni ahorro)
2. Hay un sector que produce el único bien de la economía bajo competencia perfecta.
3. El sector del bien final dispone de una tecnología como la siguiente:

$$Y = z[aL]^\alpha \quad \alpha \in (0, 1) \quad (6)$$

4. Suponemos que la productividad del trabajo dependerá del salario real ( $w$ ) y de la renta esperada por el trabajador ex-ante ( $v$ ):

$$a = \begin{cases} (w - v)^\eta & w \geq v \quad \eta \in (0, 1) \\ 0 & w < v \end{cases} \quad (7)$$

5. Las empresas se mueven en un entorno de competencia perfecta con el siguiente problema

$$\max P \cdot Y - W \cdot L \quad (8)$$

$$\text{sujeto a: } \begin{cases} Y = z[aL]^\alpha \\ a = (w - v)^\eta = \left(\frac{W}{P} - v\right)^\eta \end{cases} \quad (9)$$

### 2.2.2 Solución al problema de optimización

Las condiciones de primer orden del problema de optimización vienen dadas por

$$\frac{W}{P} = az\left(\frac{W}{P} - v\right)^{\eta\alpha} L^{\alpha-1} \quad (10)$$

$$z\eta\alpha\left(\frac{W}{P} - v\right)^{\eta\alpha-1} L^{\alpha-1} = 1 \quad (11)$$

De donde se obtiene que

$$w = \frac{v}{1 - \eta} \quad (12)$$

$$L = [\alpha\eta^{\eta\alpha} z\left(\frac{W}{P}\right)^{\eta\alpha-1}]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (13)$$

La renta ex-ante que espera recibir el trabajador depende de la tasa de desempleo y el subsidio de desempleo  $b$  tal

que

$$v = ub + (1 - u)w^e \quad (14)$$

Donde el salario esperado en competencia perfecta coincide con el salario real por lo que sustituyendo 12 en (14) tenemos que

$$v = \frac{ub(1 - \eta)}{u - \eta} \quad (15)$$

Donde la elasticidad de la función de esfuerzo debe ser suficientemente pequeña para que  $v$  sea positiva. Se puede observar que cuando aumenta la tasa de paro disminuye la renta ex-ante.

Introduciendo ahora la renta en la ecuación del salario real obtenemos que

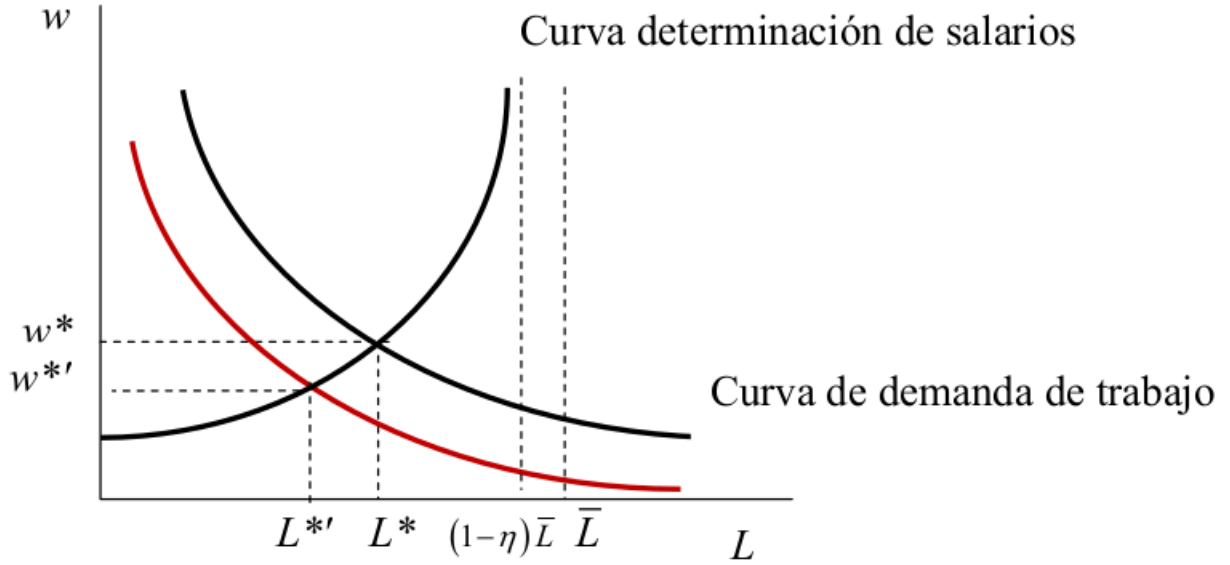
$$w = \frac{ub}{u - \eta} \quad (16)$$

Por último, para obtener el nivel de empleo, sustituyendo la tasa de desempleo por su equivalente en términos de empleo  $\frac{\bar{L} - L}{\bar{L}}$ , y la incorporamos a la ecuación anterior para obtener el salario en función del empleo.

$$w = \frac{(\bar{L} - L)b}{(\bar{L} - L) - \eta\bar{L}} \quad (17)$$

Donde existe una relación positiva entre el nivel de empleo y el salario real.

Las ecuaciones (17) y (13) determinan el equilibrio del modelo. Cuya solución analítica no es factible salvo si se obtienen datos exógenos para el resto de variables, pero cuyo aspecto gráfico, ante un shock negativo de productividad es el siguiente



Donde el corte de los salarios con el eje de ordenadas es  $\frac{b}{1-\eta}$ .

## 2.3 Modelo de Shapiro-Stiglitz con función de esfuerzo endógena

### 2.3.1 Supuestos

1. Existen  $L$  trabajadores neutrales al riesgo cuya función de utilidad depende del salario real y del esfuerzo y es

$$U(w, e) = \begin{cases} w - e & \text{Si el esfuerzo coincide con lo exigido} \\ w & \text{Si el trabajador no se esfuerza} \\ 0 & \text{Si está desempleado} \end{cases} \quad (18)$$

2. Existen  $M$  empresas con función de producción

$$y_i = \theta F(N_i) \quad (19)$$

- (a)  $\theta$  es una perturbación tecnológica
- (b) La probabilidad de detectar empleados incumplidores es  $q$
- (c) La tasa a la que los trabajadores abandonan la empresa por otros motivos es  $b$
- (d) El ratio de nuevos contratos como porcentaje de parados es  $a$  (que puede interpretarse como la probabilidad de encontrar un empleo estando en desempleo)

### 2.3.2 Planteamiento del problema

Se define el valor presente de la utilidad cuando el trabajador cumple con su contrato como

$$V_{ES_i} \equiv w_i - e + \frac{1}{1+r} [bV_u + (1-b)V_{ES_i}] \quad (20)$$

El valor presente de la utilidad cuando el trabajador no cumple con su contrato como

$$V_{EN_i} \equiv w_i + \frac{1}{1+r} [(b+q)V_u + (1-(b+q))V_{EN_i}] \quad (21)$$

El valor presente de la utilidad cuando el trabajador está parado como

$$V_u \equiv 0 + \frac{1}{1+r} [aV_E + (1-a)V_u] \Rightarrow V_u = \frac{a}{a+r} V_E \quad (22)$$

Por otro lado, la empresa toma como dado el salario agregado y determina el salario mínimo por el cuál el trabajador no tiene incentivos a incumplir su contrato ( $w_i^* \mid V_{ES_i} = V_{EN_i}$ ). Por tanto, tomando las ecuaciones anteriores el salario óptimo será

$$w_i^* = e(1 + \frac{r+b}{q}) + \frac{r}{1+r} V_u \quad (23)$$

Donde el salario óptimo depende positivamente del tipo de interés y de la facilidad para abandonar el empleo y negativamente de la probabilidad de que la empresa detecte la falta de empeño, dado el valor esperado de desempleo. Este valor se puede resolver a través del sistema de ecuaciones dado por las ecuaciones anteriores tal que

$$V_u = \frac{1+r}{r} \frac{a}{r+b+a} (w - e) \quad (24)$$

$$V_E = \frac{1+r}{r} \frac{a+r}{r+b+a} (w - e) \quad (25)$$

De donde, por último, se puede obtener el salario óptimo para la empresa  $i$  a través de las ecuaciones (23) y (24) tal que

$$w_i^* = e[1 + \frac{r+b}{q} - \frac{a}{r+b+a}] + \frac{a}{r+b+a} w \quad (26)$$

Donde bajo el supuesto de empresas idénticas el salario óptimo para cada empresa es igual por lo que  $w = w_i^*$  y



en consecuencia

$$w = e \left( 1 + \frac{r + b + a}{q} \right) \quad (27)$$

La curva de salario (o de oferta) no es sino una función de esfuerzo tal que

$$w = g \left( \underset{+}{e}, \underset{+}{r}, \underset{+}{b}, \underset{+}{a}, \underset{-}{q} \right) \quad (28)$$

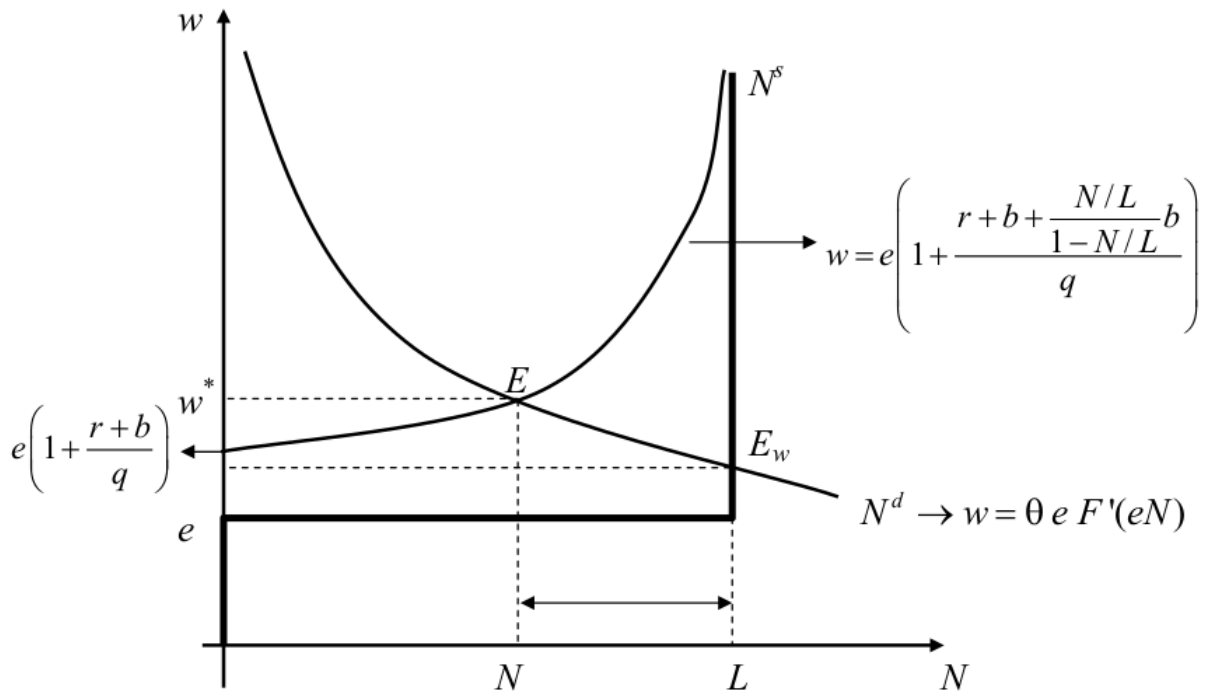
En un hipotético estado estacionario, donde el número de ocupados totales no varía, se debe cumplir que

$$a(L - N) = bN \Rightarrow a = \frac{N/L}{1 - N/L} b \quad (29)$$

De donde el salario de estado estacionario es

$$w = e \left( 1 + \frac{r + b + \frac{N/L}{1 - N/L} b}{q} \right) \quad (30)$$

Gráficamente



Donde la oferta es perfectamente elástica en salarios a partir de un nivel de esfuerzo dado hasta un nivel de empleo dado, haciéndose totalmente inelástica a partir de ahí si  $q = 1$ . La curva de oferta, bajo la condición de cumplimiento de esfuerzo cuando  $q < 1$  es la representada en forma de curva. El salario mínimo a partir del cual las empresas contratan es aquel que concide con  $e(1 + \frac{r+b}{q})$

En el equilibrio E existe desempleo, en lugar de en el equilibrio de perfecta detección de esfuerzo, debido a que las empresas no contratarán ya que los trabajadores tendrán más incentivos a esforzarse menos si el salario es inferior a E.

Para esta solución se ha propuesto que  $eF'(e\frac{L}{M}) > e$  para conseguir que la demanda corte a la oferta por encima del tramo horizontal de esfuerzo.

### 3 Modelos de negociación colectiva

Se trabajaran tres modelos para los cuales los dos primeros modelos comparten la descripción de los agentes. En el tercer caso se definen sindicatos que negocian no sólo salarios sino también empleo.

#### 3.1 Sindicato monopolista

##### 3.1.1 Descripción de los agentes

1. Existen  $L$  personas interesadas en trabajar.
2. Existe un sindicato al que están afiliados  $\bar{L}$  trabajadores con  $\bar{L} < L$ . La probabilidad de ser contratados es  $\frac{N}{L}$
3. Los ocupados son  $N$ . Los trabajadores sin empleo reciben una prestación  $R$ .
4. Los sindicatos sólo trabajan por sus afiliados, cuya función de utilidad es cóncava y depende de su renta.

Las dos aproximaciones que se seguirán son las de un sindicato monopolista que fija salario y una empresa que decide el nivel de empleo (negociación secuencial) y, por otro lado, una negociación simultánea de salario real y nivel de empleo.

La empresa produce un bien con la siguiente función de producción

$$Y = \theta F(N) \tag{31}$$

donde  $\theta$  es la productividad total de los factores y  $F(N)$  es cóncava.

El sindicato elige el salario real de modo que la utilidad esperada de un afiliado representativo sea máxima, sabiendo que la empresa va a contratar trabajo según su curva de demanda de trabajo.

### 3.1.2 Solución de los problemas de optimización

**Empresa** La empresa maximizará su beneficio en

$$\max B = \theta F(N) - wN \quad (32)$$

Cuyas condiciones de primer orden son

$$\theta F'(N) = w \Rightarrow N = N^d(w, \theta)$$

**Sindicato** La función de utilidad esperada de su afiliado representativo es

$$E(U) = \frac{N}{\bar{L}} U(w) + (1 - \frac{N}{\bar{L}}) U(R) \quad (33)$$

Por lo que el problema de maximización es

$$\max E(U) \text{ s.a.: } N = N^d(w, \theta) N \leq \bar{L} \quad (34)$$

Cuya solución a través del lagrangiano es

$$\frac{\partial N^d}{\partial w} (U(w) - U(R)) + N^d U'(w) = 0 \quad (35)$$

donde se ha supuesto que hay afiliados parados en la economía ( $\lambda = 0$ ).

La expresión (35) puede reescribirse como

$$\sigma \frac{U(w) - U(R)}{w U'(w)} = 1 \quad (36)$$

Donde  $\sigma$  es la elasticidad de la demanda del trabajo respecto al salario real.

**Solución conjunta** De las condiciones de óptimo individuales anteriores se deriva que el óptimo conjunto viene dado por el punto en el que la curva de isoutilidad del sindicato coincide con la pendiente de la curva de demanda de trabajo. La pendiente de la curva de demanda viene dada por

$$\sigma = -\frac{\partial N^d}{\partial w} \frac{w}{N^d} \Rightarrow \frac{\partial w}{\partial N} = -\frac{w}{\sigma N} \quad (37)$$

Que es la condición de óptimo anterior.

### 3.1.3 Eficiencia del modelo

Para ver la eficiencia del modelo caracterizamos la curva de contrato mediante el mapa de curvas de isobeneficio e isoutilidad.

**Isobeneficio** Las curvas isobeneficio tienen la forma

$$\partial B = 0 \Rightarrow \partial B = \theta F'(N)\partial N - N\partial w - w\partial N = 0 \quad (38)$$

De donde su pendiente es

$$\frac{\partial w}{\partial N} = \frac{\theta F'(N) - w}{N} \quad (39)$$

Con máximo en  $\frac{\partial w}{\partial N} = 0 \rightarrow \theta F'(N) = w$ . Por tanto, la curva de demanda de trabajo corta a las curvas de isobeneficio en el máximo de éstas.

**Sindicato** La curva de isoutilidad del sindicato es

$$-\frac{U(w) - Y(R)}{NU'(w)} \quad (40)$$

En el caso de que todos los trabajadores del sindicato estuviesen contratados la curva de contrato es vertical.

Cuando la solución del sindicato monopolista es interior (punto A), dicha solución no es eficiente. Sin embargo, si la solución no es interior, y todos los afiliados sí estuvieran siendo contratados, entonces la solución del sindicato monopolista sí sería eficiente.

## 3.2 Negociación simultánea (o débilmente eficiente)

En este modelo se supone que existe un parámetro que determina el poder de la empresa en la negociación  $\beta$  el cual es igual a 1 en caso de igual poder, menor a 1 en caso de mayor poder del sindicato y mayor a 1 en caso de mayor poder de la empresa.

En este caso el problema es un problema de negociación de Nash.

El planteamiento del problema es

$$\max [U - U_n][B - B_n]^\beta \quad (41)$$

Donde  $U_n$  y  $B_n$  son los umbrales de utilidad y beneficios que el sindicato y la empresa, respectivamente, podrían obtener al margen de la negociación.

Especificando el problema para las características de los agentes enunciadas en el apartado anterior se obtiene que

$$\max \quad [N(U(w) - U(R))] [\theta F(N) - wN]^\beta \quad \text{s.a.: } N \leq \bar{L} \quad (42)$$

Cuya solución por el método del lagrangiano con  $\lambda = 0$  supone las siguientes CPO:

$$\begin{cases} \frac{\partial \ell}{\partial w} = 0 \Rightarrow \frac{\theta F(N) - wN}{N} = \frac{\beta(U(w) - U(R))}{U'(w)} \\ \frac{\partial \ell}{\partial N} = 0 \Rightarrow w = \frac{1}{1+\beta} \frac{\theta F(N)}{N} + \frac{\beta}{1+\beta} \theta F'(N) \end{cases} \quad (43)$$

De donde se obtiene que el salario real óptimo es una media ponderada de la productividad media y la productividad marginal del trabajo donde el índice de ponderación viene dado por el peso de poder de cada organización. El nivel de empleo también se determina mediante este sistema de ecuaciones.

De la segunda ecuación se puede obtener que

$$1 + \beta N \frac{\theta F'(N) - w}{\theta F(N) - wN} = 0 \Rightarrow \frac{\theta F(N) - wN}{N} = -\beta(\theta F'(N) - w) \quad (44)$$

que combinada con la primera condición de primer orden se puede concluir que

$$\underbrace{-\frac{U(w) - U(R)}{NU'(w)}}_{\text{pendiente curva isoutilidad}} = \underbrace{\frac{\theta F'(N) - w}{N}}_{\text{pendiente curva isobeneficio}} \quad (45)$$

Si la solución no es interior, es óptimo que la empresa contrate a todos los afiliados. En este caso, la solución también es eficiente ya que la curva de contrato es vertical en ese tramo.

### 3.2.1 La extensión fuertemente eficiente

Este modelo presenta un problema de ineficiencia productiva cuando los trabajadores son aversos al riesgo, colocando el ingreso marginal por debajo del salario de reserva. Por ello un modelo alternativo, llamado fuertemente eficiente previene esto, ampliando el ámbito de negociación también al subsidio por desempleo ( $b$ ) para los sindicatos, distinto y compatible con las otras percepciones extra-salariales que componen el salario de reserva ( $R$ ).

En este caso, el beneficio de la empresa se especifica como

$$\Pi = F(N) - RN - bN \quad (46)$$

Puesto que desde el punto de vista de la empresa, es equivalente el problema a pagar el subsidio más un complemento por valor al salario de reserva. El objetivo de esta modificación es anclar la productividad marginal al salario de reserva, de modo que en ningún caso la empresa se encuentre en una situación de ineficiencia productiva. En este caso la variable en discusión es el subsidio, que a su vez determina el salario junto con el nivel de empleo.

La condición de optimalidad, donde suponemos un valor  $\gamma$  que determina el poder del sindicato y letras  $v$  que denotan la utilidad esperada, viene de un problema de optimización como el siguiente

$$\max [F(N) - RN - bN]^{1-\gamma} [v(R+b) - v(R)]^\gamma \quad (47)$$

Donde el nivel óptimo de subsidio es definido por

$$\frac{v(R+b) - v(R)}{v'(R+b)} = \frac{\gamma}{1-\gamma} \frac{[F(N) - RN - bN]}{N} \quad (48)$$

con  $w = R + b$  y  $F'(N) = R$ .

La posibilidad de negociar sobre el monto de las prestaciones por desempleo también tiene el efecto de hacer que el nivel de empleo sea igual a su valor competitivo. Los miembros del sindicato obtienen una parte de las ganancias de la empresa, que aumenta con su poder de negociación, sin que eso reduzca la producción o el empleo. En este contexto, la curva de contrato, que es el lugar geométrico de los puntos de tangencia entre las curvas de isoutilidad del sindicato y las curvas de isobeneficio de la empresa, es una línea vertical definida por la relación  $F'(N) = R$ .

Para que la negociación sea óptima las funciones de utilidad y beneficio deben ser respectivamente

$$v(w) \quad (49)$$

$$\Pi = F(N) - RN - (w - R)\bar{L} \quad (50)$$

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

Tema 20. Políticas públicas en el mercado de trabajo. Políticas de redistribución de rentas: el salario mínimo. Políticas de aseguramiento: seguro de desempleo y protección del empleo. Políticas activas en el mercado de trabajo.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

## 1 Introducción

La intervención estatal en el mercado de trabajo comprende un amplio conjunto de medidas que van desde la regulación de las prestaciones por desempleo hasta la normativa laboral básica recogida en el Estatuto de los Trabajadores (en el caso español) así como en otras normas legales. El Estado, como árbitro y rector de la política general del país, puede influir de manera muy significativa en la dirección de la oferta y la demanda agregada a través de las políticas públicas en el mercado de trabajo.

## 2 Las políticas públicas en el mercado de trabajo

De acuerdo con la OCDE, existe una diferenciación entre las políticas activas y las políticas pasivas de empleo. Dentro de las políticas activas, se encuentran:

1. los servicios públicos de empleo
2. la formación para trabajadores y desempleados
  - (a) Formación para desempleados y trabajadores con riesgo a la pérdida del empleo
  - (b) Formación para empleados
3. Políticas de empleo juveniles
  - (a) Medidas contra el desempleo y la exclusión
  - (b) Ayudas al aprendizaje y otra formación juvenil
4. Las ayudas públicas al empleo
  - (a) incluidos los subsidios al sector privado
  - (b) ayudas al emprendimiento
  - (c) creación directa de empleo vía sector público o tercer sector
5. las ayudas públicas para el empleo de personas con discapacidad
  - (a) La rehabilitación profesional
  - (b) trabajos destinados a personas discapacitadas.

De otro lado, se consideran políticas pasivas aquellas que tienen que ver con la ausencia de empleo y que su misión principal no es preparar o facilitar el acceso al mercado de trabajo sino garantizar un acceso a ciertas rentas como sustitución de las rentas laborales (subsidios por desempleo y pensiones por incapacidad).



Mientras que las políticas activas de empleo suelen estar comúnmente aceptadas por su intento de paliar las múltiples ineficiencias de los mercados laborales, las políticas pasivas pueden crear fuertes desincentivos al trabajo. Sin embargo, tanto unas como las otras tienen riesgos y beneficios.

Así, la creación de empleos temporales juveniles por parte del sector público puede, debido al coste y la baja eficiencia, llevar a un descenso del total de empleos destinados a este sector de la población, del mismo modo que el subsidio a ciertos tipos de contratación puede hacer comparativamente más costosos otros y expulsar al desempleo a trabajadores.

De otro lado, las políticas pasivas pueden ser beneficiosas en determinadas circunstancias. Por ejemplo, un aumento de las prestaciones por desempleo puede hacer más accesible a los que reciben la ayuda la búsqueda de empleo más acorde a sus capacidades, lo que mejora el emparejamiento y la eficiencia general de la economía.

De este modo se observa cómo tanto unas políticas como las otras pueden ser funcionales en determinadas circunstancias o contraindicadas en otras.

En general, el gasto público en unas y en otras, así como la cantidad de aspectos regulados indica el grado de intervencionismo del Estado en el mercado de trabajo. Se dice que un mercado presenta rigideces cuanto más regulado está y cuando los precios (medidos en salarios y/o subsidios, así como en distintos costes de transacción) son elevados.

### **3 El Salario Mínimo**

El salario mínimo es una herramienta de política económica que consiste en la fijación de un determinado nivel de salario por debajo del cual ningún empleo puede ser ofertado.

Existe legislación sobre salario mínimo en 22 países de la OCDE. En general, dicha legislación ha sido enmarcada en la intención de comprimir la desigualdad salarial. Pero la eficacia del salario mínimo como herramienta de redistribución del ingreso es a menudo criticada, ya que al aumentar el costo de la mano de obra puede tener efectos negativos sobre la producción y el empleo. El análisis económico sugiere que los efectos del salario mínimo sobre el empleo en realidad dependen del nivel inicial del salario mínimo. Cuando se establece relativamente bajo para comenzar con los aumentos posteriores no son necesariamente desfavorables para el empleo. Pero si el salario mínimo se establece relativamente alto para empezar, los aumentos posteriores probablemente ejerzan un impacto negativo en la contratación. Estos resultados son confirmados en cierta medida por estudios empíricos.

#### **3.1 Las implicaciones económicas del salario mínimo**

Los efectos de la fijación de un salario mínimo dependen de las características del mercado en el que se fijen. De hecho, a diferencia de España donde el salario mínimo es igual para todos los trabajadores, existen otras experiencias donde bien no existe o donde existe sólo para ciertos colectivos o industrias.

En general, tanto el modelo neoclásico como el modelo de emparejamiento básico proponen que una fijación de un salario mínimo por encima del salario de mercado es perjudicial para el empleo. En este sentido, la demanda de trabajo se contraerá hasta el nivel de precios aceptables de salario mínimo y aumentará el desempleo.

No obstante, de acuerdo con el modelo de monopsonio, donde la curva de coste salarial marginal es superior a la curva de oferta de trabajo, el monopsonista elige el salario que oferta para obtener una cantidad determinada de trabajo.

En este modelo, al fijarse un salario inferior al de mercado gracias al poder de monopsonio, una intervención estatal que eleve el salario mínimo por encima del de monopsonio puede provocar alzas en el nivel de empleo.

### 3.1.1 Efectos negativos en el empleo

De acuerdo con el modelo de competencia perfecta, un salario mínimo fijado por encima del salario de equilibrio empuja a la economía hacia el desempleo que sólo puede ser corregido con una bajada del salario mínimo ya que la demanda de trabajo se contrae para el nuevo salario y, en consecuencia, se produce desempleo.

Desde el punto de vista del modelo de búsqueda y emparejamiento un salario mínimo superior al salario que resulte del proceso de negociación entre empleado y empleador, reduce la estrechez de mercado (que viene dada por la curva de demanda de trabajo). Este valor cae por debajo del valor de la estrechez en ausencia de salario mínimo, lo que implica que la tasa de salida del desempleo cae y que, en consecuencia, la tasa de desempleo sube dado que la curva Beveridge no se afecta por el salario mínimo.

La diferencia entre ambos modelos estriba en el salario con el cuál el SMI es comparado. En el caso del mercado competitivo es el salario que vacía el mercado y en el caso de la búsqueda y emparejamiento es el salario negociado, pero en ambos el desempleo sube.

### 3.1.2 El caso del monopsonio

Una empresa monopsonista elige el nivel más bajo que le permite capturar el número deseado de empleados al menor coste posible. En el modelo más simple, una contratación de  $L$  trabajadores que produzcan bajo una función creciente y cóncava. La oferta  $L^s(w)$  es creciente respecto al salario. En estas condiciones, cuando las empresas deciden pagar el salario  $w$ , el nivel de empleo vendrá dado por  $L^s(w)$ .

El beneficio de la empresa es  $\Pi(w) = F[L^s(w)] - wL^s(w)$

Los valores de equilibrio del salario y la oferta se obtienen derivando esa expresión respecto al salario

$$F'(L^*) = w^*(1 + \eta_L^w) \quad (1)$$

$$L^* = L^s(w^*) \quad (2)$$

Donde  $\eta_L^w = L^s(w)/wL^{s'}(w)$  es positiva y designa la inversa de la elasticidad salarial de la oferta de trabajo. La combinación de las dos ecuaciones anteriores es la igualación de la productividad marginal y el coste marginal del factor. En el monopsonio el coste marginal es superior al salario debido a la elasticidad de la oferta con respecto al salario, que es positiva. Un monopsonio paga por encima al trabajador por encima de su productividad.

Gráficamente, esto implica que la curva de demanda  $F'(L) = w$  (en el plano L,w) se sitúa por encima de la curva  $F'(L^*) = w^*(1 + \eta_L^w)$ .

Así, el empleo se determina por la oferta de trabajo y el salario es pagado por debajo del salario competitivo.

De este modo, un salario mínimo situado por encima del salario del mercado monopsonista pero por debajo del salario de equilibrio en caso competitivo aumentaría el empleo. En otro caso, las conclusiones serían iguales que las de mercado competitivo.

Aunque como se ha señalado, el efecto del salario mínimo sobre el empleo no es unívoco, la existencia de un monopsonio puro no es algo común y también depende del nivel del mismo, siendo útil sólo cuando el salario ofrecido se encuentra por debajo del nivel de eficiencia. Además, el efecto del salario mínimo sobre el empleo es mayor cuanto mayor es la elasticidad de la oferta de trabajo, la cual, sin embargo, no suele ser muy elevada.

### 3.1.3 La redistribución de la renta

Si bien el salario mínimo implica una cierta redistribución de la renta, su utilización para este fin puede ser desaconsejable si existen otras vías más eficientes para lograrlo debido a los dudosos efectos sobre el bienestar social del SMI.

No existe consenso entre los economistas sobre si la herramienta del SMI es una forma eficiente de redistribuir la renta pues, si bien en determinadas circunstancias lo es (por ejemplo en presencia de una estructura impositiva lineal y sin desempleo o, en todo caso, subempleo), existen otras circunstancias en las que a pesar de existir información asimétrica un ajuste impositivo provoca mejores resultados en la redistribución de la renta.

En cualquier caso, la utilización del SMI en esas determinadas circunstancias con el objetivo de reducir la desigualdad salarial parece aceptable.

## 3.2 Los efectos del salario mínimo en la oferta

### 3.2.1 El aumento de la participación en el mercado de trabajo

De acuerdo con el modelo básico de emparejamiento, la relación entre estrechez del mercado de trabajo  $\theta$  (definida como la ratio entre el número de vacantes y desempleo) y el salario es descrita por la ecuación

$$\frac{h}{m(\theta)} = \frac{y - w}{r + q} \quad (3)$$

donde  $h$  representa el coste instantáneo de una vacante laboral,  $m(\theta)$  la tasa a la que las solicitudes de empleo llegan,  $y$  la productividad,  $r$  el tipo de interés y  $q$  la tasa de destrucción de empleo. Esa ecuación indica que en un equilibrio de libre entrada, donde el beneficio esperado de tener vacantes es cero, el coste medio de una vacante (lado izquierdo) es igual al beneficio esperado de una contratación (lado derecho). Un aumento del salario, provoca una reducción de la estrechez del mercado y, por tanto, un aumento del desempleo, definido por  $u = q/[q + \theta m(\theta)]$ .

Aún así, la utilidad esperada de personas desempleadas no es una función monótona de los salarios. La maximización de la utilidad esperada de una persona desempleada con respecto a los salarios, sujeto a la restricción de demanda de trabajo (3), da un salario idéntico a la obtenida como resultado de la negociación salarial descentralizada donde el poder de negociación de los trabajadores, medido por la parte del excedente  $\gamma$  que obtienen, es igual al elasticidad  $\eta(\theta)$  de la función de emparejamiento con respecto a la tasa de desempleo. Es decir, el salario que surge del equilibrio descentralizado da a las personas desempleadas una utilidad máxima esperada sólo si la condición de Hosios ( $\gamma = \eta(\theta)$ ) se cumple.

Cuando el poder de negociación es demasiado bajo y no satisface la condición de Hosios, un incremento del salario mínimo, siendo este inferior al salario de equilibrio, mejora el bienestar del desempleo. Como el bienestar de los desempleados alcanza un máximo cuando se cumple la condición de Hosios, esto implica que los aumentos del salario mínimo pueden mejorar la eficiencia del mercado laboral. Es decir, un aumento del salario mínimo puede hacer que las personas sin empleo decidan participar en el mercado de trabajo por la expectativa de un salario mejor.

### 3.2.2 La asignación laboral

La introducción del salario mínimo (o su alza) puede también provocar una redistribución del trabajo entre trabajos mal pagados y bien pagados. Suponiendo que los bien pagados se pagan a un nivel de eficiencia mientras que los mal pagados se hacen a un nivel de salario de reserva, un aumento del salario mínimo puede provocar una bajada del salario de eficiencia y, por tanto, permitir el acceso de trabajadores «mal pagados» a buenos trabajos; si el número de trabajos mal pagados se reduce en menor cuantía que las nuevas oportunidades que abre la bajada del salario de eficiencia, aumentará el empleo. Esta situación es ampliable a sectores con distintos niveles técnicos mínimos y otras restricciones.

## 4 La protección del empleo

La protección del empleo es un conjunto de medidas legislativas que el gobierno impone para dificultar el despido y conferir mayor estabilidad al trabajador. Estas medidas abarcan desde el preaviso necesario para el despido, a las indemnizaciones o las exigencias de negociación con sindicatos o alguna autoridad de arbitraje así como medidas

preventivas de reasignación del puesto de trabajo.

La protección del empleo genera dos costes fundamentales: el coste propio de la indemnización por despido la cual fluye del empleador al trabajador y los costes administrativos que no fluyen del empleador al trabajador. En este sentido, por ejemplo, la notificación previa incluye un coste administrativo pero no supone ninguna gratificación para el trabajador.

#### **4.1 Efectos de la protección del empleo sobre el desempleo**

Los costes de despido tienen un impacto ambiguo sobre la tasa de desempleo dado que combinan dos efectos contradictorios. En primer lugar, retienen la cantidad de personas con trabajo por lo que la tasa de destrucción de trabajo se reduce, pero al mismo tiempo, se reduce la creación de empleo debido a que los costes de despido reducen el beneficio esperado de las nuevas contrataciones para el empresario.

La combinación de una protección laboral elevada y salario mínimo o rigideces en los salarios puede, sin embargo, aumentar la reducción de empleo debido a que las perspectivas del empresario de ajustar el coste futuro del despido a través de los salarios será más costoso debido a las rigideces impuestas, estrechando su capacidad de actuación y, por tanto, limitando la creación de empleo.

En este sentido, debido a la diferencia de protección que puede existir entre los trabajadores debido al diseño de las normas laborales (segmentación del mercado), se puede conseguir el efecto pernicioso de conseguir mayor empleo (de los menos protegidos) a costa de mayor inestabilidad y por tanto de reducir la capacidad de acumulación de capital humano.

##### **4.1.1 La protección del empleo con salarios exógenos**

En el marco de un modelo de búsqueda y emparejamiento con salarios exógenos permite ilustrar sencillamente las decisiones destrucción de empleo y el impacto de la protección del empleo sobre el desempleo.

Supondremos que el despido ocurre cuando un shock de productividad negativo hace que el coste de mantener un empleo sea superior al de despedir.

La producción individual vendrá dada por una variable aleatoria  $\epsilon$ . La función de distribución acumulada es  $G(\cdot)$ . El grado de persistencia del shock (lo que dura la situación de baja productividad) varía de acuerdo con un proceso de Poisson. Es decir, la productividad cambia en el tiempo con una probabilidad  $\lambda dt$ . El shock se expresa en algún valor aleatorio de  $G(\cdot)$  y afecta a cada trabajo de forma independiente.

La estrechez de la protección de empleo viene dada por un parámetro  $f$  que representa todos los costes de despido, los directos y los administrativos, teniendo un peso igual en el coste del despido.

El salario en un shock toma la forma de  $\epsilon$ , así el beneficio esperado de tener trabajadores en equilibrio estacionario es

$$r\Pi_e(\epsilon) = \epsilon - w + \lambda[\Pi_\lambda - \Pi_e(\epsilon)] \quad (4)$$

Donde  $\Pi_\lambda$  es el beneficio esperado cuando un cambio de productividad sucede.

Para un nivel dado  $\epsilon$  de productividad actual, el beneficio instantaneo es  $\epsilon - w$  y el término entre corchetes es la ganancia media relacionada con un posible cambio en el nivel del trabajo (en este caso, la productividad individual).

Cuando un empresario despide a un trabajador, incurre en el coste  $f$  y deja una vacante que le aporta un beneficio esperado de  $\Pi_v$ . El efecto total es la suma del beneficio menos el coste del despido. En consecuencia, el empleador despide al empleado cuando el beneficio descontado  $\Pi_e(\epsilon)$  de un puesto de trabajo ocupado es inferior a lo que obtiene despidiendolo. Al ser el beneficio en situación de incertidumbre creciente con la productividad ( $\epsilon$ ), el empleador despedirá si la productividad es menor o igual que la productividad de reserva  $\epsilon_d$ , condición que se satura en  $\Pi_e(\epsilon_d) = -f + \Pi_v$ . Esta productividad de reserva se define como  $\Pi_e(\epsilon_d) = -f + \Pi_v$ , donde usando la ecuación (4) cuando la condición de libre entrada se cumple ( $\Pi_v = 0$ ) es:

$$\epsilon_d = w - (r + \lambda)f - \lambda\Pi_\lambda \quad (5)$$

**La tasa de destrucción de empleo** En este caso el beneficio esperado cuando un cambio de productividad sucede es endógeno. El valor de esta variable debe ser conocido para definir el equilibrio del mercado de trabajo. Para ello podemos usar las ecuaciones anteriores del beneficio esperado de que no existan vacantes que es  $(r + \lambda)[\Pi_e(\epsilon) - \Pi_e(\epsilon_d)] = \epsilon - \epsilon_d$  donde de nuevo con la condición de libre entrada tenemos que el beneficio esperado de que no existan vacantes queda como

$$\Pi_e(\epsilon) = \frac{\epsilon - \epsilon_d}{r + \lambda} - f \quad (6)$$

Cuando un shock altera la productividad pueden suceder dos cosas, que la nueva productividad esté por debajo del valor  $\epsilon_d$  por lo que el empleado es despedido, o que este por encima con lo cual, se mantendrá el empleo.

La expresión del beneficio medio en el inicio del shock para el valor  $\epsilon_d$

$$\epsilon_d = w - rf - \frac{\lambda}{r + \lambda} \int_{\epsilon_d}^{\epsilon_u} (\epsilon - \epsilon_d) dG(\epsilon) \quad (7)$$

Donde  $\epsilon_d$  queda definido en función de los parámetros del modelo y expone que la productividad de reserva es inferior al salario. Es decir, para valores de productividad por debajo del nivel de destrucción  $\epsilon_d$ , el empresario puede sufrir una pérdida en el periodo corriente. Si el empresario no despide es porque enfrenta una pérdida inmediata por el coste de despido y, por otro, porque espera compensar el resultado con futuros beneficios. Los costes del despido

pueden ser un aliciente a la empresa para mantener a su plantilla en búsqueda de beneficios futuros cuando el ciclo remonte.

La tasa de destrucción de empleo  $q$  viene dada por la probabilidad de que la productividad cambie y lo haga a peor, es decir,  $q = \lambda G(\epsilon_d)$ . Donde derivando se tienen las siguientes desigualdades

$$\frac{\partial \epsilon_d}{\partial f} < 0, \quad \frac{\partial \epsilon_d}{\partial \lambda} < 0, \quad \frac{\partial q}{\partial f} < 0 \quad (8)$$

De modo que un incremento en los costes de despido reduce la productividad de reserva y disminuye la tasa de destrucción de empleo. Una reducción en el grado de persistencia del shock (un incremento de  $\lambda$ ) también tiende a incrementar el mantenimiento de las plantillas, por lo que su efecto en la tasa de destrucción de empleo es ambiguo.

#### 4.1.2 Efecto de la protección de empleo en salarios negociados

En el marco de un modelo de búsqueda y emparejamiento con salarios negociados permite ilustrar sencillamente las decisiones destrucción de empleo y el impacto de la protección del empleo sobre el desempleo y los salarios.

Los salarios se negocian en la contratación y existe una duplicidad en los costes de despido  $f = f_a + f_e$  donde representan respectivamente el coste administrativo y el pecuniario.

La existencia de disparar costos requiere que distingamos entre la negociación salarial al comienzo del trabajo, cuando estos gastos todavía son virtuales, aún no se ha firmado ningún contrato y las renegociaciones de salario, que llevan a costos de despido si fallan.

Supondremos que el despido ocurre cuando un shock de productividad negativo hace que el coste de mantener un empleo sea superior al de despedir.

La producción individual vendrá dada por una variable aleatoria  $\epsilon$ . La función de distribución acumulada es  $G(\cdot)$ . El grado de persistencia del shock (lo que dura la situación de baja productividad) varía de acuerdo con un proceso de Poisson. Es decir, la productividad cambia en el tiempo con una probabilidad  $\lambda dt$ . El shock se expresa en algún valor aleatorio de  $G(\cdot)$  y afecta a cada trabajo de forma independiente.

**El beneficio** Distinguiremos entre el beneficio esperado de un trabajo nuevo y uno donde ya existe un puesto cubierto con una productividad de  $\epsilon$

$$r\Pi_0 = \epsilon_u - w_0 + \lambda(\Pi_\lambda - \Pi_0) \quad (9)$$

$$r\Pi_e(\epsilon) = \epsilon - w(\epsilon) + \lambda[\Pi_\lambda - \Pi_e(\epsilon)] \quad (10)$$

Los salarios definen el salario de contratación en el primer caso y el renegociado cuando la productividad es  $\epsilon$ . Las utilidades esperadas de los trabajadores recién contratados y los que ya tienen un empleo son

$$rV_0 = w_0 + \lambda(V_\lambda - V_0) \quad (11)$$

$$rV_e(\epsilon) = w(\epsilon) + \lambda[V_\lambda - V_e(\epsilon)] \quad (12)$$

donde el término  $V_\lambda$  expresa la utilidad esperada cuando su puesto de trabajo se ve afectado por el shock de productividad. La productividad de reserva, que es única, viene dada por  $\epsilon_d$ .

Por otro lado, la utilidad esperada de los desempleados es

$$rV_u = z + \theta m(\theta)(V_0 - V_u) \quad (13)$$

Estas ecuaciones permiten definir el beneficio de un empleo nuevo y de continuar en un empleo ya golpeado por un shock con una productividad actual de  $\epsilon$

$$S_0 = \Pi_0 - \Pi_v + V_0 - V_u \quad (14)$$

$$S(\epsilon) = \Pi_e(\epsilon) - (\Pi_v - f_a) + V_e(\epsilon) - V_u \quad (15)$$

Donde  $\Pi_v$  es el beneficio de dejar una vacante.

Las ecuaciones anteriores dicen que en el momento de la contratación, la ruptura de las negociaciones no lleva ni a un pago por desempleo ni a costes administrativos, pero durante la renegociación, sí que tienen importancia  $(\Pi_v - f_a - f_e)$  para la empresa, y utilidad  $V_u + f_e$  para el trabajador. Como se ha visto, uno se compensa con el otro y los pagos pecuniarios no tienen importancia en la ventaja de los agentes en la negociación. Es más, para el mismo nivel de contratación esa ventaja es superior para los trabajadores que ya trabajan que para los que acceden por primera vez. En inmediato que  $\Pi_0 + V_0 = \Pi_e(\epsilon_u) + V_e(\epsilon_u)$ , lo que en términos de ventajas o beneficios implica que

$$S_0 = S(\epsilon_u) - f_a \quad (16)$$

**El impacto en los salarios** La cantidad de ventaja que toma cada agente depende del poder de dicho agente. El poder del trabajador lo denotamos como  $\gamma$ . Para un empleo nuevo la regla de negociación es



$$V_0 - V_u = \gamma S_0 \quad \Pi_0 - \Pi_v = (1 - \gamma) S_0 \quad (17)$$

Y para el renegociado

$$V_e(\epsilon) - (V_u + f_e) = \gamma S(\epsilon), \quad \Pi_e(\epsilon) - (\Pi_v - f_a - f_e) = (1 - \gamma) S(\epsilon) \quad (18)$$

Asumiendo que hay libertad de entrada ( $\Pi_v = 0$ ), entonces la destrucción de empleo se da cuando el beneficio  $S(\epsilon)$  es negativo. El trabajador y el empresario se ponen de acuerdo en rescindir el contrato cuando

$$S(\epsilon) < 0 \iff \Pi_e(\epsilon) < -f \iff V_e(\epsilon) < V_u + f_e \quad (19)$$

Este resultado proviene del hecho de que la empresa y el trabajador son capaces de encontrar un contrato mutuamente ventajoso, preferible a la separación, si y sólo si el excedente obtenido al mantener el trabajo en funcionamiento es positivo. Se puede demostrar que existe un valor umbral único de productividad, por debajo del cual se destruyen puestos de trabajo.

Por último, el excedente que se reparten puede ser reescrito como

$$S(\epsilon) = \frac{\epsilon + \lambda(V_\lambda + \Pi_\lambda)}{r + \lambda} - (V_u - f) \quad (20)$$

Tanto  $V_\lambda$  como  $\Pi_\lambda$  son independientes de la productividad actual, por lo que la derivada de la expresión anterior respecto a la productividad va a ser un valor positivo  $(1/r + \lambda) > 0$ . De este modo el excedente es creciente con la productividad, por lo que existe un único valor de reserva que hace que el excedente sea 0 y bajo el cual los trabajos se destruyen.

Podemos incluir esos valores independientes y obtener la ecuación general que depende de parámetros conocidos

$$(r + \lambda)S(\epsilon) = \epsilon + rV_u + rf_a + \lambda \int_{\epsilon_d}^{\epsilon_u} S(x) dG(x) \quad (21)$$

De donde con la regla de reparto de excedente (18) y la ecuación de beneficio (10) es posible escribir el salario de negociación de la siguiente manera

$$w(\epsilon) = rV_u + \gamma(\epsilon - rV_u) + r(f_e + \gamma f_a) \quad (22)$$

Y el salario de negociación en la contratación

$$w_0 = rV_u + \gamma(\epsilon_u - rV_u - \lambda(f_e + \gamma f_a)) \quad (23)$$

Estas expresiones del salario de contratación y del salario renegociado ilustran bien los efectos de los costos de despido en el equilibrio parcial de una negociación descentralizada (es decir, para  $V_u$ ). El salario de contratación disminuye con los costos de despido, ya que las empresas anticipan que tendrán que soportarlos en el futuro. El salario renegociado, sin embargo, sube con los costos de despido, ya que estos últimos mejoran las ganancias de los trabajadores si se separan de su empleador.

**El equilibrio de mercado** Los valores de equilibrio para la productividad de reserva y la estrechez de mercado se hallan a través de las ecuaciones de creación y destrucción de empleo. El beneficio esperado de una vacante satisface

$$r\Pi_v = -h + m(\theta)(\Pi_0 - \Pi_v) \quad (24)$$

Si se cumple la condición de libertad de entrada entonces el beneficio esperado de una nueva contratación debe ser igual al coste medio de tener una vacante ( $h/m(\theta)$ ). La regla de reparto nos lleva a que  $(1 - \gamma)S_0 = h/m(\theta)$ . Por otro lado, podemos incorporar la definición general (21) y escribirla en función de  $\epsilon_d$ , tal que  $S(\epsilon) = (\epsilon - \epsilon_d)/(r + \lambda)$  que, apoyandonos en la relación de excedentes (16) queda como

$$\frac{h}{m(\theta)} = (1 - \gamma) \left[ \frac{\epsilon_u - \epsilon_d}{r + \lambda} - f_a \right] \quad (25)$$

Esta ecuación de creación de trabajo define la relación decreciente entre la estrechez de mercado y la productividad de reserva. De modo que cuando la productividad se alza, el beneficio esperado cae y las empresas abren menos vacantes.

Dado que  $\Pi_0 = h/m(\theta)$ , la ecuación de la destrucción de empleo se puede encontrar, primeramente tomando en cuenta que la utilidad esperada de un desempleado es  $rV_u = z + \theta m(\theta) \gamma S_0 = z + \frac{\gamma h \theta}{1 - \gamma}$ , donde sustituyendo este valor en la ecuación general (21), y haciendo la condición de destrucción de empleo  $S(\epsilon_d) = 0$  se tiene que

$$\epsilon_d = z + \frac{\theta \gamma h}{1 - \gamma} - r f_a - \frac{\lambda}{r + \lambda} \int_{\epsilon_d}^{\epsilon_u} (\epsilon - \epsilon_d) dG(\epsilon) \quad (26)$$

La ecuación de destrucción de empleo define una relación creciente entre la estrechez del mercado y la productividad de la reserva, para una alta estrechez corresponde una fuerte tasa de salida del desempleo y, por lo tanto, a altas ganancias esperadas por parte de personas desempleadas. Dado que el excedente disminuye con la utilidad esperada de los desempleados, un alto valor de la estrechez del mercado significa un pequeño excedente, y eso conlleva una alta tasa de destrucción de empleo.

El equilibrio se define por el sistema de ecuaciones dado por (25) y (26). Esos valores (productividad de reserva y estrechez) son independientes de los pagos pecuniarios, los cuales sólo tienen efecto en la alteración de los salarios. Los costes administrativos, por otro lado, actúan simultáneamente en las ecuaciones de creación y destrucción de empleo.

El impacto de un incremento en los costes administrativos hace disminuir la curva de creación de empleo, y la curva de destrucción se desplaza a la izquierda. Tanto la productividad de reserva como la tasa de destrucción de empleo descienden. Sin embargo el efecto sobre el desempleo es indeterminado dado que el nuevo equilibrio se caracteriza por una tasa más baja de salida del desempleo pero también con una destrucción de empleo menor.

## **5 El seguro de desempleo**

El seguro de desempleo es una forma de garantizar un ingreso a los desempleados una vez han abandonado su puesto de trabajo por razones ajenas a ellos. En Europa, en la mayoría de los países, el seguro de desempleo es público con una serie de características. Sin embargo, es posible que dicho seguro sea provisto por el mercado a través de un contrato de seguro en sentido estricto. No obstante, existen importantes argumentos de eficiencia y equidad que justifican su provisión pública tales como la existencia de riesgos sociales o ineficiencias derivadas de la asimetría de información.

Desde un punto de vista de la equidad, los empleos más vulnerables (y, por tanto, en general, peor pagados) tendrían unas primas de aseguramiento más elevadas que otros empleos.

Sin embargo, el seguro de desempleo es a menudo visto como algo negativo debido a su actuación como salario de reserva (incrementándolo) y por su acción al alza sobre los salarios, en ambos casos, la conclusión práctica de esto es un aumento de las tasas de desempleo.

### **5.1 La determinación del salario de desempleo**

El salario de desempleo (el valor del subsidio), se suele determinar a través de un porcentaje del salario que el trabajador venía cobrando. El cociente entre el salario actual y su salario previo al despido se denomina tasa de reposición y actúa en la práctica como un salario de reserva por lo que su determinación, generalmente, es un porcentaje sensiblemente inferior al salario antes de despido para incentivar la búsqueda de empleo por parte del trabajador. Además, una determinación de una prestación elevada implicaría una herramienta de negociación sindical potente de cara a aumentar los salarios del mercado dado que el trade-off entre salario y prestación sería escaso.

No obstante, la cuantía no puede ser tampoco excesivamente reducida pues daría lugar a que los trabajadores aceptasen el primer trabajo que se les ofreciese pudiendo dar lugar a asignaciones ineficientes.

Un elemento sobre el que ejercer presión hacia la búsqueda de empleo puede ser la duración del seguro, haciendo que éste esté garantizado sólo durante un tiempo limitado, impulsando la búsqueda de empleo.

Por otro lado, las condiciones para el acceso al seguro de desempleo también pueden operar como elementos de política económica dado que si existen ciertas condiciones que no todos los trabajadores pueden cumplir, su salario de reserva ya no es el de la prestación ya que no pueden acceder a esta y, por tanto, dado que el principal incentivo del trabajador que quiere estar protegido es trabajar para acceder a la protección, por lo que una fijación «atractiva» de la protección por desempleo puede incrementar el empleo de los trabajadores no-protegidos.

## **5.2 El impacto en la productividad**

Como se ha señalado, un seguro de desempleo suficientemente atractivo permite a los trabajadores concentrarse en una búsqueda de empleo más selectiva. En general, un mejor emparejamiento entre las capacidades de los trabajadores y los empleos tenderá a aumentar la productividad. De acuerdo con Acemoglu y Shimer, un aumento de los subsidios al desempleo incrementan la productividad media de un trabajo, pero a costa de una reducción en el número de empleos creados. No obstante, aunque el desempleo aumente, la sociedad puede disfrutar de más bienes que distribuir entre sus miembros. Así, un aumento del subsidio de desempleo puede llevar a un aumento de la producción agregada y del bienestar social, incluso si el desempleo se incrementa.

En una ampliación con capital, Acemoglu y Shimer concluyen que las empresas aumentan su inversión en el momento de las contrataciones y que estas son irreversibles. En su modelo, las inversiones son una función decreciente de la duración de los puestos vacantes. Así, un aumento de los subsidios de desempleo que incrementen la tasa de desempleo y que empuje hacia abajo la estrechez de mercado puede aumentar la inversión y la productividad media de los empleos.

## **6 Las políticas activas de empleo**

Como se ha señalado antes, las políticas activas de empleo son aquellas que de una forma directa tratan de incrementar el empleo y salarios de entre las personas que no encuentran con facilidad una entrada en el mercado de trabajo.

Entre ellas se destacan las siguientes:

### **6.1 El papel de los servicios públicos de empleo**

El papel de las oficinas de servicios públicos de empleo es el de asesorar a los desempleados y ayudar a la búsqueda de empleo a estos a través de la recepción de curriculums y demandas de empleo. Igualmente su misión es asegurar que las personas efectivamente están buscando empleo. Estas oficinas pueden ayudar a que la obtención del empleo sea más eficiente, reduciendo el coste de la búsqueda de empleo.

En el caso de redes de empleo muy amplias, los costes de colocación pueden ser muy altos, creando una extensa red de agencias de colocación que se solapan las unas con las otras, llevando a situaciones de ineficiencia. Esta

situación de ineficiencia, añadida a la vinculación de los subsidios de desempleo a la condición de búsqueda de empleo justifica el papel público de los servicios públicos de empleo.

## **6.2 Formación laboral**

Otra de las formas que los poderes públicos tienen de conseguir una reducción del desempleo es a través del adiestramiento de los desempleados en distintas ramas de empleo para ampliar sus conocimientos y mejorar sus habilidades de cara a conseguir mayor empleabilidad.

La justificación de una intervención pública en forma de política activa sobre la formación tiene sentido cuando se asume que las decisiones individuales discrepan de lo socialmente deseable.

Por ejemplo, las imperfecciones en el mercado crediticio pueden impedir el acceso a la formación de personas con pocos recursos.

### **6.2.1 Los problemas de formación en la empresa**

Además de lo señalado sobre las imperfecciones del crédito, la existencia de imperfección en la información de los empresarios sobre las características de los trabajadores es otra fuente potencia de subinversión en formación general. Si los empresarios observan imperfectamente que la cantidad invertida en capital social y el beneficio de esta, es posible que los trabajadores se vean excluidos de la formación al no casar la inversión con los retornos. Esto sucede particularmente cuando la formación no es fácilmente demostrable, de este modo los empresarios prefieren formar a los trabajadores ya contratados antes que a los que están por contratarse.

## **6.3 Subsidios al empleo**

Dado que en muchas ocasiones es deseable socialmente la reducción discrecional del desempleo en ciertos grupos sociales (personas con discapacidad, mujeres víctimas de maltrato, minorías raciales, etc.) es frecuente el diseño de programas a través de los cuales el Estado bonifica a las empresas para facilitar la contratación de dichas personas. Igualmente la conversión entre contratos temporales a otros más estables a través de bonificaciones también se considera subsidio al empleo en tanto en cuanto reduce la exposición al desempleo de los empleos estables.

En el caso de acceso a empleo para personas desfavorecidas o de especial protección, los programas suelen incorporar también algún tipo de herramienta formativa para reducir la dependencia de la empleabilidad al subsidio.

Cuando el proceso de emparejamiento es imperfecto, la eficiencia social requiere desempleo estrictamente positivo para que se puedan cubrir los puestos de trabajo vacantes. Tratar de eliminar el desempleo creando muchos puestos de trabajo vacantes sería una pérdida de recursos. Sin embargo, hay una serie de razones por las que una tasa de desempleo excesivamente alta puede ocurrir en equilibrio del mercado. Cuando eso sucede, los subsidios al empleo son un medio para reducir la tasa de desempleo y mejorar el bienestar general.

La principal limitación a la eficiencia de los subsidios al empleo radica en la presión al alza que ejercen sobre los salarios, que tiene una tendencia a aumentar el costo de la mano de obra y reducir la demanda de trabajo. Este fenómeno surge claramente en el caso de un mercado laboral perfectamente competitivo. Un aumento en la demanda de trabajo debido a una caída en el costo de el trabajo aumenta los salarios. Estos incrementos son mayores cuanto menor es la elasticidad salarial de la oferta de trabajo. En el límite, si la elasticidad salarial de la oferta de trabajo es nula (un caso no muy alejado de muchas estimaciones empíricas), el cambio en la demanda de trabajo conduce únicamente a un aumento salarial, sin impacto en el empleo.

#### **6.4 La creación de empleo público**

En comparación con las subvenciones al empleo, la creación de puestos de trabajo en el sector público presume ventaja de posibilitar la creación de puestos de trabajo en un plazo breve. Por esta razón, a menudo se adoptan como un remedio para el desempleo o como un trampolín para trabajos regulares para personas que tienen dificultades para ingresar a la fuerza laboral. Sin embargo, la creación de empleos en el sector público puede desplazar a los del sector privado (crowding-out) a través del mismo mecanismo que emplean los subsidios: el aumento de la demanda laboral provoca un aumento salarial que, con el tiempo, anula por completo el impacto de la creación de empleo público si la oferta laboral es insensible a los salarios.

Por ello, es recomendable recurrir a la creación de empleo público o al subsidio del empleo privado tan solo marginalmente y en momentos puntuales con el objetivo de combatir el desempleo.

#### **6.5 Empleo juvenil y medidas formativas**

Debido a la dificultad del primer empleo, particularmente en jóvenes que abandonan prematuramente los estudios, se suelen diseñar programas de empleo que, mediante salarios generalmente más reducidos, introducen a los jóvenes con mayor facilidad en el mercado laboral.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 21. Política monetaria: objetivo, diseño, mecanismos de transmisión y efectos de la política monetaria.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

Entendemos por política monetaria la acción de las autoridades monetarias (el Banco Central, que usa para ello sus instrumentos monetarios, sobre todo cuantitativos, pero también cualitativos) dirigida a controlar las variaciones en la cantidad total de dinero (o de crédito), en los tipos de interés, e incluso en el tipo de cambio, con el fin de colaborar con los demás instrumentos de la política económica al control de la inflación (especialmente), a la reducción del desempleo, a la consecución de una mayor tasa de crecimiento de la renta o producción real y/o a la mejora en el saldo de la balanza de pagos.

La política monetaria es, fundamentalmente, una conjunción de objetivos e instrumentos para la consecución efectiva de los mismos.

## 2 La vinculación entre objetivos e instrumentos

La interrelación entre objetivos e instrumentos (y el diseño de los mismos) está muy influenciada por la perspectiva teórica desde la que se aborden.

Actualmente se plantea una relación entre los instrumentos, los objetivos intermedios y una última relación entre estos objetivos intermedios y los objetivos finales (o reales). Esta es la conocida como estrategia a dos niveles.

En un primer nivel las autoridades tratan de alcanzar determinados «objetivos finales» sobre el empleo, precios, producción y/o balanza de pagos a través de la regulación de alguna variable monetaria que actúa como «objetivo intermedio» de la política monetaria.

En un segundo nivel, se trata de influir en la variable del «objetivo intermedio» a través de una variable operativa. Esa influencia última se realiza a través del uso de instrumentos de política monetaria.

La elección de los instrumentos que conseguirán una correcta transmisión de la información para influir efectivamente en los objetivos pretendidos es el principal problema de la política monetaria, que debe conocer cuáles son tanto las variables de control efectivas como las relaciones entre estas y los objetivos y tener la capacidad de influir en ellas.

Esta decisión crucial, como todas las referidas a intervención en el mercado, está inserta en el debate entre si es mejor el establecimiento de reglas estables o la discrecionalidad ad hoc a la hora de la formulación de políticas monetarias.

### 2.1 La relación entre objetivos últimos y objetivos intermedios

Un modelo básico del que se derivan muchos modelos monetaristas es la ecuación de Fisher que establece que la cantidad de dinero por su velocidad es igual al nivel de precios por la renta real.

Si se toman logaritmos y se diferencia se pueden obtener las tasas de variación de esa expresión tal que



$$\dot{m} + \dot{v} = \dot{p} + \dot{y}_r = \dot{y}_n \quad (1)$$

suponiendo que la velocidad del dinero es muy estable a corto plazo, la variación de la cantidad de dinero influirá de forma muy importante en la renta y el nivel de precios, por lo que la oferta monetaria actúa en este caso como objetivo intermedio de un objetivo último que es el control de las tasas de crecimiento de la renta, por ejemplo. Si, además, se supone como hacen los monetaristas que la cantidad de dinero no influye en el largo plazo en la renta, ésta se reducirá al control de la inflación.

Este modelo sencillo se ve ampliado por otras fuentes de información y de instrumentos que usan las instituciones monetarias a día de hoy.

## 2.2 La relación entre los objetivos intermedios y la variable operativa

El objetivo intermedio, como se ha señalado antes, es el control de la oferta monetaria. Sin embargo ésta no es directamente accesible por parte de la institución monetaria por lo que es necesario establecer una serie de variables operativas que efectivamente puedan influir sobre la oferta monetaria.

Si definimos la Oferta de Dinero (M) como la suma de efectivo (E) y depósitos (D) a la vez la Base Monetaria (B) como la suma de efectivo y Reservas, así como el coeficiente de caja (r) como la proporción de Reservas (R) respecto a los depósitos y el efectivo como una constante del dinero total existente (cM), obtenemos unas ecuaciones de equivalencia que dicen que

$$\begin{aligned} M &= cM + D \\ B &= cM + rD \end{aligned} \quad (2)$$

De donde se deriva sin dificultad que

$$M = \frac{1}{c + r(1 - c)} B \quad (3)$$

donde se establece una relación clara entre la variable operativa (B) y el objetivo intermedio (M). Suponiendo que los elementos de la fracción (el multiplicador monetario) permanecen constantes, la política del Banco Central para modificar la Oferta Monetaria es viable ya que posee control sobre la Base Monetaria, dando lugar a una correcta transmisión.

Los instrumentos que los bancos centrales utilizan para influir en la base monetaria son múltiples, destacándose fundamentalmente las operaciones de mercado abierto y la regulación del coeficiente de caja.

### 3 El diseño de la política monetaria

#### 3.1 La incoherencia dinámica

El gran dilema de la política monetaria es el uso de reglas frente a la discrecionalidad de la política. Expondremos el caso analizado por Kydland y Prescott que sintetizan lo que sucede cuando la autoridad monetaria no se sujeta a una política de reglas consistentes.

##### 3.1.1 El modelo

Suponiendo una curva de oferta a lo lucas, en logaritmos

$$y = \bar{y} + b(\pi - \pi^e) \quad b > 0 \quad (4)$$

donde  $\bar{y}$  es el logaritmo del nivel de producción en el supuesto de precios flexibles. Se supone que el nivel está por debajo de su óptimo social (por imperfecciones o tipos impositivos marginales positivos). Además se supone que la inflación tiene un coste cuando supera cierto nivel y que su coste marginal es creciente. Esto puede ser reflejado en una ecuación cuadrática que el gobierno intenta minimizar

$$L = \frac{1}{2}(y - y^*)^2 + \frac{1}{2}a(\pi - \pi^*)^2 \quad y^* > \bar{y} \quad (5)$$

$a$  representa el peso relativo de la producción y la inflación en el bienestar social. El gobierno controla la cantidad de dinero que determina además la demanda agregada. En un modelo sin incertidumbre el gobierno elige directamente el nivel de inflación con la restricción de la relación de esta con la producción a través de la oferta agregada.

Ante esto el gobierno tiene dos opciones: establecer un compromiso vinculante con la tasa de inflación previo a la fijación de la expectativa o, de otro lado, el gobierno puede elegir la inflación tomando las expectativas como dadas. En el primer caso, basta con elegir el valor de  $\pi = \pi^*$

En el segundo caso el problema del gobierno se traduce en

$$\min_{\pi} \frac{1}{2}[\bar{y} + b(\pi - \pi^e) - y^*]^2 + \frac{1}{2}a(\pi - \pi^*)^2 \quad (6)$$

Cuya CPO es

$$[\bar{y} + b(\pi - \pi^e) - y^*]b + a(\pi - \pi^*) = 0 \quad (7)$$

Donde

$$\pi = \frac{b^2\pi^e + a\pi^* + b(y^* - \bar{y})}{a + b^2} = \pi^* + \frac{b}{a + b^2}(y^* - \bar{y}) + \frac{b^2}{a + b^2}(\pi^e - \pi^*) \quad (8)$$

Como se observa, el gobierno tiene incentivos para desarrollar una política expansiva. Si el público espera que el gobierno elija la tasa de inflación óptima, entonces el coste marginal de una inflación ligeramente superior es igual a cero y el beneficio marginal es positivo. Por tanto, el gobierno elegirá una tasa de inflación superior a la óptima.

Sólo existe una única tasa de inflación que hace que la inflación real y la esperada sean iguales ( $\pi = \pi^e$ ), que es

$$\pi^e = \pi^* + \frac{b}{a}(y^* - \bar{y}) \equiv \pi^{EQ} \quad (9)$$

Si la inflación esperada supera este nivel, entonces la inflación real será menor de la que esperan los individuos y, por tanto, la economía no se hallará en equilibrio. Así,  $y$  debe ser igual también a  $\bar{y}$ . La inflación esperada aumenta hasta el punto en que el gobierno, al tomar  $\pi^e$  como dado, decide igualar  $\pi$  con  $\pi^e$ . En resumen, todo lo que consigue el poder discrecional del gobierno es incrementar la inflación sin incidir sobre la producción.

Esto implica un problema de consistencia dinámica, dado que una vez los agentes formen sus expectativas, el gobierno se despegará de la tasa de inflación prometida puesto que hacerlo produce mayor bienestar social (8). Dicha quiebra sistemática será interiorizada por los agentes y la inflación se elevará.

Una forma de paliar esta cuestión es arrebatarle al gobierno la capacidad de fijar discrecionalmente la política monetaria, pasando a un sistema de reglas.

## 3.2 Las reglas de Taylor

### 3.2.1 Concepto

La regla de Taylor es propuesta por John B. Taylor en 1993. El enfoque de Taylor, consistente con las investigaciones de Sargent, Lucas, Wallace y otros, consiste en la elaboración de reglas fijas de tipo monetario como forma de realizar política monetaria en lugar de la que las instituciones monetarias recurran a la discrecionalidad. En su artículo «Discrecionalidad versus reglas de política en la práctica», Taylor justifica la idoneidad de su estudio en base a:

1. La crítica de Lucas
2. El reconocimiento de que la política monetaria es importante en un marco de expectativas racionales
3. Los beneficios que reporta la credibilidad en el tiempo
4. La superioridad de las reglas de política sobre la discrecionalidad

La regla de Taylor propuesta en su artículo es la siguiente.

$$i_t = \bar{r} + \pi^* + \alpha_1(\pi - \pi^*) + \alpha_2(y_t - \bar{y}) \quad \alpha_1, \alpha_2 > 0 \quad (10)$$

Donde  $i_t$  es el tipo de interés nominal que debe fijar el Banco Central,  $\bar{r}$  es el tipo de interés real de equilibrio, las diferencias entre los paréntesis son las desviaciones entre la inflación y la inflación objetivo, así como el output gap respectivamente siendo  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  parámetros positivos (en el artículo de Taylor, ambos toman el valor de 0,5).

En general, cualquier tipo de regla que mantenga una estructura como la descrita en (3.2.1), se les llama Reglas de Taylor.

Diversos estudios señalan que, inconscientemente, buena parte de los Bancos Centrales usan y usaban antes de la propuesta de Taylor estas reglas, aunque no se hiciese de forma consciente ni declarada.

### **3.2.2 Elementos de análisis sobre las Reglas de Taylor**

Existen varias cuestiones relativas a la sujeción por parte de la autoridad monetaria a las Reglas de Taylor. La primera de ellas es la idoneidad de seguir una regla fija, teniendo en cuenta que la institución monetaria es un elemento político (a pesar de que desde que se publicó el artículo en 1993, se ha incrementado el número de Bancos Centrales que son independientes en un grado u otro de las autoridades políticas). Como señala Taylor en su artículo, es precisamente la persistencia de los Bancos Centrales en las reglas lo que provoca que las expectativas racionales se puedan formar de manera óptima. No obstante, en el caso -posible- de que el tipo de interés nominal aconsejado fuese negativo, la regla tendría que quebrarse o acompañarse de medidas adicionales.

Otro elemento a determinar dentro de las reglas son los valores que debe tomar  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ . A mayores valores, más rápidamente regresará la inflación al objetivo a largo plazo y más rápidamente regresará la producción a su tasa natural tras una perturbación. No obstante, esto puede provocar mayor volatilidad en los tipos a corto, lo cuál no es deseable.

Además, plantea un problema de medida, en tanto en cuanto no es posible definir en tiempo real los datos que dependen del tiempo ya que no se dispone de esa información. Una alternativa que parece no modificar el planteamiento es usar los datos con un trimestre de retardo.

También es difícil para las autoridades medir el output gap ya que éste se basa en estimaciones y por tanto, en función de la metodología usada, su medición puede variar.

Por último, respecto a las reglas, existe debate sobre si estas deberían incorporar también otras variables, en especial el tipo de cambio, ya que es una variable clave a la hora de determinar la política monetaria.

### **3.3 La política monetaria óptima en un sistema de retrospectiva**

## **4 Los mecanismos de transmisión de la política monetaria**

Tal y como hemos expresado más arriba, la forma en la que los instrumentos consiguen finalmente influir en los objetivos finales son los mecanismos de transmisión de la política monetaria.

Si reconvertimos la ecuación de Fisher para introducir los tipos de interés tendremos un modelo de corte keynesiano como el propuesto por Hicks en el que

$$\frac{M}{P} = L(r, \dot{P}^e, Y)$$

Donde  $r$  es el tipo de interés real y  $\dot{P}^e$  la tasa de inflación esperada (exógena). La afectación sobre la cantidad de dinero se transmite a la economía vía cambios en los tipos de interés.

Para los monetaristas, sin embargo, los mecanismos de transmisión son los reajustes en la cartera del conjunto de activos, comenzando por los más líquidos haciendo que los tipos de interés oscilen según la compra-venta de los activos.

Para los nuevos clásicos como Lucas, donde se postulan precios flexibles y expectativas racionales los únicos mecanismos de transmisión con efectos reales son los cambios no esperados en la cantidad de dinero ya que un cambio esperado se traducirá en un aumento proporcional en el nivel de precios.

#### 4.1 El efecto liquidez, renta, Mundell-Tobin y Fisher

Para analizar los efectos que provocan los distintos canales de transmisión de la política monetaria empezaremos describiendo un modelo de referencia. Este modelo tiene unos supuestos bastante restrictivos tales como:

Economía cerrada, sin crecimiento con precios totalmente flexibles.

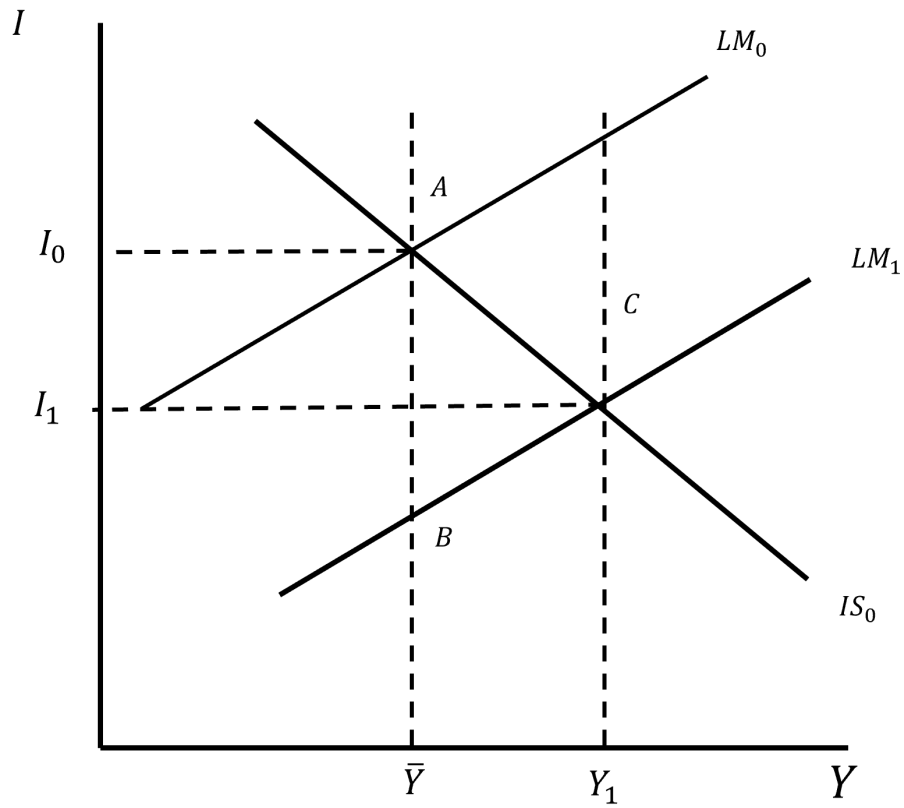
Si se parte de un equilibrio A, con  $LM_0$  dado M y P, un aumento de una sola vez en la cantidad de dinero provoca un desplazamiento de LM hacia la derecha y la demanda agregada también en la misma dirección. Esto provoca, dada la flexibilidad total de precios, un alza de los mismos y, por tanto, una contracción de nuevo de LM hasta  $LM_0$ . Los tipos de interés no varían por la perfecta flexibilidad de los precios.

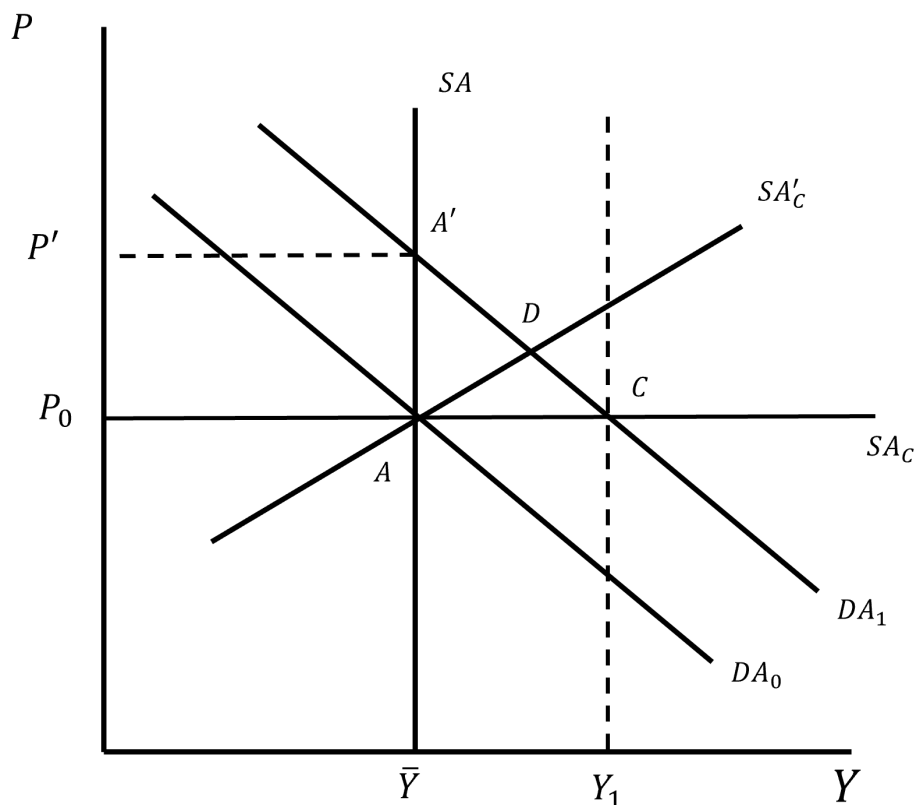
Si, por el contrario, los precios fuesen rígidos, un movimiento del mismo tipo con una curva de oferta horizontal a corto plazo provocaría que el tipo de interés real cayese hasta el punto B provocando el llamado efecto liquidez de la expansión monetaria. Esta caída de los precios del dinero aumentaría paulatinamente la producción desplazando el punto de equilibrio de nuevo sobre la curva  $LM_1$ . Consiguiendo aumentar los tipos de interés pero por debajo del nivel A de partida. Este segundo efecto es el efecto renta.

La obtención de un menor nivel de tipos de interés y un mayor nivel de producción son parte del optimismo keynesiano sobre la actuación de la política monetaria.

Sin embargo, si se flexibiliza el supuesto de rigidez de los precios y, por tanto la curva de oferta agregada está ligeramente inclinada, el efecto de un aumento de renta es equivalente a una subida del nivel de precios y, en consecuencia, un desplazamiento a la izquierda de la curva LM hacia  $LM_0$ . Esto provoca un efecto contrario al efecto liquidez,

anulando por completo este y provocando que el nivel de producción vuelva al punto de equilibrio inicial pero a un nivel de precios superior. Es decir, el dinero es neutral salvo para la propia cantidad de dinero y el nivel de precios.

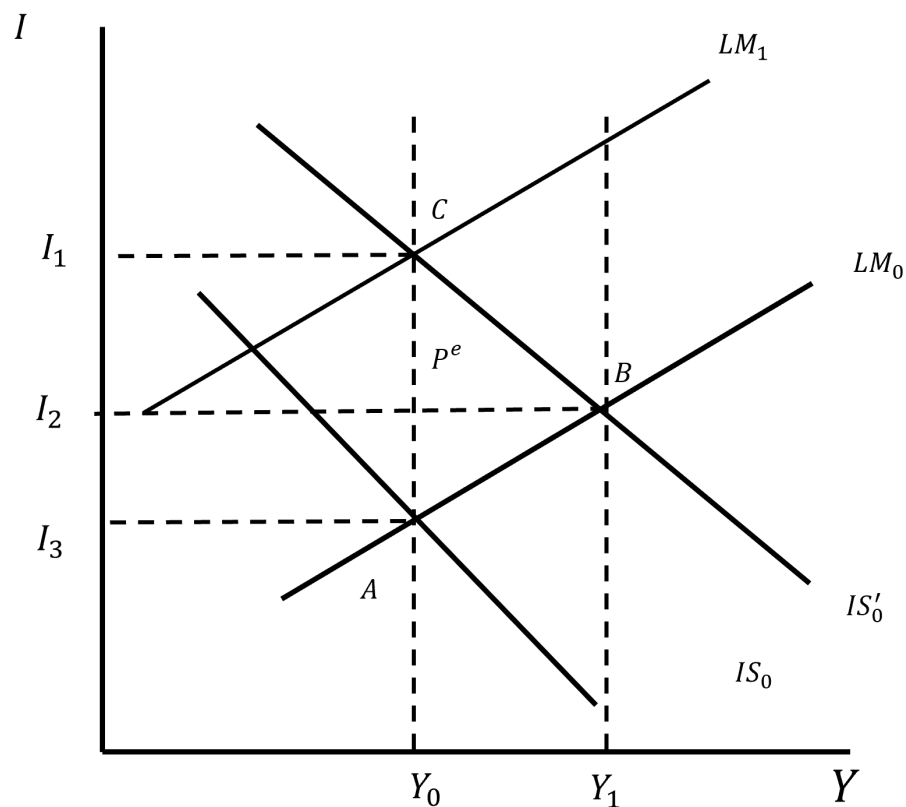




Si, por contra, suponemos que existe una tasa de inflación esperada positiva nos encontramos con dos tipos de interés. El real, que influye en las decisiones de inversión y consumo y el nominal que influye en la demanda de dinero.

Una expectativa de crecimiento de la inflación desplazará la curva IS hacia la derecha. Simultáneamente, la demanda de dinero se reduce sin que la oferta real haya cambiado. Esto provoca que, en el caso de una rigidez en los precios, haya un retorno al punto de equilibrio si se produce una reducción del tipo de interés nominal para que, de nuevo, aumente la demanda de dinero. Esto sucederá si el tipo de interés real se reduce. Esta reducción del tipo real es el llamado efecto Mundell-Tobin. Finalmente habrá, por tanto una mayor producción a unos tipos de interés algo más elevados que en el origen pero inferiores a la subida de los mismos provocada por la expectativa de la inflación.

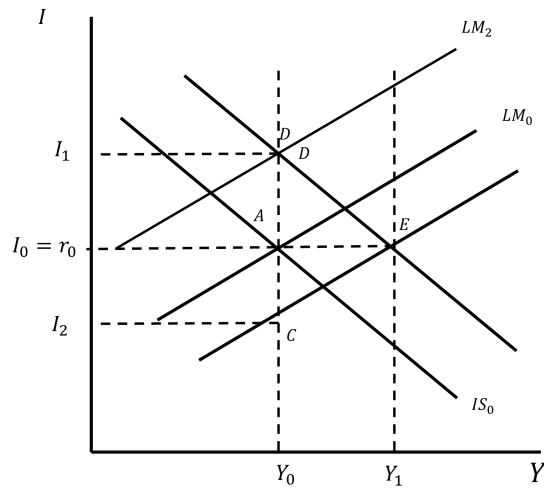
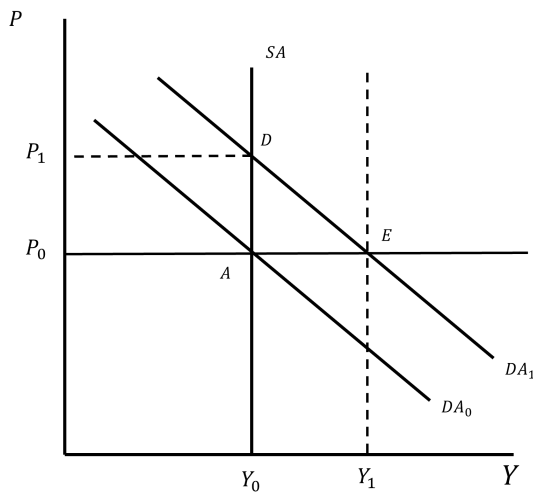
Si los precios hubiesen sido plenamente flexibles, el aumento de la demanda agregada hubiese elevado inmediatamente el nivel de precios de una sola vez, desplazándose la curva de  $LM_0$  a  $LM_1$  y alcanzando el equilibrio en  $C$ . Si la flexibilidad fuese sólo a largo plazo, el equilibrio pasaría de  $A$  a  $B$  y solo después de  $B$  a  $C$ .



Si consideramos que, aun con precios rígidos, se mantienen expectativas de inflación, esto puede ser debido a la introducción de una tasa de crecimiento de la cantidad dinero a un ritmo constante para una economía que no creciese.

Suponiendo que los precios son plenamente flexibles, y se produce un crecimiento de  $M$  que representamos como un salto de  $LM$  hacia  $LM_1$ , la expectativa de inflación desplaza la curva  $IS$  hacia la derecha. Estos desplazamientos provocan un alza de los precios provocando que  $LM$  se desplace ahora hacia la izquierda, alcanzando un equilibrio en  $D$  para un tipo de interés igual al anterior más la tasa de inflación esperada (que es la tasa de crecimiento del dinero). Este cambio de  $A$  a  $D$  se denomina efecto Fisher. Lo único que se ha logrado es un alza de los tipos de interés y de los precios.





En caso de precios rígidos, que se ajustan con retraso a una velocidad variable, una vez que la cantidad de dinero empieza a crecer a la tasa constante, la  $LM$  se mueve hacia la derecha hasta  $LM_1$ , el tipo de interés nominal y real bajan hasta  $i_2$  en el punto  $C$  por el efecto liquidez. Con precios rígidos, el menor tipo de interés eleva la inversión y la producción aumentando la demanda de dinero y el tipo de interés nominal (hacia el punto  $E$ ). Sin embargo, la incorporación de expectativas de inflación al tipo de interés nominal provoca que la  $IS$  se desplace hacia  $IS'_0$  y el tipo de interés real vuelve a bajar (efecto Mundell-Tobin) impulsando de nuevo la demanda (efecto renta). La mayor demanda de dinero hace subir de nuevo el tipo de interés nominal hasta  $i_0$  aunque el tipo real sigue siendo menor al correspondiente al punto de inicio  $A$ .

Poco a poco los precios se ajustarán desplazando la curva de oferta a corto plazo hacia arriba pasando del punto  $E$  al punto  $D$ , haciendo que la curva  $LM$  esté ahora en  $LM_2$ . El tipo de interés nominal habrá subido y el interés real volverá a ser el que era en origen (el efecto Fisher).

En resumen, se han descrito tres tipos de efectos:

- El efecto liquidez, que recoge la caída de los tipos nominales cuando hay expansión monetaria
- El efecto renta, que recoge las influencias que, vía demanda real de dinero, elevan el tipo nominal
- El efecto Mundell-Tobin que recoge la caída adicional, de una sola vez, del tipo de interés real cuando la tasa esperada de inflación reduce la demanda de dinero
- El efecto Fisher por el que el tipo de interés nominal acaba siendo mayor que el original al incluir la tasa esperada de inflación.

La combinación de estos efectos dependerán en buena medida de la forma de la economía a la que se someta una expansión o contracción monetaria.

## 4.2 Otros canales de transmisión de la política monetaria

Hemos señalado los principales canales de transmisión en el marco de una economía cerrada simplificada (expectativas e interés). Sin embargo, existen otros canales a medida que se hace más compleja la economía (abriendola o disgregando la cantidad de activos), estos son

**Canal de tipo de cambio** El aumento en las tasas de interés suele hacer más atractivos los activos financieros domésticos en relación a los activos financieros extranjeros. Esto puede dar lugar a que se presente una apreciación del tipo de cambio nominal que puede dar lugar a una reasignación del gasto en la economía. Ello debido a que el referido ajuste cambiario tiende a abaratar las importaciones y a encarecer las exportaciones, disminuyendo el saldo exterior neto -menos positivo o más negativo- (NX) y, por tanto, se reducirá el PIB y el empleo y eventualmente la inflación. Por otra parte, la apreciación del tipo de cambio significa una disminución en el costo de los insumos importados que a su vez se traduce en menores costos para las empresas, lo que afecta favorablemente a la inflación.

**Canal del precio de otros activos** Los economistas monetaristas, como señala Gertler (1988), hicieron su aportación a la definición de los canales de transmisión considerando que la política monetaria no sólo afecta a los tipos de interés, sino también a los precios de los demás activos, especialmente a las acciones. El concepto de “ $q$  de Tobin” va en esa dirección, de manera que considera que, al reducirse el valor de las empresas respecto al coste del capital ( $q$ ) como consecuencia de una caída del precio de las acciones, las empresas tenderán a invertir menos y ello provocará una caída en la producción y el empleo y la inflación. El valor de las acciones se reducirá si los tipos de interés suben y los bonos se hacen más atractivos frente a las acciones.

De la misma manera, se podría argumentar de los efectos que genera un incremento de los tipos de interés en los precios de la vivienda, el suelo urbanizable o la tierra para uso agrícola (Meltzer, 1995), lo que nos permite introducir los efectos de la explosión de la burbuja inmobiliaria dentro de este esquema analítico. Un shock financiero, como el provocado por la quiebra de Lehman Brothers y el subsiguiente bloqueo de los mercados interbancarios, provocaría, dada la elevada dependencia de la financiación, bancaria o no, una caída en picado de los precios de la vivienda, tanto nueva pendiente de vender como de segunda mano, y, sobre todo, de las promociones sin terminar y los terrenos con destino urbanístico, afectando directamente al valor patrimonial de familias, empresas y bancos. Al margen de los efectos recogidos por otros canales de transmisión, esta caída del valor patrimonial de la propiedad inmobiliaria provocaría una disminución de la demanda de consumo e inversión (por sobreoferta) con sus inmediatos efectos sobre la producción y el empleo.

**Canal del crédito** Bernanke y Gertler (1995) explican cómo la existencia de imperfecciones en los mercados financieros, como los problemas de información asimétrica y el coste creciente de la monitorización de los contratos de préstamos, provocan los llamados “costes de agencia”, por lo que las entidades bancarias añaden una prima de riesgo a sus préstamos, en función del nivel de riesgo que perciben en los solicitantes. Este planteamiento haría

compatible una bajada de los tipos de interés de intervención del banco central con una subida de los tipos de interés de los créditos dirigidos a empresas, familias o administraciones públicas, debido al incremento de la prima de riesgo.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 22. Tema 22. La inflación: sus causas y sus efectos sobre la eficiencia económica y el bienestar.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

La inflación es el crecimiento sostenido de los precios de un periodo a otro. Su existencia, que puede ser deseable a bajos niveles -de hecho, la política del Banco Central Europeo es mantener el nivel de inflación aproximadamente al 2%- , puede, sin embargo, ser un problema de primer orden para la trayectoria económica y de crecimiento de un país. De este modo, si el crecimiento de los precios es superior al crecimiento de la producción, los bienes producidos tendrán un valor relativamente inferior con el paso del tiempo.

## 2 Las causas de la inflación

La escuela de Salamanca, en el siglo XVI, un par de siglos antes de la publicación de la Riqueza de las Naciones de Adam Smith analizó muchos aspectos de la economía de su época, dando incluso nociones sobre la existencia de una ley de oferta y demanda y de las preferencias subjetivas (cuestión recuperada en el siglo XIX). Además, establecieron una relación, fruto de la observación, entre la masa de dinero disponible y el nivel de precios al comprobar que allí donde los marineros atracaban con abundante dinero traído de las Indias (Orientales u Occidentales), el nivel de precios era superior que en otros territorios.

### 2.1 La teoría clásica. La teoría cuantitativa del dinero

Irving Fisher, casi 400 años después de las intuiciones de la Escuela de Salamanca, propuso una ecuación que ponía en relación la oferta de dinero con la demanda de dinero.

Partiendo de la identidad

$$MV = YP$$

donde  $M$  es la cantidad de dinero,  $V$  la velocidad del mismo,  $Y$  la renta y  $P$  los precios, Fisher describió el crecimiento de los precios como una relación con la renta y la cantidad de dinero ya que asumía que la velocidad de las transacciones es constante.

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta M}{M} - \frac{\Delta Y}{Y} \quad (1)$$

Esto implica tres cuestiones:

1. Los factores de producción y la función de producción determinan el nivel de producción.
2. La oferta monetaria determina el valor nominal de la producción (puesto que la velocidad es constante).
3. EL nivel de precios, es el cociente entre el valor nominal de la producción y el nivel de producción.

Por tanto, cualquier variación de la oferta monetaria debe provocar una variación proporcional del valor nominal de la producción estando ésta ya determinada y, por tanto, exclusivamente afectaría al nivel de precios un alza de la oferta monetaria.

Por consiguiente, la teoría cuantitativa del dinero establece que el banco central, que controla la oferta monetaria, tiene el control último de la tasa de inflación. Si el banco central mantiene estable la oferta monetaria, el nivel de precios se mantiene estable. Si eleva rápidamente la oferta monetaria, el nivel de precios sube rápidamente.

### **2.1.1 La impresión de dinero**

El Estado puede, cuando dispone de soberanía monetaria total (es decir, el Banco Central no es independiente de la autoridad política), financiar sus déficits a través de la impresión de dinero. Esto se denomina señoreaje en referencia al derecho de los señores feudales a acuñar dinero.

No obstante, esta impresión «gratuita» de dinero es, en realidad, un impuesto de la inflación.

Al imprimir dinero, el volumen de oferta monetaria aumenta lo que en relación con la teoría cuantitativa del dinero, provoca que el nivel de precios aumente también por lo que el valor real del dinero en circulación desciende, reduciendo la riqueza de los ciudadanos por lo que son realmente estos los que pagan la impresión «gratuita» de dinero.

## **2.2 La teoría keynesiana**

Si bien la economía neoclásica presenta la producción siempre en su óptimo, para los economistas keynesianos ésta suele estar por debajo de su máximo potencia. Uno de estos casos es el atesoramiento cuando el ahorro no es destinado a la inversión.

Debido a las rigideces de la economía, el empuje de la producción hacia su óptimo genera tensiones en los costes que hacen que los precios se eleven. Es decir, existe un trade-off entre empleo y control de la inflación.

Conforme la economía se acerca al pleno empleo, la curva de oferta keynesiana se hace más inelástica, siendo completamente vertical en el pleno empleo. Así, un crecimiento de la demanda agregada en este punto apenas tiene efectos sobre el nivel de producción pero sí sobre los precios.

Una expresión gráfica de este efecto es la denominada curva de Phillips que pone en relación la inflación y el desempleo, señalando que hay un nivel mínimo de desempleo a partir del cual, reducciones en el nivel de desempleo (es decir, recursos a políticas expansivas) se traducen únicamente en incrementos del nivel de precios.

## **2.3 La formación de expectativas. El monetarismo**

Milton Friedman criticó el análisis que se extraía de la curva de Phillips al señalar que los trabajadores, al negociar sus mejoras salariales, tendrían en cuenta el alza de los precios debido a la formación de las expectativas inflacio-

narias, rechazando por tanto la existencia de una «ilusión monetaria» en los trabajadores.

Por tanto, para los monetaristas, aún aceptando la existencia de un trade-off entre desempleo e inflación en el corto plazo, a largo plazo -que es cercano a causa de las expectativas- la formación de expectativas hace que cualquier incremento de la demanda agregada tenga exclusivamente un alza en el nivel de precios.

El enfoque de Friedman se basa en las expectativas adaptativas, es decir, las hipótesis sobre qué ocurrirá en el futuro se extrapolan respecto a lo que sucedió en el pasado y en el presente.

No obstante, Lucas y Sargent, entre otros, plantean que la formación de expectativas no es adaptativo sino racional, es decir, usan la información disponible y no sólo aquella que afecta a cada determinada variable.

Con este enfoque, las incorporaciones de la trayectoria de la inflación son prácticamente instantáneas por lo que el trade-off entre desempleo e inflación no existe, haciendo que cualquier política expansiva provoque un aumento de la inflación.

Sin embargo, para el monetarismo, al igual que para la perspectiva clásica de Fisher, aunque las políticas de demanda tengan influencia en el origen de la inflación, el crecimiento de esta es siempre y ante todo un fenómeno monetario ya que sólo se puede explicar cuando el incremento del dinero es superior al de la producción.

## **2.4 Aportes desde la oferta**

Otras explicaciones a las causas de la formación de procesos inflacionarios es la existencia de inflación ante la ausencia de mercados competitivos donde hay rigideces en la oferta.

Así, por ejemplo, se destaca la inflación como consecuencia del aumento de los costes de producción por la subida de los salarios sindicados; el aumento de los beneficios en economías cuyo sistema de precios sea el de mark-up; aumentos en los tipos de cambio y en los aranceles, lo cual repercute indefectiblemente en el nivel de precios de oferta.

## **2.5 La inflación como conflicto: Nueva Macroeconomía Keynesiana**

Para la Nueva Macroeconomía Keynesiana existen dos grupos sociales (empresarios y trabajadores) que aspiran a un salario real y un margen sobre el coste que les permita asegurarse una determinada distribución de la renta nacional.

**La fijación de salarios** Los salarios se fijan mediante un proceso de negociación sindical. Los trabajadores aspiran a un nivel de salario real que es una función inversa de la tasa de desempleo. Los sindicatos tratan de fijar un salario monetario que les permita alcanzar un salario real y para ello van a tener en cuenta el nivel esperado de precios en el periodo que dure el contrato salarial.

$$\frac{W}{P^E} = \phi(u) \quad \phi' < 0 \quad (2)$$

Si se supone que el nivel esperado de precios es igual al del periodo anterior (cuando se firma el contrato), y teniendo en cuenta la definición de la tasa de desempleo  $u \equiv \frac{N^{PE} - N}{N^{PE}}$  como ratio de la desviación del nivel de empleo respecto al nivel de pleno empleo, la ecuación anterior es

$$\frac{W}{P_{-1}} = \phi\left(\frac{N^{PE} - N}{N^{PE}}\right) \quad \phi' < 0 \quad (3)$$

**Precios** Las empresas fijan los precios a través de un mark-up sobre el coste medio variable. Suponiendo que sólo existe trabajo, tenemos que

$$P = (1 + \mu) \frac{W}{\theta} \quad (4)$$

Donde  $\theta$  es la productividad media del trabajo, que se supone dada. De esta forma podemos expresar el salario real como

$$\frac{W}{P} = \frac{\theta}{1 + \mu} \quad (5)$$

Si dividimos por el nivel de precios la ecuación de fijación de precios tenemos que

$$\frac{W/P}{\theta} = \mu \frac{W/P}{\theta} \quad (6)$$

Que indican las participaciones de trabajadores y empresarios en la renta nacional. Así, si consideramos exógeno el mark-up y la productividad, las discrepancias entre el trabajo y los empresarios son una pugna por la distribución de la renta nacional.

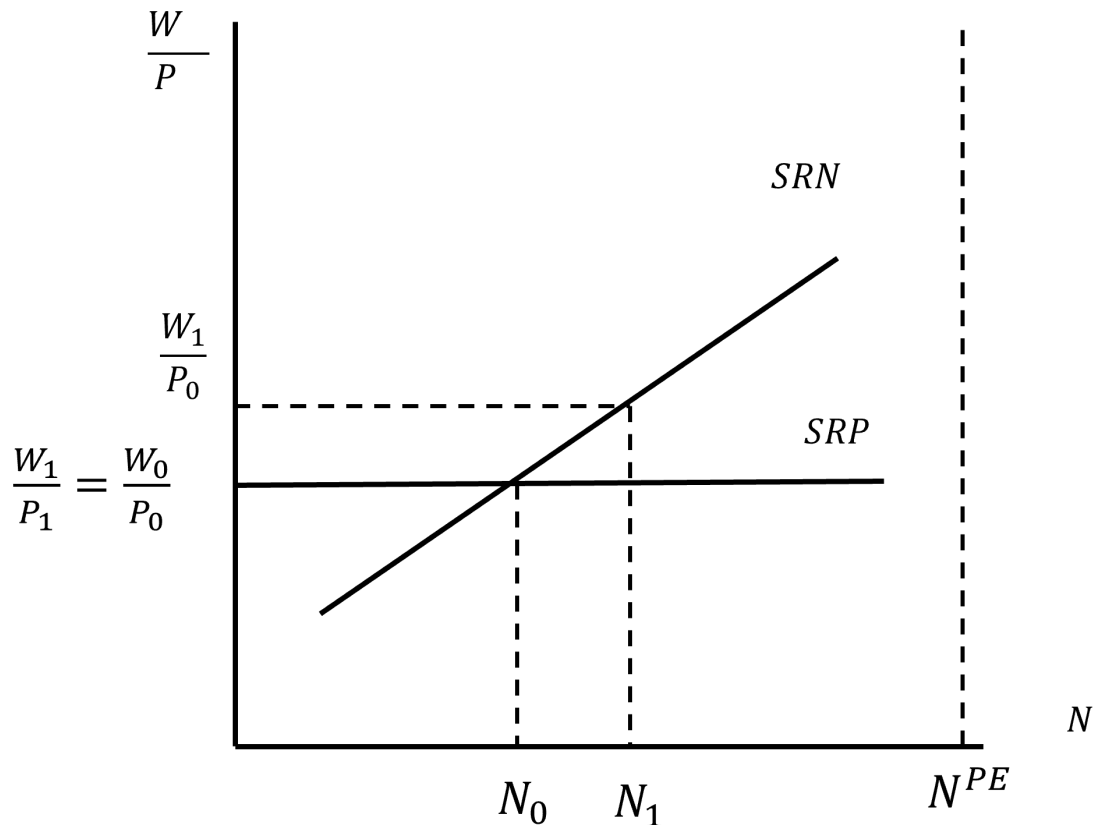
**Empleo** El nivel de empleo viene dado por  $N = \frac{Y}{\theta}$  donde la renta está dada por el nivel de demanda agregada del modelo IS-LM. Si representamos las curvas de negociación (SRN) y de fijación de precios (SRP), obtenemos que sólo existe un punto de equilibrio  $N_0$  para un determinado salario real  $W_0/P_0$ . Si, por algún motivo, la demanda agregada aumentase, esto se traduciría en un alza del empleo, pero para este nuevo nivel de empleo  $N_1$  la pugna entre ambos grupos ya no es compatible. Al haber menor desempleo, el poder sindical es mayor y logran un salario nominal más alto  $W_1$  que dado que los precios esperados no varían, se convierte en un salario real mayor.

Ahora bien, para el empresario, la decisión de precios no varía, y el salario real que ofrecería sería el mismo. Entrando en una contradicción. De este modo, un aumento de los precios haría subir el salario nominal negociado y, al mismo



tiempo, conseguir que el salario real se mantenga.

En el periodo siguiente, los sindicatos interiorizarán la subida de precios y pedirán un salario nominal más alto, para el nuevo precio que les permita conseguir el nivel de empleo  $N_1$ , respondiendo los empresarios con un alza en el precio de nuevo, poniendo en marcha un proceso inflacionista.



### 3 Los efectos de la inflación

En primer lugar debemos señalar que los efectos en general de la inflación son bastante controvertidos pues, de entrada, los efectos son complejos y difíciles de valorar al afectar de forma dispar a los agentes (siendo beneficiosos para unos en unos casos y perjudiciales para otros). No obstante, se suele considerar en general a la inflación como algo perjudicial por lo que la política económica suele tender a combatirla.

A la hora de evaluar los efectos de la inflación se deben tener en cuenta dos cuestiones previas: el grado en el que la inflación es anticipada o no por los agentes y si estos funcionan con criterios monetarios o reales (es decir, si sufren o no ilusión monetaria). Si se identifica que los agentes anticipan la inflación y tienen un comportamiento real, podrán defenderse contra los efectos no deseados de la inflación que anticipan reflejándola en sus contratos. Si padecen

ilusión monetaria y no anticipan la inflación (o, aun anticipandola, no pueden reflejarla en variables nominales), los efectos de la inflación van a ser mayores.

Supondremos, a la hora de detallar los efectos, que los agentes no padecen de ilusión monetaria.

### **3.1 Efectos de la inflación perfectamente anticipada**

Si la inflación es perfectamente anticipada, los contratos se establecerán conforme a la inflación esperada. De este modo, el sistema permanece prácticamente inalterado (los prestamos fijan un tipo de interés nominal que ya incorpore la inflación prevista, los salarios crecerán conforme a dicha inflación, el sistema impositivo variará en función del nivel de precios, etc.). Sin embargo existen algunos efectos, aunque son de pequeño calado:

#### **1. Disminución del uso de efectivo**

Al aumentar el coste de oportunidad derivado de su posesión, habrá un desprendimiento del efectivo hacia otros activos cuyos tipos de interés sí estarían subiendo a consecuencia de la inflación anticipada. Salvo en casos de fuerte inflación, el efecto es muy limitado (costes de suela de zapato. Mayores desplazamientos a ir al banco a por efectivo)

#### **2. Costes de cambio de menú**

Estos costes son los derivados de la variación de los precios de los productos o servicios. Al igual que los costes anteriores, salvo persistencia y elevación de la inflación, no son costes relevantes.

### **3.2 Efectos de la inflación imperfectamente anticipada**

Si la inflación no se anticipa perfectamente, por parte de los agentes (o no son capaces de reflejarla en las variables reales) además de los costes anteriormente señalados se enfrentarán a una serie de efectos adicionales:

#### **1. Efectos redistributivos de la renta y la riqueza entre grupos**

Si la inflación no se anticipa perfectamente, los agentes serían incapaces de compensar totalmente la pérdida de poder adquisitivo que supone la inflación. En particular, se ha argumentado que la inflación imperfectamente anticipada reduciría los salarios reales (por el lag de los salarios monetarios respecto a los precios) al tiempo que aumentan los beneficios empresariales.

Por otro lado, la inflación reduce el valor real de los activos fijados en términos nominales, por lo que si los acreedores no la anticipan perfectamente los tipos de interés no recogerían el alza de la inflación y se produciría una redistribución de la riqueza de los acreedores a los deudores. Este efecto (la transmisión de las variaciones de la tasa de inflación esperada al tipo de interés nominal, sin afectar al tipo de interés real) se conoce como efecto Fisher.

En cuanto a los grupos específicos que podrían verse afectados, las economías domésticas suelen jugar el rol de acreedoras mientras que las empresas y sector público suelen ser deudores netos. Igualmente entre generaciones, habría una afección más acusada en las personas más viejas frente a los más jóvenes, aunque

la indicación de las pensiones contribuiría a aminorar estos efectos.

El sector público, por su parte se ve beneficiado en tres vías:

- (a) La inflación reduce el valor real de la deuda pública. Este efecto tendría la contrapartida de reducir también los impuestos necesarios para financiar el servicio de la deuda, lo que beneficia más a los jóvenes y generaciones futuras
- (b) Si el sistema impositivo es progresivo y no está indiciado, la inflación aumenta la carga real que suponen los impuestos. Al aumentar la renta en términos nominales, provocaría alzas del tipo marginal más que proporcionales, reduciéndose la renta disponible de los contribuyentes.
- (c) La inflación proporciona un medio de financiación adicional al sector público ya que constituye un impuesto sobre la tenencia de saldos reales (señoraje). La impresión de dinero mediante creación de base monetaria que el sector privado añade a sus saldos iniciales con objeto de mantener constante el valor de los mismos provoca que

$$\dot{P} \frac{H}{P} \quad (7)$$

Donde  $\dot{P}$  es la tasa de inflación (el tipo del «impuesto») y  $BM/P$  el valor de la base monetaria en términos reales (la «base» del impuesto). La tasa de inflación es la tasa a la que debe crecer la base monetaria para tener constante su valor real

$$\frac{d(BM/P)}{dt} = \frac{1}{P^2} \left( P \frac{dBM}{dt} - BM \frac{dP}{dt} \right) = 0 \quad (8)$$

de forma que  $\dot{BM} = \dot{P}$ . El sector público recauda el impuesto inflacionista cuando adquiere bienes y servicios al sector privado, al que paga con el dinero que dicho sector añade a sus saldos nominales. La recaudación del señoraje es creciente con la tasa de inflación hasta un cierto límite en que al ser esta muy elevada, disminuye la demanda de saldos reales en mayor proporción. Esta forma de alza de la inflación puede ser muy elevada.

Los efectos en la redistribución de la riqueza como consecuencia de la inflación imperfectamente anticipada están en torno al 1% del PIB por cada 1% no anticipado del nivel de precios. La existencia de un ganador por cada perdedor hacen difícil valorar estos a nivel de agregado social.

- 2. Efectos sobre la asignación de recursos. La variabilidad de los precios relativos aumenta con la tasa de inflación debido a la diferente capacidad de respuesta de cada mercado y a la información imperfecta de los precios relativos por parte de los agentes. Ello a su vez lleva a cambios de asignación de los recursos en función de los precios relativos que no se ajustan con su valor real.
- 3. Efectos derivados de la incertidumbre. La incertidumbre llevaría, por un lado, a una modificación en el proceso de adquisición de activos en contra de los activos financieros y a favor de los reales (edificios, tierras, obras

de arte, etc.), considerados como más seguros ante la inflación y, por otra parte, un acortamiento del plazo de los contratos, lo que se manifestaría, por ejemplo, en la mayor frecuencia de las negociaciones salariales o en la aparición de préstamos a tipos de interés variable. Todo esto conllevaría a una tendencia a la reducción de la inversión en capital fijo.

4. Efectos sobre el nivel de actividad económica. Una tasa de inflación actual superior a la esperada provoca aumento de la producción y el empleo. Esta relación se expresa sobre la curva de Phillips ya comentada anteriormente. Sin embargo, las políticas basadas en la curva de Phillips empezaron a mostrar debilidad en los años 60, planteando la hipótesis de la tasa natural de desempleo lo que supone un límite al trade-off entre inflación y desempleo. De acuerdo con la Nueva Macroeconomía Clásica, sólo las sorpresas inflacionarias pueden empujar la actividad y el empleo, sin embargo los agentes terminarían «aprendiéndolas» y las sorpresas inflacionarias carecerían de impacto. La Nueva Macroeconomía Keynesiana, por su parte señala que la existencia de rigideces hacen que el aprendizaje no sea tan rápido y por tanto el uso de las sorpresas sí que puede ser de relevancia.

### 3.2.1 Efectos sobre el nivel de actividad desde el enfoque de la Nueva Macroeconomía Keynesiana

Para ver la relación entre la inflación y el empleo recurriremos a una modificación del modelo anteriormente expuesto de determinación salarial. Así, la ecuación de salario (2) podemos expresarla en términos de tasa de variación como el incremento relativo que supone el salario real negociado para el periodo actual frente al periodo anterior

$$\left(\frac{W}{P}\right) \equiv \dot{W} - \dot{P}^E = \frac{w^N - w_{-1}}{w_{-1}} \Rightarrow \dot{W} = \dot{P}^E + \frac{w^N - w_{-1}}{w_{-1}} \quad (9)$$

Supondremos por simplicidad que la tasa de desempleo se relaciona linealmente con el salario real negociado

$$w^N = \beta_0 - \beta_1 u \quad \beta_0, \beta_1 > 0 \quad (10)$$

y que el salario del periodo anterior coincide con el determinado por las decisiones de precios de las empresas  $w^P$

$$w_{-1} \equiv w^P = \frac{\theta}{(1 + \mu)} \quad (11)$$

Sustituyendo ambas expresiones en la tasa de variación del salario monetario se tiene que

$$\dot{W} = \dot{P}^E + \frac{1 + \mu}{\theta} (\beta_0 - \beta_1 u) - 1 \quad (12)$$

Podemos unificar las constantes y reescribir

$$\dot{W} = \dot{P}^E + \alpha_0 - \alpha_1 u \quad \alpha > 0 \quad (13)$$

siendo

$$\alpha_0 = \left[ \left( \frac{1+\mu}{\theta} \right) \beta_0 - 1 \right], \quad \alpha_1 = \left( \frac{1+\mu}{\theta} \right) \beta_1$$

La expresión (13) representaría una curva de Phillips ampliada con expectativas, esto es, una relación decreciente entre la tasa de variación del salario monetario y la tasa de desempleo, que se desplazaría ante variaciones de la tasa esperada de inflación. Retomando la ecuación de precios (4) y dado que  $\theta$  y  $\mu$  son constantes podemos definir

$$\dot{P} = \dot{W} \quad (14)$$

y, por tanto,

$$\dot{P} = \dot{P}^E + \alpha_0 - \alpha_1 u \quad (15)$$

donde se expresa una relación decreciente entre la tasa de inflación y la de desempleo, que se desplazará ante variaciones en la tasa esperada de inflación. En otras palabras, mientras la tasa de inflación corriente no coincida con la esperada, existirá un trade-off entre la inflación y el desempleo. Sin embargo esta opción nos lleva a un planteamiento aceleracionista.

Si suponemos una construcción de expectativas tomando en cuenta los precios del periodo anterior y haciendo que ésta se iguale a la corriente tenemos la tasa natural de desempleo no aceleradora de inflación (NAIRU)

$$u_N = \frac{\alpha_0}{\alpha_1} \quad (16)$$

Que introduciendola en la curva de Phillips tenemos

$$u - u_N = -\frac{1}{\alpha_1} (\dot{P} - \dot{P}_{-1}) \quad (17)$$

Lo que indica que la tasa de desempleo sólo podría ser inferior a la NAIRU si la tasa de inflación actual es superior a la del periodo anterior, es decir, si la tasa de inflación se incrementa continuamente.

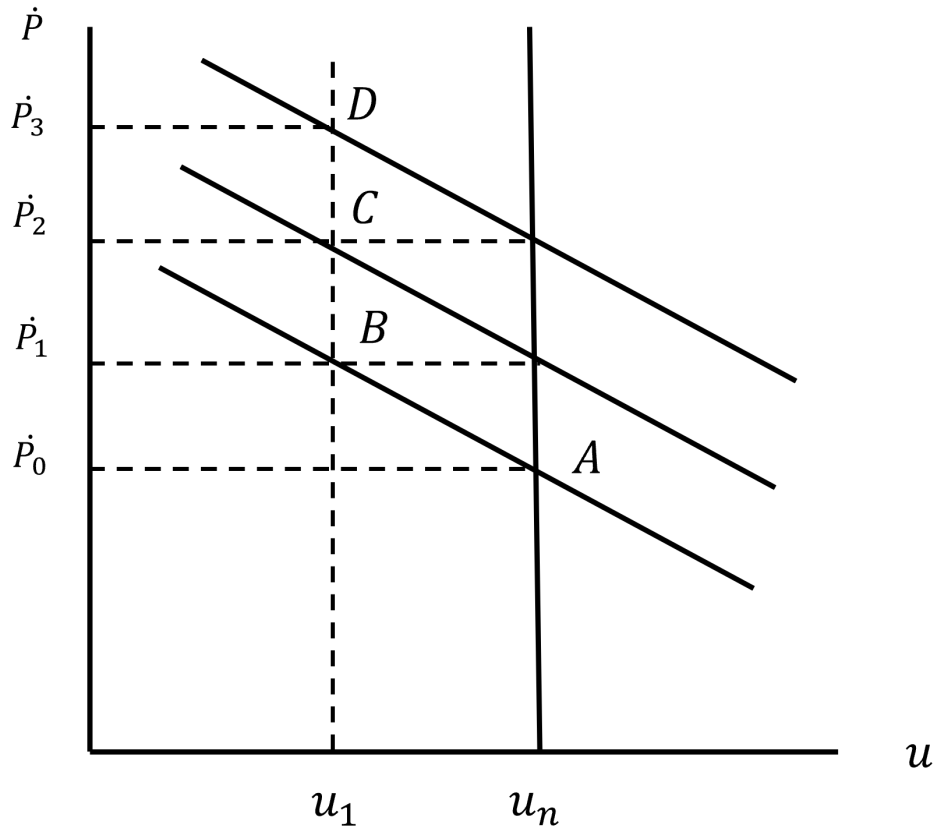
Sólo existe una única tasa natural de desempleo que es precisamente aquella que equilibra el salario negociado y el fijado por los empresarios tal que

$$u_N = \frac{\alpha_0}{\alpha_1} = \frac{\left[ \left( \frac{1+\mu}{\theta} \right) \beta_0 - 1 \right]}{\left( \frac{1+\mu}{\theta} \right) \beta_1} = \frac{\beta_0 - \frac{\theta}{1+\mu}}{\beta_1} = \frac{\beta_0 - w^P}{\beta_1} \quad (18)$$

de donde se tiene que

$$\beta_0 - \beta_1 u_N \equiv w^N(u_N) = w^P \quad (19)$$

Esta tasa sólo podría ser reducida mediante acciones en la oferta (disminuir el salario real negociado o aumentar el salario de decisión de precios de las empresas; desplazando a la izquierda las curvas de Phillips).



### 3.3 El fenómeno de la hiperinflación

La hiperinflación es el proceso por el cual la inflación encadena sucesivamente cambios positivos en un breve espacio de tiempo. Normalmente se suele considerar que una economía está en hiperinflación cuando la inflación crece por encima del 50% al mes.

La hiperinflación genera costes que elevan de forma cualitativa el problema de los costes de una inflación prevista. Así, los costes de menú o de suela de zapato se convierten en un escenario de hiperinflación en costes muy elevados socialmente. Así las empresas dedican mucho tiempo y energías en la gestión de su tesorería cuando el efectivo pierde su valor rápidamente. Al no dedicar este tiempo y energía a actividades más valiosas, como las decisiones de producción y de inversión, la hiperinflación hace que la economía funcione menos eficientemente.

Asimismo, durante las hiperinflaciones, los precios relativos no reflejan bien la verdadera escasez. Al variar los precios tanto y tan a menudo, es difícil para los clientes buscar el mejor precio. Unos precios muy volátiles y rápidamente crecientes pueden alterar la conducta de muchas maneras, siendo habitual el sobreaprovisionamiento.

Otro de los efectos nocivos que genera la hiperinflación es que, si bien el Estado salía beneficiado de un cierto nivel de inflación, cuando esta crece de forma rápida, esos beneficios se diluyen al existir periodos de devengo distintos de los de cobro ya que en el momento de cobro (generalmente, posteriores) el dinero ya ha perdido buena parte de su valor, reduciéndose los ingresos fiscales.

Una de las últimas consecuencias de la hiperinflación es la desaparición del dinero como unidad de cambio equivalente. Este, al tener que incrementar su cuantía consecutivamente (billetes cada vez con números más y más grandes) deja de tener un valor en sí mismo por lo que aparece el trueque como sustituto del dinero, ampliando los costes de transacción y reduciendo el control del Estado en la marcha de la economía.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

Tema 23. Política fiscal. Efectos a corto plazo de la política fiscal: la política fiscal estabilizadora. Saldo presupuestario nominal, cíclicamente ajustado y estructural. Efectos a largo plazo de la política fiscal sobre el crecimiento y el ahorro.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social



# 1 Introducción

El Estado controla aproximadamente, en España, el 40% del PIB anual en el conjunto de las administraciones. Si bien buena parte de esos gastos están comprometidos y anclados, la capacidad del Estado para activar o congelar la economía es elevada incluso en el marco de las limitaciones al déficit público que marcan los distintos acuerdos europeos. Dentro de las funciones básicas del Estado (redistribución, asignación y estabilización), el gasto público a través de su política fiscal, juega un papel crucial en la alteración del ciclo económico.

## 2 La política fiscal en el corto plazo

A pesar de que la política fiscal ha sido generalmente observada a través del modelo DA-OA preconizado en el marco de la economía keynesiana, las aportaciones de la Nueva Macroeconomía Clásica en la década de los 80 y 90 y la réplica de la Nueva Macroeconomía Keynesiana han puesto sobre la mesa dos formas distintas de interpretar el papel de la política fiscal. Por ello, en primer lugar expondremos someramente los fundamentos de ambos modelos y plantearemos la acción de la política fiscal en ellos.

### 2.1 La función de oferta de la Nueva Macroeconomía Clásica

La Nueva Macroeconomía Clásica se diferencia de la perspectiva clásica, fundamentalmente, en la oferta de trabajo. En la NMC se supone que los agentes operan en un contexto de incertidumbre por lo que los trabajadores no saben a ciencia cierta cuál será el salario real que obtendrán en el mercado de trabajo. Por ello, la oferta de trabajo se hará en función del salario real esperado por los trabajadores.

La oferta de trabajo se obtiene a través de un problema de maximización de la utilidad de los trabajadores que depende positivamente de la renta y el ocio y que está sujeta a la restricción de que la renta es igual al salario real esperado por el número de horas trabajadas.

La suma horizontal para todos los individuos de la economía proporcionaría una función agregada de oferta de trabajo como

$$\frac{W}{P^E} = g_c(N) \quad g'_c > 0 \quad (1)$$

La curva de demanda es similar a la del modelo keynesiano donde es el salario real el que determina las horas de trabajo

$$\frac{W}{P} = f(N) \quad f' < 0 \quad (2)$$

El encuentro de ambas funciones da el nivel de trabajo y salario, que dependen de los precios reales y los esperados.

Esto permite construir una función de oferta agregada tal que

$$Y = SA(P, P^E, K_{-1}) \quad \frac{\partial SA}{\partial P} > 0, \quad \frac{\partial SA}{\partial P^E} < 0, \quad \frac{\partial SA}{\partial K_{-1}} > 0, \quad (3)$$

La pendiente de la curva de oferta agregada del modelo NMC viene dada por

$$\frac{dP}{dY}|_{SA} = \frac{P}{W} \frac{(P^E g'_c - P f')}{Y_N} > 0 \quad (4)$$

con signo positivo, lo que implica que un aumento del nivel de precios reduce el salario real observado, lo que hace aumentar la demanda de trabajo, mientras que la oferta de trabajo no se alteraría, dado el nivel esperado de precios; en consecuencia, aumentarían el nivel de empleo y (a través de la función de producción agregada) el nivel de producción.

Sin embargo, a diferencia del modelo keynesiano, además del stock de capital obsoleto también debe tenerse en cuenta el nivel esperado de precios. De esta manera, un aumento de éste llevaría a un desplazamiento de la curva de oferta agregada hacia la izquierda, pues se reduciría el salario real esperado y, por tanto, la oferta de trabajo, descendiendo en consecuencia los niveles de empleo y producción.

Por otra parte, y además de los desplazamientos debidos a variaciones en el nivel esperado de precios y stock de capital, la curva de oferta agregada del modelo NMC se desplazaría en general hacia la derecha en todos aquellos casos que significasen un aumento del nivel de producción.

Dado que, en valor absoluto las elasticidades del valor de producción con respecto a los niveles observado y esperado del nivel de precios son iguales, la curva de oferta agregada del modelo NMC se puede escribir como

$$Y^S = SA\left(\frac{P}{P^E}, K_{-1}\right) \quad \frac{\partial SA}{\partial (P/P^E)} > 0, \quad \frac{\partial SA}{\partial K_{-1}} > 0 \quad (5)$$

que quiere decir que el nivel de producción es una función de la discrepancia entre los valores esperados y observados, de forma que cuando estos coincidan, el único determinante de la producción es la condición tecnológica, siendo la oferta una curva vertical sobre el nivel de producción de equilibrio.

El método de formación de expectativas es el de expectativas racionales.

La propuesta de la NMC es que la oferta se coloque siempre sobre el nivel de producción a largo plazo, salvo en el caso de que los agentes se viesen sorprendidos y se equivocasen en el valor asignado al nivel de precios esperados. Ese desplazamiento sería breve y rápidamente corregido por los agentes.

## 2.2 La curva de oferta NeoKeynesiana

El modelo de la Nueva Macroeconomía Keynesiana se diferencia del modelo keynesiano estándar en la curva de oferta. Esta curva de oferta sufre de rigidez en precios por lo que el ajuste no es inmediato dentro del mercado de trabajo. Dependiendo del enfoque para la fijación de precios por parte de sindicatos o salarios de eficiencia, pero se puede resumir un proceso de maximización de la utilidad de los trabajadores que da lugar a una ecuación de salarios con la forma

$$\frac{W}{P^E} = \Psi(N, \gamma), \quad \frac{\partial \Psi}{\partial N} > 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial \gamma} > 0 \quad (6)$$

donde  $\gamma$  expresa el conjunto de variables institucionales que tienen un efecto positivo sobre el salario real negociado por los sindicatos (indemnizaciones, subsidios y el impacto de impuestos). El equilibrio en el mercado de trabajos viene del encuentro de una ecuación de precios, donde se asume que las empresas fijan precios con un determinado mark-up sobre el coste medio del trabajo y su comportamiento sigue la maximización del beneficio, y una última ecuación de empleo que determina que el nivel de empleo es una proporción de la renta  $N = \frac{Y}{\theta}$  donde  $\theta$  es la productividad. La unión de estas ecuaciones dan lugar a una curva de oferta tal que

$$P = SA(Y^S, P^E, \theta, \mu, c_{SSF}, \gamma) \quad c_{SSF} = \text{porcentaje de cotización a SS} \quad (7)$$

donde

$$\frac{\partial SA}{\partial Y^S} > 0, \quad \frac{\partial SA}{\partial P^E} > 0, \quad \frac{\partial SA}{\partial \theta} < 0, \quad \frac{\partial SA}{\partial \mu} > 0, \quad \frac{\partial SA}{\partial c_{SSF}} > 0, \quad \frac{\partial SA}{\partial \gamma} > 0, \quad (8)$$

La formación de precios en este caso no responde a expectativas racionales, sino a el valor retardado del precio, lo que implica una inercia nominal en el proceso de negociación de los salarios. En el modelo NMK, las condiciones de competencia imperfecta van a dar lugar a un menor nivel de producción para el que existirá desempleo involuntario. Del mismo modo, el grado de inercia nominal, implicará que las perturbaciones tengan efectos transitorios sobre el nivel de renta.

## 2.3 La demanda agregada

El análisis propuesto por Keynes fue desarrollado y concretado gráficamente por John Hicks en las curvas IS-LM que ponen en relación la curva del mercado de bienes y la curva del mercado de dinero dentro de un par de ejes cartesianos para la producción y el tipo de interés que son las variables endógenas de dicho marco.

### 2.3.1 La curva IS

La curva IS muestra las combinaciones de ofertas y demandas del mercado de bienes. Es decir, expresa sus puntos de equilibrio. Prescindiendo del mercado exterior, se puede decir que el total de la producción es igual al consumo más la inversión más el gasto público (todos ellos en términos reales).

Donde el consumo depende positivamente de la renta disponible, negativamente del tipo de interés y positivamente del ahorro.

La inversión depende positivamente de la renta y negativamente del tipo de interés.

Todo ello en términos reales, al suponer que los precios no varían, siendo la inversión la inversión planeada. Por tanto, el mercado de bienes estará en equilibrio cuando

$$Y = C[(1 - t)Y + TR; r; K_{-1} + H_{-1}/P + B_{-1}/P + I(Y, r) + G \quad (9)$$

1

Diferenciando esa expresión respecto a  $Y$  y a  $r$  se tiene la pendiente de la curva IS

$$\left. \frac{dr}{dY} \right|_{IS} = \frac{1 - \frac{\partial C}{\partial Y_D}(1 - t) - \frac{\partial I}{\partial Y}}{\frac{\partial C}{\partial r} + \frac{\partial I}{\partial r}} < 0 \quad (10)$$

donde si la propensión marginal a consumir sobre la renta y la propensión marginal a invertir sobre la renta son menores que la unidad y la pendiente es por tanto negativa.

La curva IS se desplazará paralelamente cuando varíe algún término autónomo de las funciones de consumo o inversión, mientras que la pendiente variará cuando se modifique algún parámetro de dichas funciones. En este sentido, una variación del gasto público dará lugar a un desplazamiento paralelo mientras que si el instrumento de política fiscal usado es el tipo impositivo habrá un cambio en la pendiente.

Los puntos a la derecha de la curva IS representan situaciones de exceso de oferta de bienes, o, lo que es equivalente, de ahorro superior a la inversión.

**El multiplicador del gasto público** El Estado puede intervenir en la determinación del nivel de renta a través de la compra de bienes y servicios. Su participación en los incrementos de la renta, sin embargo, es mayor que proporcional. Esto es debido al multiplicador del gasto público.

En el marco keynesiano, dado que la función de consumo es una fracción de la renta real, el aumento del gasto público con su consecuente elevación de la renta real provoca que, a la vez, aumente el gasto privado en consumo.

---

<sup>1</sup> Las letras  $H$  y  $B$  hacen referencia a la base monetaria (activos financieros) y a los bonos públicos en posesión de los agentes, respectivamente

El gasto público puede expresarse de dos formas, bien a través del consumo o inversión pública o bien a través de las transferencias que el Estado realiza a los hogares.

Si incluimos una modificación del Consumo Público podemos expresar la renta como una diferencia entre dos estados de equilibrio ( $Y_1, Y_2$ ) con dos gastos distintos. La variación de las rentas será igual a la variación del gasto público multiplicada por una constante que es en efecto el multiplicador del Consumo Público

$$k_{CPB} = \frac{1}{1 - PMC(1 - t)} \quad (11)$$

Igualmente podemos abordar el aumento de la renta en función de las variaciones en las transferencias, que afectan al consumo, así la expresión de este multiplicador es

$$k_{TR} = \frac{PMC}{1 - PMC(1 - t)} \quad (12)$$

Donde PMC es la propensión marginal al consumo. El multiplicador de las transferencias es menor que el del gasto público, dado que una parte de las transferencias no se consume.

**El multiplicador de los impuestos** El Gasto Público eleva la renta en una proporción mayor a su desembolso, sin embargo los impuestos tienen un efecto inverso cuando se elevan (aunque operan en el mismo sentido cuando se reducen). Así, dado que el consumo es una fracción de la renta disponible -es decir, de la renta menos los impuestos-, una reducción de los impuestos provocará, también, un aumento de la renta total.

En este caso, el multiplicador de los impuestos podemos definirlo como

$$\frac{\Delta Y}{\Delta T} = \frac{-PMC}{(1 - PMC)}$$

donde se observa que el efecto de un alza de los impuestos es negativo sobre la propensión marginal al consumo.

Esta elevación del nivel de equilibrio en la producción se traslada en un desplazamiento a la derecha de la curva IS.

**El efecto crowding-out y crowding-in** El desplazamiento de la curva IS provoca en el modelo IS-LM una elevación de la renta, pero también del nivel de tipos de interés a corto plazo, lo que contrae la inversión privada y, en consecuencia, el nivel de renta es menor que el que cabría esperar de la conjunción de gasto efectivo y el planeado.

Una característica particular del efecto de la política fiscal en el comportamiento de los agentes es el llamado efecto crowding-out, el cual consiste en la expulsión de las inversiones privadas en detrimento de las públicas.

Al recurrir el Estado a políticas de gasto que habitualmente deben ser sufragadas con deuda pública, los inversores tienen fuertes incentivos -por los tipos de interés, garantías, etc.- a preferir adquirir títulos de deuda del Estado provocando una disminución de la inversión privada. Este es el efecto crowding-out o expulsión.

No obstante, existe debate sobre si el Estado expulsa a los inversores privados o simplemente expulsa cierto tipo de inversiones (generalmente, infraestructuras de gran calado) y, a la vez, atrae a nuevos inversores gracias a la mejora de las perspectivas económicas. El efecto por el cuál los inversores acuden gracias a la elevación prevista de sus rentabilidades es el llamado crowding-in o atracción.

### 2.3.2 La función de demanda

De la curva IS, cuya expresión es

$$Y = \frac{C^o + cTR + I^o - ir + G}{1 - c(1 - t)} \quad (13)$$

y la curva LM, que relaciona el equilibrio en el mercado de dinero, a través de las relaciones de renta y tipo de interés tal que

$$r = \frac{kY - \frac{L^s}{P}}{l} \quad (14)$$

con  $k$  como la sensibilidad de la demanda de dinero a la renta y  $l$  al tipo de interés.

Sustituyendo ésta en aquella tendríamos la curva de demanda agregada

$$Y = \frac{C^o + cTR + I^o - \frac{i}{l} \frac{L^s}{P} + G}{1 - c(1 - t) + \frac{i}{l} k} \quad (15)$$

cuya pendiente es

$$\left. \frac{dP}{dY} \right|_{DA} = - \frac{1 - c(1 - t) + \frac{i}{l} k}{\frac{i}{l} \frac{L^s}{P^2}} \quad (16)$$

Que para el modelo más general podemos resumir como

$$Y^d = DA(P, t, TR, G, L^S) \quad (17)$$

$$\frac{\partial DA}{\partial P} < 0, \quad \frac{\partial DA}{\partial t} < 0, \quad \frac{\partial DA}{\partial TR} > 0, \quad \frac{\partial DA}{\partial G} > 0, \quad \frac{\partial DA}{\partial L^S} > 0 \quad (18)$$

La pendiente de la demanda agregada tendrá signo negativo: un mayor nivel de precios llevará a un menor nivel de demanda agregada al reducirse las demandas privadas de consumo e inversión vía un mayor tipo de interés ocasionado por los menores saldos reales de dinero. La pendiente de la curva de demanda agregada sería tanto mayor en valor absoluto cuando:

1. Menor sea el multiplicador del gasto autónomo
2. Menores sean las sensibilidades del consumo y la inversión con respecto al tipo de interés
3. Mayor sea la sensibilidad de la demanda de dinero con respecto al nivel de renta
4. Mayores sean las sensibilidades de la demanda y la oferta de dinero respecto al tipo de interés.

La función de demanda se desplaza hacia la derecha cuando

1. Un aumento del nivel de gasto público
2. un descenso del tipo impositivo o un aumento de las transferencias
3. Un incremento exógeno del consumo o la inversión.
4. Un aumento de la oferta monetaria
5. Una disminución exógena de la demanda de dinero

## **2.4 Los efectos a corto plazo**

Expuestos los fundamentos de la demanda y de la oferta agregada, conviene analizar qué ocurriría según los modelos de una y otra escuela de pensamiento económico ante una actividad del sector público.

### **2.4.1 Nueva Macroeconomía Clásica**

Supongamos una política de demanda expansiva perfectamente anticipada por los agentes en forma de aumento del gasto público. En primer lugar, por el efecto de la curva IS habría un alza del tipo del interés. En cuanto a la relación con la demanda agregada y la oferta agregada, se produciría un desplazamiento a la derecha de la DA, lo que llevaría a un exceso de DA que empujaría al alza el nivel de precios y reduciría en consecuencia el salario real, aumentando la demanda de trabajo. En caso de la anticipación perfecta, el nivel esperado de precios aumentaría inmediatamente en la misma proporción que el observado, descendiendo el salario real esperado y por tanto la oferta de trabajo.

El consiguiente exceso de demanda en el mercado de trabajo llevaría a un aumento del salario monetario en la misma proporción que el nivel de precios, por lo que no habría alteración ni del salario real ni del nivel de empleo ni de producción. El ajuste sería prácticamente automático, a través de la reducción de los saldos reales de dinero por el mayor nivel de precios.

**No anticipada** Si no fuese anticipada la política fiscal expansiva, el nivel de precios esperados seguiría siendo el mismo, de manera que el salario real esperado y la oferta de trabajo no experimentarían alteración alguna. De esta manera, la mayor demanda de trabajo a consecuencia del descenso en el salario real, llevaría a un incremento de los niveles de empleo y producción. Esta nueva situación no es un equilibrio de largo plazo pues los agentes reajustan el error realizado y revisarían al alza sus expectativas, reduciendo su oferta de trabajo y aumentando el salario monetario para recuperar el nivel de salario real.

En conclusión, cualquier propuesta de actividad fiscal del sector público sirve únicamente para alzar el nivel de precios.

Dado que la economía se mueve permanentemente en el nivel de largo plazo, carece de sentido la existencia de una política fiscal estabilizadora y los propios mecanismos de ajuste del modelo mueve las curvas para volver al estado original.

#### **2.4.2 La nueva Macroeconomía Keynesiana**

Una expansión fiscal supondría, igualmente, un desplazamiento de la curva de demanda agregada a la derecha, provocando un exceso de demanda, traducéndose en desacumulación de existencias, sin variar el nivel de precios por la rigidez. Posteriormente, el nivel de producción aumentaría con objeto de hacer frente a la mayor DA, aumentando el nivel de empleo (por la proporcionalidad asumida). Ahora bien, este mayor empleo refuerza el poder de los sindicatos por lo que habría una demanda de mayor salario monetario. Sin embargo para las empresas el nivel de salarios reales se debe mantener, por lo que alzarían los precios, retrocediendo la DA vía menores saldos reales de dinero hasta un nivel superior al de origen pero inferior al del primer shock.

En el siguiente periodo, la incompatibilidad entre trabajadores y empresarios sigue existiendo, volviendo a trasladar integramente a los precios el salario negociado (desplazándose la curva de oferta hacia arriba) y, en consecuencia, volvería a desplazarse la curva de demanda agregada hacia la izquierda. Reduciéndose el nivel de empleo, la producción, y alzándose el nivel de precios. Esto volvería a suceder hasta que la economía volviese a su punto de equilibrio, pero a mayores precios.

En resumen, una política de demanda expansiva en el modelo NMK habría dado lugar a un aumento inicial de los niveles de renta y empleo que se iría revirtiendo poco a poco, volviendo a su nivel de equilibrio en el largo plazo.

Sin embargo, los efectos de una perturbación de demanda sobre los niveles de producción y empleo podrían permanecer durante un periodo de tiempo más largo (incluso en el largo plazo) en presencia del fenómeno conocido con el nombre histéresis, que viene a implicar que el nivel de empleo de equilibrio depende de su propia historia reciente, por el cual una variación de un nivel de equilibrio puede llevar a un nivel de equilibrio distinto.

En este sentido, al estar la economía en redefinición de sus propios equilibrios y al tener una persistencia duradera, la política fiscal puede tener sentido económico.



## 2.5 La función estabilizadora

Los ciclos económicos pueden ser definidos como las variaciones de una economía respecto a su valor potencial. Esta brecha de producción se denomina output gap. Se suele expresar en términos porcentuales y puede ser positivo (la economía está por encima de su nivel potencial) o negativo (la economía está por debajo), lo que genera los ciclos económicos.

Las Administraciones Públicas desarrollan dos funciones principales en la economía: redistribuir la renta y la riqueza nacionales, mediante impuestos y transferencias, y producir servicios no destinados a la venta para la colectividad, realizando gastos de inversión y de consumo. En su función redistributiva de la renta, la política fiscal tiene efectos estabilizadores si, a través del sistema de impuestos y transferencias, consigue que la renta disponible del sector privado fluctúe en menor proporción que la renta nacional a lo largo del ciclo económico; es decir, si atenúa las fluctuaciones de la renta disponible del sector privado, contribuyendo a sostenerla en fases de recesión y a limitar su crecimiento en fases de expansión.

Esto puede expresarse como que los ingresos públicos tienen efectos estabilizadores (neutros o desestabilizadores) si su peso en el producto es una función creciente (constante o decreciente) del producto; los gastos públicos tienen efectos estabilizadores (neutros o desestabilizadores) si su peso en el producto es una función decreciente (constante o creciente) del producto; el saldo presupuestario (ingresos menos gastos) tiene efectos estabilizadores (neutros o desestabilizadores) si su peso en el producto es una función creciente (constante o decreciente) del producto.

Formalmente, podemos generalizar lo anterior usando una función diferenciable arbitraria que expresa la dependencia de una variable cualquiera  $V$  con respecto al nivel de output  $Y$ . Diferenciando la función media con respecto a  $Y$  tenemos

$$\frac{d(V/Y)}{dY} = (V' - \frac{V}{Y})(\frac{1}{Y}) = (\epsilon - 1)(\frac{V}{Y})(\frac{1}{Y}) \quad (19)$$

Donde  $\epsilon = (\frac{dV}{dY} \frac{Y}{V})$  es la elasticidad de  $V$  con respecto a  $Y$ .

El término  $(V' - \frac{V}{Y})$  es la sensibilidad cíclica de  $V$  con respecto al producto. Si es un ingreso público o el saldo presupuestario positivo, tendrá efectos estabilizadores cuando la sensibilidad cíclica sea positiva. Y si es un gasto, tendrá efectos estabilizadores si su sensibilidad cíclica es negativa.

De acuerdo con el marco keynesiano, el gasto público y los impuestos pueden reducir el output gap aumentando el gasto o reduciendo los impuestos en aquellos momentos en los que la producción esté por debajo del potencial y contener el gasto y/o aumentar los impuestos cuando la economía esté por encima de su nivel de producción óptimo.

Así pues, dentro del marco Clásico, como la producción está permanentemente en su nivel óptimo, los shocks pueden verse mitigados con el establecimiento de reglas (estabilizadores automáticos) porque son de ajuste rápido,

perfectamente identificables y no suponen ninguna distorsión añadida.

El modelo nekeynesiano es más ambicioso, admitiendo la necesidad de una política activista para ajustar la economía. Un incremento del gasto en una fase expansiva, por ejemplo, supondría un encarecimiento de los precios sin tener afectaciones sobre el nivel de producción haciendo que la economía en su conjunto se sobredimensione elevando la banda de fluctuación, haciéndola menos suave y sentando las bases para una contracción de mayor calado. Además, si el Estado recurre sistemáticamente al alza del gasto público, incluso durante los periodos expansivos, es probable que se vea sin instrumentos suficientes para la reacción en el periodo de crisis.

### **2.5.1 Los estabilizadores automáticos**

Dentro de la batería de instrumentos de que dispone el Estado para la suavización del ciclo, los estabilizadores automáticos cumplen una función prácticamente instantánea frente a los discrecionales.

Los estabilizadores automáticos son aquellos mecanismos de ajuste fiscal que reaccionan directamente al ciclo a través de una actuación anticíclica. Estos son, fundamentalmente, los impuestos que gravan de forma progresiva la renta (ya sea empresarial o del trabajo) y los subsidios de desempleo.

Ante una minoración de la renta, los impuestos progresivos reaccionan automáticamente suavizando la carga impositiva del mismo modo que ante un aumento de la población en desempleo los subsidios aumentan el gasto público y, por tanto, la renta agregada.

Del mismo modo, en picos de expansión del ciclo, los impuestos progresivos actuarán en un sentido contrario mientras que el volumen de gastos públicos como consecuencia del número de desempleados será menor.

En el análisis teórico de los efectos estabilizadores de la política fiscal se distingue con facilidad entre efectos discrecionales, que se producen como consecuencia de un cambio de las variables que controlan las autoridades (por ejemplo, una expansión del gasto) y efectos automáticos que ocurren como resultado de las fluctuaciones del nivel de actividad económica, manteniéndose constantes las variables que controlan las autoridades. No obstante, en el análisis aplicado es muy difícil, separar ambos tipos de efectos.

## **3 El saldo presupuestario**

Dado que la política fiscal es la política que ejerce el gobierno a través de la expansión o contracción de su gasto e ingresos, el saldo presupuestario emite información sobre cuál está siendo el rol del Estado en el momento actual del ciclo. No obstante, es posible que el gasto público esté influido por buena parte de los gastos públicos que son invariantes respecto al ciclo y que, por tanto, reducen la eficacia del Estado en su labor estabilizadora.

### 3.1 Saldo presupuestario nominal

El saldo presupuestario nominal recoge el conjunto de gastos e ingresos de un Estado. Su medición depende del tipo de gastos e ingresos que se computen. Se distinguen cuatro tipos de saldos presupuestarios nominales, siendo el saldo no financiero el que se suele usar en sentido estricto.

1. Saldo no financiero. Capacidad o necesidad de financiación.

El saldo no financiero se refiere a la diferencia de entre los ingresos y los gastos no financieros y coincide con el saldo de la cuenta de capital.

2. Saldo primario.

El saldo primario tiene en cuenta el saldo no financiero y, además, le imputa la carga neta de intereses de la deuda pública.

3. Capacidad o necesidad de endeudamiento (variación de pasivos financieros).

Este saldo es más amplio que el no financiero y representa el importe por el que el Sector Público debe endeudarse para atender todas sus operaciones, ya sean corrientes o de capital o financieras.

4. Capacidad o necesidad de financiación excluida la inversión.

Esta medida del saldo presupuestario tiene su razón de ser en la idea de que es aceptable mantener un déficit si este se traduce en un aumento de la inversión pública por lo que su uso está relacionado con la aplicación de la llamada regla de oro de las finanzas públicas.

### 3.2 El saldo cíclicamente ajustado y estructural

Del saldo presupuestario nominal se puede inferir la existencia de una parte que está influido directamente por el ciclo económico (el saldo cíclico o coyuntural) mientras que la otra parte es aquella que, de algún modo, el gobierno puede controlar (el saldo estructural). Así, dentro de una batería de medidas ante un shock, la parte estructural vendría a suponer el gasto discrecional del gobierno frente a la parte cíclica que es aquella que se debe a la actuación de los estabilizadores automáticos.

El saldo ajustado del ciclo es un paso intermedio, una vez queda descontado el impacto del ciclo económico. De esta magnitud es necesario detraer el saldo no recurrente para obtener el saldo estructural.

La Ley de Estabilidad Financiera y Sostenibilidad Financiera plantea que el déficit estructural deberá ser 0, aunque deja abierta la posibilidad de incurrir en déficit estructural cuando las operaciones tengan efectos a largo plazo.

#### 3.2.1 La medición

Una de las principales problemáticas que enfrenta la medición del saldo estructural o ajustado por el ciclo es la definición del óptimo de la economía o producción estimada potencial, pues esta desviación es la que permite concretar el déficit coyuntural como una función del output gap en base a las elasticidades de ciertas variables como

reacción del ciclo y, a partir de este y el total, hallar el déficit estructural.

Hasta ahora, la metodología utilizada por los países de la UE, entre ellos España tal como figuraba en el anexo II de la Orden ECC/2741/2012, de 20 de diciembre, se basaba en el concepto de «sensibilidad» de las finanzas públicas al ciclo económico, lo que equivalía a expresar el saldo estructural en porcentaje del PIB observado en lugar del PIB potencial. La metodología revisada por la Comisión Europea implica sustituir el concepto de «sensibilidad» por el de «semielasticidad» en el cálculo del saldo presupuestario cíclico, a partir del cual se deriva el saldo estructural y sus componentes de ingresos y gastos. En consecuencia, formalmente, se pasa de la elasticidad que en una función  $y=f(x)$ , será igual al cociente de variaciones porcentuales de  $y$  y de  $x$  ( $\% \Delta y / \% \Delta x$ ), a la semielasticidad que es igual a  $\% \Delta y / \Delta x$ , esto es, la variación porcentual de  $y$  por unidad de aumento de  $x$ . La nueva metodología viene dada por la Orden ECC/1556/2016

**Output gap** Para el cálculo del output gap es habitual tomar la función de producción de estilo Cobb-Douglas. A cada uno de los componentes se les ajusta el valor potencial.

1. Para  $L$ ,  $L_{pot} = POB \cdot PART_{pot} \cdot (1 - NAWRU) \cdot H_{pot}$

(a) POB es la población en edad de trabajar (15-64 años),  $PART_{pot}$  la tasa de actividad potencial,  $H_{pot}$  el número de horas potenciales trabajadas al año por ocupado y NAWRU la tasa de desempleo no aceleradora de los salarios.

(b) A su vez, la tasa de participación y el número de horas potenciales se obtienen aplicando un filtro de Hodrick-Prescott (HP) a la tasa de actividad y al número de horas trabajadas al año por trabajador, respectivamente, mientras que la NAWRU se estima como componente no observable en una curva de Phillips que incluye como regresores la aceleración de la participación de los salarios en el PIB, la productividad del factor trabajo y los términos de comercio definidos como la diferencia entre las tasas de crecimiento de los deflatores del PIB y del consumo privado.

2. Para  $K$ , se aplica la ecuación dinámica de acumulación del modelo de Solow, dado que se asume que el potencial coincide con el observado

3. Por último, la productividad total de los factores potencial se determina extrayendo cada año la productividad total de los factores observada a partir de los valores del PIB, stock de capital y trabajo, y se estima su tendencia utilizando.

**Semielasticidades** Para descomponer el saldo presupuestario en sus componentes cíclico y estructural, siguiendo la metodología de la Comisión Europea, primero se obtienen las semielasticidades de los ingresos y de los gastos públicos.

La semielasticidad de los ingresos vendrá dada por la siguiente expresión

$$\epsilon_I = (\eta_I - 1) \frac{I}{Y} = \sum_{i=1}^5 (\eta_{I_i} \frac{I_i}{I} - 1) \frac{I}{Y}$$

Donde la semielasticidad de los ingresos es una función de la elasticidad del nivel de ingresos respecto del output gap  $\eta_R$  ponderada por las elasticidades individuales de las cinco elasticidades individuales respecto a la brecha de producción de las categorías de ingresos  $\eta_{R,i}$  (IRPF, IS, Impuestos indirectos, Cotizaciones e Ingresos no impositivos), usando el peso de cada una en el total de ingresos. Se considera nula la elasticidad de los ingresos no impositivos por su poca significancia estadística.

La semielasticidad de los gastos viene dada por la expresión

$$\epsilon_G = (\eta_G - 1) \frac{G}{Y} = (\eta_{Gu} \frac{G_u}{G} - 1) \frac{G}{Y}$$

donde la única categoría de gasto sensible al ciclo es la prestación por desempleo.

La semielasticidad del saldo es la diferencia entre ambas semielasticidades que, multiplicadas por el OG como porcentaje del PIB potencial da el saldo cíclico en términos del PIB nominal.

El saldo ajustado al ciclo es la diferencia entre el saldo observado y el saldo cíclico, donde el saldo estructural se obtiene como la exclusión de los ingresos no recurrentes y la inclusión de los gastos no recurrentes a dicho saldo ajustado al ciclo.

## 4 Los efectos a largo plazo de la política fiscal en el crecimiento y el ahorro

En el largo plazo los precios se consideran totalmente flexibles y las economías están ajustadas a su potencial, por lo que la oferta es totalmente vertical. En este caso, y asumiendo como válido el modelo IS-LM, una política expansiva del gobierno en materia fiscal conlleva simplemente un alza en el nivel de precios sin afectar al ritmo de crecimiento económico. Como se ha expuesto antes, salvo en el caso de una histéresis muy acusada, la oferta agregada es, fundamentalmente vertical. Por ello, la política fiscal a largo plazo tiene sentido sólo como actuaciones a través de los componentes de la oferta.

### 4.1 La equivalencia ricardiana

De acuerdo con Ricardo y posteriormente con Barro, una política expansiva del gobierno necesariamente será financiada con deuda pública o bien con un recurso a los impuestos, sin embargo esta última opción sería contraintuitiva con la idea de una política expansiva.

Por tanto, si bien el Estado puede en el corto plazo endeudarse, esta política no es sostenible en el tiempo, teniendo que ajustar su tamaño o subir los impuestos para hacer frente en algún momento a la deuda por lo que, en el largo plazo, las implicaciones de una política fiscal expansiva pueden verse compensadas con una política fiscal contractiva, anulándose ambas.

En este sentido, los efectos de la política fiscal expansiva sobre el crowding-out son totales. También lo es sobre el consumo, dado que si los consumidores miran hacia el futuro y tienen en cuenta la restricción intertemporal del

gobierno, entonces anticiparán que el aumento de la deuda implica impuestos futuros con un valor presente igual al valor de la deuda.

## **4.2 La incorporación de expectativas**

A colación de la equivalencia ricardiana, si los agentes prevén que pronto habrá una expansión o una contracción fiscal, sus actuaciones pueden, sin embargo, tener afectaciones importantes en el largo plazo.

Así, una política de endurecimiento de largo plazo de la política fiscal -un Estado comprometido con la no-intervención- puede, de hecho, generar aumentos en la inversión al esperar los agentes la existencia de tipos de interés reducidos e incluso hacer que aumente el consumo presente al prever estabilidad presupuestaria bajo el supuesto del ciclo vital.

## **4.3 La política fiscal en la oferta**

En el corto plazo una política fiscal de oferta tiene efectos muy relativos sobre la economía ya que se asume que en el corto plazo la oferta es prácticamente horizontal por lo que los efectos más importantes (y más inmediatos) son los de la demanda.

Sin embargo, en el largo plazo las políticas de oferta pueden desarrollarse ya que la inmediatez de su puesta en marcha no es relevante y, además, dado que la oferta es vertical, el único método para expandir la cantidad de producto es el desplazamiento de la curva de oferta a la derecha.

Desde el punto de vista de los modelos de crecimiento exógeno (Solow), la acción del gobierno es estéril en el largo plazo, sin embargo, en modelos de crecimiento endógeno el papel de la política fiscal puede ser relevante.

Los modelos de crecimiento endógeno permiten considerar a la política del gobierno como un factor que afecta el crecimiento económico, suponiendo que los servicios suministrados por el gobierno son uno de los insumos de la producción privada junto con el capital privado. Esto genera una relación potencial positiva entre ‘tamaño’ del gobierno y el crecimiento económico. Intuitivamente, en este marco, se puede argumentar que la inversión pública en infraestructura es especialmente importante para el crecimiento, junto con la inversión en educación, entre otros, ya que estos gastos pueden ser considerados como insumos para la producción privada, o aumentar su productividad.

En este sentido, el crecimiento económico puede verse favorecido cuando se establecen políticas de oferta que modifiquen el coste de los factores, se mejore la productividad o cree mejores condiciones de negocio. Por ejemplo, un recorte en las compras del Estado, si bien reduce la inversión pública, puede provocar una reducción de los salarios de reserva del conjunto de trabajadores y aumentar la competitividad de la economía, desplazando la curva de oferta a la derecha.

De acuerdo con el modelo canónico de Barro sobre la participación del sector público en el crecimiento a largo plazo, existe un tamaño óptimo del sector público que lubrica el crecimiento económico. Un tamaño menor disminuiría las

oportunidades de negocio y formación y un tamaño mayor expulsaría paulatinamente a los inversores privados y la asignación eficiente del mercado.

Así, conforme a lo analizado anteriormente la estabilidad presupuestaria da lugar a importantes beneficios a largo plazo a través de menores tipos de interés y mayores niveles de inversión privada y de PIB, con los consiguientes efectos positivos sobre el consumo privado y el empleo. Ante las perspectivas de estabilidad presupuestaria, la formación de expectativas en los agentes se facilita reduciendo las distorsiones que puede ejercer la política discrecional del Estado acercando el ahorro y la inversión a sus óptimos, favoreciendo el crecimiento económico.

Una política de estabilidad presupuestaria en el largo plazo también favorece la canalización del ahorro hacia el crecimiento debido a que este no debe destinarse al pago de la deuda de las políticas expansivas, además, la contención de la deuda pública permite la reducción de la presión fiscal y, por tanto, impulsa una expansión de la oferta de trabajo con la consecuente mejora de la productividad a través de la bajada de los costes laborales.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

Tema 24. Análisis coste-beneficio y coste-eficacia. Valoración y beneficios y costes. La tasa de descuento. La valoración del riesgo. Consideraciones distributivas. El modelo de Ramsey y la tasa de descuento.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social



# 1 Introducción

El análisis coste-beneficio (ACB) es una técnica ampliamente utilizada en la economía del bienestar aplicada, y cuyo objetivo es realizar una valoración de los costes y de los beneficios sociales de un determinado proyecto económico con el fin de ofrecer una recomendación sobre la deseabilidad del mismo. El ACB tiene su origen en los trabajos de Dupuit de 1844, que introducen el concepto de “excedente del consumidor”. El ACB se puede aplicar a diferentes tipos de proyectos económicos, desde programas de gasto a cambios de política económica. No obstante, su uso más destacado es para proyectos de inversión pública. Por ello no debe sorprendernos que el ACB experimente un rápido desarrollo en los años de la posguerra, en los que cobra mucha importancia la planificación del desarrollo. Hoy en día, el ACB es muy relevante por 2 motivos:

1. Escasez de fondos. Ante la escasez de recursos propia de un período de consolidación presupuestaria, hacer el mejor uso posible de los fondos disponibles resulta más importante que nunca.
2. Evaluación ex post. El ACB no sólo es una herramienta ex ante, sino también ex post, de manera que se puede utilizar como técnica de evaluación.

## 2 El análisis coste-beneficio y el coste-eficacia

El análisis coste beneficio (ACB) es un método que intenta evaluar monetariamente las corrientes de beneficios y costes que se asocian con cada una de las alternativas que se presentan a la hora de tomar decisiones. Es, por su mensurabilidad, el método más usado en la evaluación de políticas públicas.

En el coste-eficacia (ACE), los beneficios (la eficacia) es de más difícil medida y, habitualmente, responde a criterios mucho más subjetivos.

Ambos enfoques presentan riesgos importantes, y prácticamente excluyentes entre sí. Mientras que el ACB es de difícil uso en ámbitos donde lo cualitativo tiene un peso más importante que lo cuantitativo (por ejemplo, la determinación del beneficio económico de mejoras en la calidad de las aulas de estudio), el ACE, sin embargo, se ve muy limitado a la hora de definir objetivos concretos, teniendo que recurrir a variables proxy o índices que dejan mucha información fuera de los mismos.

El coste-eficacia está muy ligado al establecimiento de objetivos y métodos alternativos de alcanzar dichos objetivos. En este sentido, presenta una flaqueza importante al no evaluar la eficiencia ya que no puede definir con precisión económica los resultados esperados sino simplemente si un mismo resultado es más o menos barato en función del proyecto que se elija.

Precisamente, la fijación del nivel de eficacia (o efectividad) previsto, es otra de las variables cruciales. Mientras que en ACB, no hay un grado «exigible», en el ACE sí que lo hay, y de entre las alternativas que alcancen ese grado, se elegirá, en principio, la que menos coste suponga. Ahora bien, los recursos públicos son limitados y muchas veces

el nivel de exigencia que se pide queda por encima de los costes que se pueden soportar por lo que, en resumen, ambas variables son variables de decisión.

De poder establecer numéricamente la efectividad de un programa, un criterio básico de elección podría ser la maximización del ratio efectividad/coste. No obstante, este criterio sólo será válido si la decisión está restringida por valores absolutos de efectividad o de coste.

El método ACB, por su parte, es el método que suele usarse en el ámbito de la empresa -particularmente en la selección de proyectos de inversión-. Sin embargo, este método puede ser reutilizado para el análisis de las políticas públicas si la definición de coste, beneficio y descuento se hace de forma apropiada al fin público y social.

En resumen, el ACB se basa en una serie de etapas que se pueden sintetizar en:

1. Definición de la política a alcanzar.
2. Estudio de las alternativas para alcanzar esos objetivos.
3. Enumeración y definición de los costes y beneficios sociales (y no solo los estrictamente financieros) de esas alternativas.
4. Elección de una tasa social de descuento.
5. Estimación del riesgo y la incertidumbre.
6. Consideración de los efectos distributivos.
7. Propuesta de resultados y regla de decisión.

### **3 La valoración de los costes y beneficios**

A diferencia de las técnicas tradicionales de valoración de proyectos de inversión utilizadas en el sector privado, el ACB:

a. No sólo considera los flujos financieros de quien acomete el proyecto, sino los flujos financieros de todos los agentes (i.e. los flujos financieros sociales).

b. No sólo considera los flujos puramente financieros, sino que también asigna un valor monetario a todos los costes y beneficios asociados al proyecto (p.ej. ahorro de tiempo, beneficio en vidas salvadas, impacto sobre el medio ambiente, etc.).

Por tanto, como puede apreciarse, el ACB implica considerar un rango mucho más amplio de costes y de beneficios. No obstante, debe destacarse una importante excepción: el ACB sólo debe incluir los beneficios reales de un proyecto, no los pecuniarios. Un ejemplo de beneficio pecuniario sería el aumento del valor del suelo de una determinada zona urbana cercana a la variante de la carretera que se va a construir por las afueras, aumento de precio

que se debe a la mejor comunicación de la zona gracias a la carretera (es un beneficio pecuniario porque el precio ha aumentado pero no han aumentado las posibilidades técnicas de producción).

En el análisis coste-beneficio, como se ha dicho, existe una serie de costes y beneficios sociales que deben incorporarse. Para el análisis de estos, la medición del excedente (en términos económicos) es una variable clave.

En el caso de la actuación social, los excedentes que se toman en cuenta son los de todas las partes implicadas en el proyecto (ganadores y perdedores). Si la regla de decisión fuese exclusivamente la paretiana, sólo se aceptarían proyectos que tuviesen ganadores absolutos, no obstante, es habitual introducir el principio de compensación de Kaldor-Hicks por el cual una ruptura del statu quo es deseable si los ganadores podrían compensar a los perjudicados y, además, salir ganando. Una alternativa a este proceso sería el de ponderar por algún tipo de medida social el peso relativo (la importancia) de cada grupo que gana o pierde medido a través de la variación de su excedente económico.

El ACB se centra en los costes y beneficios incrementales. Por ejemplo, al construir la variante de la carretera, el beneficio en términos de tiempo será el ahorro de tiempo que se produce respecto a la situación previa. Del mismo modo, supongamos que la creación de la variante genera comercio a lo largo de la misma (p.ej. estaciones de servicio que crean empleo). Esto sólo deberá considerarse en el análisis en la medida en que dichos beneficios sean incrementales. Si lo que ocurre es que, con la construcción de la variante, algunas estaciones de servicio ya existentes se desplazan de la carretera original hacia la variante, eso no sería un beneficio atribuible al proyecto.

### **3.1 Valoración de mercado**

Mientras que los análisis privados se centran en el estudio de los flujos de caja, el ACB se centra en el estudio de los cambios en el bienestar social, que vienen reflejados por los cambios en los excedentes de los diferentes agentes (del consumidor, del productor, etc.). Los excedentes pueden sumarse entre sí, lo que implica:

1. Visión utilitarista: el bienestar social es la suma de los bienestares individuales. Es decir, los niveles de utilidad de uno y otro individuo son sustitutivos perfectos y ponderan igual
2. Existencia de compensación (ya señalada antes).

El cálculo del excedente requiere de conocer los cambios en las cantidades y en los precios de los agentes. En caso de no existir distorsiones, el precio de mercado refleja fielmente la valoración social. En caso de existir distorsiones en el mercado, el precio de mercado ya no refleja fielmente la valoración social de los bienes y servicios. En estos casos el ACB trata de determinar los precios sombra

#### **3.1.1 Precios sombra con impuestos indirectos**

Supongamos que queremos valorar el precio del asfalto de una determinada carretera pero esta soporta un impuesto que se carga a los consumidores, generando dos precios, el de los consumidores y el de los productores.

Si el asfalto es de nueva producción, el precio correcto sería el del productor puesto que el SP se deduce el impuesto al recaudarlo.

Si en cambio la cantidad de asfalto fuese fija (es decir, se obtiene de desplazar a otros demandantes) entonces el precio correcto sería el del consumidor. La razón es que ahora el coste del asfalto debe incluir el impuesto porque va a dejar de percibirse porque los que iban a usar el asfalto ya no lo harán.

### **3.1.2 Impuestos indirectos y externalidades**

Si, en el caso del asfalto, el impuesto fuese pigouviano, en ese caso el modelo ACB sí debería incorporarlo pues es la expresión monetaria de la externalidad.

### **3.1.3 Precio sombra del trabajo**

En este caso la determinación de los precios vendrá dada por la situación del trabajador.

En caso de ser empleados en el sector privado, el precio sombra será el salario bruto (que es el que enfrenta el la demanda privada)

En caso de desempleados voluntarios, sería el salario neto (como en el caso del asfalto de nueva producción)

En el caso de desempleados involuntarios, el precio sombra será igual al salario neto menos las prestaciones por desempleo que antes pagaba el sector público a dichos trabajadores y que ahora deja de pagar.

### **3.1.4 Coste de los fondos públicos**

Finalmente, es importante tener en cuenta que los proyectos públicos normalmente van a requerir captar fondos públicos, lo que puede hacerse de 3 formas:

1. Más impuestos, en cuyo caso el coste de los fondos será igual al valor monetario de las distorsiones que genere.
2. Emisión de deuda, en cuyo caso el coste de los fondos será igual al valor monetario descontado de los intereses pagados.
3. Excedentes de tesorería, en cuyo caso el coste de los fondos sería el coste de oportunidad (i.e. la rentabilidad que el sector público hubiera obtenido si dicho exceso de tesorería lo hubiera invertido en otros proyectos).

## **3.2 Valoración de no-mercado**

Determinados bienes y servicios no tienen mercado. En este caso, no se les puede asignar directamente un precio y, por tanto, es necesario recurrir a mecanismos de valoración indirectos:

1. Mecanismos experimentales. Consisten en simular la existencia de un mercado para bienes sin mercado, asignar papeles de compradores y vendedores y determinar el valor del bien supuestamente intercambiado.

2. Valoración contingente. Consiste en determinar las cantidades monetarias que los individuos estarían dispuestos a pagar (en el caso del beneficio) o a recibir (en el caso de los costes) para que se llevara a cabo el proyecto. Pueden utilizarse 2 métodos para la valoración contingente de bienes y servicios para los que no existe mercado:

(a) Una forma de llevar a cabo la valoración contingente es a través de encuestas.

(b) Otra es a través de la teoría de la preferencia revelada, es decir, inferir cuánto valoran los individuos algo mediante el análisis de su comportamiento. Para ello, se intenta determinar la variación compensatoria y la variación equivalente:

i. Variación compensatoria: es la renta que hace que un consumidor mantenga su nivel de utilidad inicial tras un cambio en los precios (es decir, cuando prevalecen los precios finales). En este sentido, la variación compensatoria mostraría la renta que habría que dar a un individuo que salga perjudicado por el proyecto (i.e. coste) y la que habría que extraer de un individuo que salga beneficiado por el proyecto (i.e. beneficios).

ii. Variación equivalente: es la renta que hace que un consumidor alcance su nivel de utilidad final sin el cambio en los precios (es decir, cuando prevalecen los precios iniciales). En este sentido, la variación equivalente mostraría la renta que estaría dispuesto a pagar el individuo que se ve beneficiado por el proyecto (i.e. beneficios) y la que habría que dar al individuo que sale perjudicado (i.e. costes).

3. Precios hedónicos (Griliches, 1971). Supongamos que tenemos que valorar el coste que supone el aumento del ruido en el entorno de la nueva variante. En este caso, podríamos recurrir a un sistema de precios hedónicos, de manera que observaríamos el precio de otras viviendas con las mismas características (tamaño, calidad, distancia del centro, etc.), salvo una: que no están sometidas al ruido de una carretera cercana. La diferencia de precio sería el coste del ruido generado por la nueva variante.

4. Otra opción es la elección de un decisor «plenipotenciario» que sería el político, que asigna costes y beneficios a las decisiones colectivas; siendo una tercera opción es la transformación de esos intangibles en medidas de eficiencia, transformando el problema en uno del tipo ACE.

### **3.2.1 Evaluación de costes y beneficios**

La lista de tipos de efectos que pueden ser positivos o negativos (beneficios o costes), además debe ser medible económicamente. Esta evaluación se realiza, fundamentalmente a través del denominado precio sombra que es el ajuste que se le hace al precio de mercado para obtener el precio que el bien tendría en circunstancias de competencia perfecta, absorbiendo todos los costes privados y sociales. En caso de bienes o servicios de mercado, el precio sombra se ajusta respecto a las consideraciones sociales; en caso de no existir mercado, se recurre a técnicas especiales.

**Evaluación de los intangibles** Ante la ausencia de una referencia clara del precio de mercado, es necesario un procedimiento de evaluación indirecto. Un método consiste en la simulación de la traslación de los efectos al mercado -mediante encuestas o similares, conocer qué precios estarían dispuestos a compensar para obtener el beneficio o evitar el coste los ciudadanos-. Este método es, en la mayoría de los casos, poco riguroso por la existencia de sesgos de tipo estratégico, de información, de instrumento o de hipótesis.

## **4 Los criterios de decisión: la tasa de descuento**

Una vez que se determinan los costes y beneficios asociados cada proyecto, es necesario que estos sean comparables pues, generalmente, no se producen en el mismo tiempo. Para poder evaluarlos es necesario que estén expresados en su valor actual, que no es sino la actualización de los mismos a través de una tasa de descuento dada. Esta tasa de descuento puede ser nominal -a la cual hay que añadirle la actualización por inflación- o real -que ya incorpora la inflación-.

En el caso de una economía perfectamente competitiva y en equilibrio, la tasa de descuento resume la preferencia por el presente y coincide con el tipo de interés de mercado. No obstante, por las imperfecciones del mundo real, la tasa social de descuento, difiere.

La elección de la tasa de descuento apropiada dependerá del enfoque que se asuma existiendo fundamentalmente dos: el de la tasa marginal social de preferencia temporal (TPT):  $r(1-t)$  o el de la tasa marginal social de rendimiento de la inversión (TRI):  $r$ .

### **4.1 La tasa marginal social de preferencia temporal (TPT)**

Se puede definir la TPT como la tasa a la que la comunidad está dispuesta a ceder consumo presente por consumo futuro. Refleja, por tanto, la preferencia que la sociedad muestra por los beneficios actuales sobre los futuros. Una TPT alta reflejará una sociedad impaciente, que prefiere beneficios en el corto plazo a beneficios en el largo.

La tasa privada se refleja a través de los tipos de interés de mercado, netos de impuestos. Sin embargo, la tasa social debería ser más baja por dos motivos. El primero es el especial cuidado que el gobierno debe tener con las generaciones futuras a fin de una mayor equidad intergeneracional; el segundo, se basa en la externalidad positiva del ahorro para los herederos de terceros. Ambos argumentos, de hecho, son externalidades positivas sobre el ahorro que se internalizan rebajando la tasa de descuento social.

Esto plantea una indeterminación de la TPT cuya fijación puede ser aleatoria (tomando un tipo de interés a largo plazo neto de impuestos) o usar la propuesta por Ramsey en su modelo de crecimiento

### **4.2 La tasa marginal social de rendimiento de la inversión (TRI)**

La TRI es la tasa a la que la comunidad puede obtener los mismos beneficios desde el sector privado. Es decir, representa el coste social de oportunidad de los recursos. Así, para el cálculo de la TRI se suele usar como equivalente

el rendimiento de la inversión marginal antes de impuestos.

El principal inconveniente que presenta la TRI es que las tasas de rendimiento del sector privado son muy distintas entre sí, por lo que no hay una única TRI válida, amén de la cuña fiscal que existe entre el rendimiento económico y el disponible para el inversor.

### 4.3 La elección

Si se plantean ambos criterios como un trade-off entre consumos entre dos tiempos distintos, la curva de la TRI y de la TPT se cortarán, en principio, en un único punto en el cual ambas son iguales y ese será el nivel de la tasa de descuento social (medido como la diferencia entre la variación intertemporal de consumo y la unidad). Sin embargo esto no es lo más habitual y provoca que haya que preferir entre una tasa más cercana a la TRI o a la TPT.

En caso de competencia perfecta ambas tasas deben coincidir dado que la frontera de posibilidades de producción puede expresar el coste social de oportunidad de los recursos ( $1 + RMT$ ) y las curvas de indiferencia social muestran las combinaciones de renuncia de consumo presente por consumo futuro ( $1 + RMS$ ), como en equilibrio ambas pendientes de las curvas deben coincidir, las tasas también coinciden.

Si se está más preocupado por una correcta asignación de recursos entre los sectores privado y público, se debe optar por la TRI; mientras que si se está más preocupado por la decisión colectiva de consumo-ahorro, se optará por la TPT. Esto pone de manifiesto que no existe una tasa mejor que la otra.

En cualquier caso, hay autores como Harberger que han propuesto una tasa como media ponderada de ambos enfoques.

## 5 Las reglas de decisión

Una vez elegida la tasa y valorados los posibles costes y beneficios, existen tres métodos para decidir qué proyecto acometer.

**Valor Actual Neto** El valor actual neto (VAN) consiste en elegir aquel proyecto que aporte unos beneficios (tras restarle los costes) descontados a la tasa elegida mayores que el resto de proyectos. Esta es la regla más recomendada.

**Ratio beneficio-coste** Otra regla consiste en tomar aquellos proyectos que den un mayor beneficio por unidad de coste. Esta regla desprecia la escala del proyecto. En cualquier caso, serán indeseables los proyectos que arrojen una ratio inferior a 1 (más costes que beneficio)

**Tasa Interna de Rendimiento (TIR)** La Tasa Interna de Rendimiento es aquella que, tomada como tasa de descuento, hace que el VAN sea nulo. Cualquier TIR superior a la TRI o la TPT hará aceptable el proyecto. Esta medición

no tiene en cuenta la escala del proyecto y cabe la posibilidad de que exista más de una TIR.

## **6 El riesgo y la incertidumbre**

Como cualquier toma de decisión, la elección de un proyecto a largo plazo está impregnada de un nivel de riesgo (conocimiento de las probabilidades de los sucesos) o de incertidumbre (desconocimiento de dichas probabilidades). Esto llevará al decisor público a tomar decisiones en función del grado de su aversión al riesgo, procurando maximizar la utilidad esperada.

No obstante, algunos autores señalan que es posible ignorar el problema del riesgo y la incertidumbre gracias a dos mecanismos: la diversificación y la dilución de riesgos.

En el primer caso, dado el alto volumen de proyectos que afronta el sector público y si su importancia es más o menos homogénea el riesgo queda promediado y tiende a cero.

En el caso de la dilución de riesgos, al ser los efectos del riesgo soportados por un volumen alto de personas (los ciudadanos) este tiende a cero para los ciudadanos y también para la sociedad en su conjunto.

No obstante, estos supuestos son útiles en el caso en el que el riesgo pueda efectivamente diversificarse, pero no es así en casos de proyectos muy concretos donde el decisor debe adoptar otras estrategias como puede ser el análisis de sensibilidad o de escenarios (pesimista, optimista y central).

### **6.1 Ajuste por riesgo e incertidumbre**

Existen 2 métodos principales para considerar el riesgo en el ACB

#### **6.1.1 Equivalente de certeza**

El equivalente de certeza es la cantidad máxima que está dispuesto a pagar un individuo averso por eliminar el riesgo del proyecto. Así, habría que sumar a la valoración de costes los equivalentes de certeza de todos los individuos. El problema es que para conocer los equivalentes de certeza, es necesario conocer la función de utilidad, lo que no siempre es fácil.

#### **6.1.2 Ajustes en la tasa de descuento**

El ajuste dependerá de la tasa que se use para la valoración.

En el caso de la tasa social de preferencia temporal la tasa no cambia pues no existen fundamentos teóricos para ajustar la tasa cuando hay una elección intertemporal entre consumo y ahorro.

En el caso de la tasa social de rendimiento de la inversión se puede ajustar la tasa restandole una prima de riesgo, dado que la inversión pública desplaza la inversión privada y los inversores dejan de percibir el rendimiento, pero



también el riesgo.

## 7 Los efectos distributivos

En aquellas situaciones en las que, aun operando el principio de compensación, las descompensaciones sociales que provoque un proyecto sean elevadas, éstas pueden presentar un obstáculo para la toma de decisiones a través del ACB. Hasta ahora, se ha supuesto que es posible agregar los excedentes de los diferentes grupos sin más, observando un comportamiento paretiano.

Sin embargo los costes y los beneficios no se distribuyen uniformemente entre la población. Así pues, es necesario incorporar algún tipo de distribución de efectos, de forma que un mismo proyecto no se juzgue de igual modo si fuese equitativo o completamente dispar.

La forma más directa de incorporar los juicios distributivos es a través de un sistema de ponderaciones que refleje el valor marginal con que la autoridad contempla los aumentos o disminuciones de la renta real de los diversos grupos sociales, discriminando su análisis.

Es variada la propuesta en torno a cómo abordar la problemática de la distribución, habiendo autores que plantean que si no se persigue un objetivo redistributivo estos pesos sociales deberían eliminarse o que, para beneficiar a un grupo en particular, bastaría con considerar como el objetivo redistributivo como una restricción dada.

Otra opción consiste en presentar una información detallada de los efectos distributivos de cada alternativa de modo que puedan ser tomadas en cuenta, resumiéndolas en algún tipo de indicador. Esto, si bien es conveniente para determinar la incidencia de los efectos distributivos que cada proyecto tendrá sobre cada grupo es, no obstante, un procedimiento bastante complejo.

## 8 La regla de Ramsey

### 8.1 El modelo de Ramsey

El economista Franck Ramsey diseñó un modelo de control óptimo que, añadido a las aportaciones hechas por los economistas Cass y Koopmans dió lugar al modelo de crecimiento económico de Ramsey-Cass-Koopmans. Lo relevante del modelo para lo que nos ocupa es la forma de maximización de la utilidad de los individuos.

Se propone una función de utilidad de la siguiente forma

$$U(0) = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c_t) L_t dt \quad (1)$$

donde  $u(c_t)$  es la función de utilidad instantánea que se descuenta en el tiempo a una tasa  $\rho$  y que tiene la forma

$$u(c_t) = \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \quad (2)$$

que sustituyendola en la ecuación anterior da la utilidad que los consumidores que poseen en un horizonte temporal infinito siendo  $L$  el tamaño de la población. Lo relevante de esa función es que los consumidores tienen preferencia por suavizar sus consumos en una trayectoria dada, es decir, tienden a alisar el mismo, por ello es una función cóncava ya que ésta refleja el deseo de los hogares de consumir la misma cantidad cada día.

La elasticidad de sustitución entre dos consumos en función de la relación marginal de sustitución es  $\frac{1}{\theta}$ <sup>1</sup>

expresa la magnitud del efecto sustitución ante un cambio en los precios relativos. En el contexto del modelo que se está tratando, una fuerte variación de la elasticidad significa una fuerte preferencia por alisar el consumo actual de los individuos por encima de las generaciones futuras a una tasa de descuento, es decir, los individuos de hoy descuentan utilidad de los del mañana.

## 8.2 La tasa de Ramsey

En la maximización del modelo, se obtiene la ecuación de Euler que expresa que

$$r = \theta \left( \frac{\dot{c}}{c} \right) + \rho \quad (3)$$

El miembro de la derecha significa el beneficio o rendimiento del consumo que incluye una tasa de descuento que indica cuánto aumenta la utilidad si el consumidor opta por consumir en el presente o en el futuro; y un término que señala las preferencias del consumidor por alisar la trayectoria del consumo. Mientras el crecimiento del consumo sea mayor en el futuro, el consumidor deseará aumentar su consumo en el presente, es por eso que tasas positivas de crecimiento equivalen a trayectorias de consumo poco lisas. El miembro de la izquierda es el tipo de interés de los activos financieros. La tasa de descuento que maximiza la utilidad intertemporal de los consumidores es, por tanto el miembro de la derecha y es la propuesta de tasa para la tasa marginal de preferencia temporal de acuerdo con el modelo de Ramsey donde  $\rho$  es la preferencia temporal pura.

---

<sup>1</sup>No hay más que derivar la utilidad, respecto a  $c$ . Suponiendo un consumo distinto  $c_2$ , se saca la UMarg y se dividen, sacando la RMS

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 25. Ingresos públicos. Tributos. Concepto y características.

#### Clasificación.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

Desde el origen de las instituciones gubernativas, más o menos desarrolladas, la presencia de impuestos o tributos es consustancial a la propia existencia del Estado en sus distintas formas.

La amplia arquitectura burocrática que requieren los Estados modernos para poder cumplir sus funciones asignativas, redistributivas y estabilizadoras necesitan de la existencia de un sistema fiscal y de ingresos suficiente para poder cumplir con su cometido.

## 2 Los ingresos públicos

Se puede definir como ingreso público cualquier flujo de dinero que el Estado reciba bien a través de su acción en el mercado (como la prestación y venta de bienes y servicios) o bien a través de su acción a través de la normativa (como la recaudación de impuestos y tasas).

### 2.1 Clasificaciones

No existe una clasificación única ni canónica para los ingresos públicos aunque generalmente se suelen usar como parámetros el grado de coacción que el Estado impone en la transacción.

En este sentido, Adam Smith se refirió a los ingresos públicos como de dos tipos, originarios -que equiparaba a los que podría hacer cualquier otro individuo- y derivados -que se entienden por la acción coaccionadora del Estado-.

Selingman extiende esta clasificación orientandola hacia la voluntariedad de los particulares para hacer efectivo el pago. Así, propone tres clases de ingresos públicos:

1. Ingresos gratuitos (donaciones).
2. Ingresos contractuales. Mediante los cuales existe algún tipo de contraprestación directa
  - (a) Precio privado. Por ejemplo, el coste del servicio de agua municipal si es gestionado por el Ayuntamiento.
  - (b) Precio cuasi privado. Donde el precio no es de mercado puro sino que atiende a algún tipo de beneficio social. Por ejemplo, las promociones de vivienda oficial.
  - (c) Precio público. Usado para cubrir exclusivamente el coste medio de producción
  - (d) Precio político. Coste inferior al coste medio, es decir, con pérdidas. Un billete de autobús o una tasa universitaria.
3. Ingresos coactivos. Que correspondería con los derivados de Smith.
  - (a) De dominio. Por ejemplo, las expropiaciones.

(b) Penales. Las multas.

(c) Poder fiscal. Cuyo objetivo central es la financiación del gasto público general (tasas, contribuciones especiales e impuestos).

Por otro lado, Neumark propone una clasificación más armoniosa que la de Selingman y divide en dos grandes grupos

1. Economía pública

(a) Ingresos de empresas públicas

(b) Ingresos de explotación en el extranjero

2. Economía privada. Por una tripe vía

(a) Contraprestación. Ingresos derivados de acciones directas del Estado a particulares (ventas, alquileres, deuda).

(b) Soberanía

i. Impuestos, tasas y contribuciones

ii. Expropiaciones

iii. Multas

(c) Revalorización de activos

La clasificación que recogen los Presupuestos Generales del Estado incluye los impuestos -directos e indirectos-, las cotizaciones a la Seguridad Social, las tasas, precios públicos y otros ingresos, las transferencias corrientes y de capital, los ingresos derivados del uso del patrimonio y de su enajenación, así como los activos y pasivos financieros que reportan ingresos al Estado.

La proporción que suponen los impuestos y las cotizaciones a la Seguridad Social sobre el conjunto de ingresos es, de aproximadamente el 90% del ingreso público, siendo los impuestos el 40% de la recaudación total frente al 50% de la recaudación por cotizaciones a la Seguridad Social.

### **3 Tributos**

Los tributos son, de acuerdo con el artículo 2 de la Ley General Tributaria, «los ingresos públicos que consisten en prestaciones pecuniarias exigidas por una Administración pública como consecuencia de la realización del supuesto de hecho al que la ley vincula el deber de contribuir, con el fin primordial de obtener los ingresos necesarios para el sostenimiento de los gastos públicos.»

Cuya definición amplia señalando que

«Los tributos, además de ser medios para obtener los recursos necesarios para el sostenimiento de los gastos públicos, podrán servir como instrumentos de la política económica general y atender a la realización de los principios y fines contenidos en la Constitución».

La propia definición de tributo especifica las características de los mismos.

Los tributos sólo pueden ser exigidos por un Ente público en base a la competencia atribuida en tal sentido, lo que supone que son ingresos de carácter público regidos, por ende, por el Derecho Público.

Tienen carácter obligatorio, o lo que es lo mismo, tienen carácter coactivo; esto es, son obligaciones que surgen independientemente de la voluntad del deudor, por ministerio de la Ley, cuando se realiza el presupuesto de hecho contemplado por ella.

Es decir, su motivación no es necesariamente una transacción sino que se deriva de la potestad coactiva del Estado para con el obligado a contribuir. Debe ser una contribución monetaria y definida mediante una norma con rango de ley, lo que reduce el carácter discrecional de la recaudación dado que, por su naturaleza, el regulador y el beneficiario son la misma entidad (el Estado) de ahí que se requieran garantías democráticas.

Consisten en una prestación pecuniaria; es decir, se fundamentan en la obligación de entregar una suma de dinero a una Administración pública.

Se le reconocen a los tributos dos propiedades fundamentales: la primera el carácter de fuente de sostenimiento del gasto público y la segunda su capacidad de ejercer como instrumento de la política económica del gobierno (o gobiernos de otras administraciones), siempre bajo la orientación de los principios que recoge la Constitución.

El sistema tributario, de acuerdo con la Constitución y la Ley General Tributaria se basan en «la capacidad económica de las personas obligadas a satisfacer los tributos y en los principios de justicia, generalidad, igualdad, progresividad, equitativa distribución de la carga tributaria y no confiscatoriedad».

La igualdad -entendida como la obligación de todos a contribuir-, progresividad -como principio de equidad tributaria- y no confiscatoriedad -como límite a la discrecionalidad gubernamental- son principios recogidos en la Constitución en el artículo 31.

### **3.1 Tipos de tributos**

Los tipos de tributos se clasifican, según la LGT, en España en tasas, contribuciones especiales e impuestos. Los precios públicos, aunque ingreso del Estado, no son tributos por lo que no se someten ni a la reserva de ley ni al principio de capacidad económica, entre otros.

### 3.1.1 Tasas y precios públicos

Las tasas son los tributos cuyo hecho imponible consiste en la utilización privativa o el aprovechamiento especial del dominio público, la prestación de servicios o la realización de actividades que se refieran, afecten o beneficien de modo particular al obligado tributario cuando los servicios o actividades no sean de solicitud o recepción voluntaria para los obligados tributarios o no se presten o realicen por el sector privado.

Los precios públicos son contraprestaciones pecuniarias que se satisfacen por la prestación de servicios o la realización de actividades en régimen de Derecho público, cuando prestándose también los servicios o actividades por el sector privado, sean de solicitud voluntaria por parte de los interesados.

### 3.1.2 Las contribuciones especiales

Las contribuciones especiales son los tributos cuyo hecho imponible consiste en la obtención por el obligado tributario de un beneficio o de un aumento de valor de sus bienes como consecuencia de la realización de obras públicas o del establecimiento y ampliación de servicios públicos. (Un ejemplo puede ser el enlosado de una calle, que beneficia a los titulares de bienes inmuebles en dicha calle, porque ganan valor). Son utilizadas principalmente por la Administración Local.

### 3.1.3 Los impuestos

Los impuestos son tributos exigidos sin contraprestación, cuyo hecho imponible está constituido por negocios, actos o hechos que ponen de manifiesto la capacidad económica del contribuyente.

El impuesto no se vincula a ningún comportamiento concreto por parte de la Administración. El impuesto es el tributo más sofisticado y más apto para incorporar determinados aspectos del principio de capacidad económica. Es, también, el tributo más utilizado y con más capacidad de recaudación.

Los impuestos pueden ser catalogados en 4 clasificaciones complementarias entre sí pero excluyentes dentro de cada subclasificación:

**Directos e indirectos** Los impuestos directos gravan manifestaciones directas de capacidad económica, siendo dos ejemplos claros la obtención de una renta y la titularidad de un patrimonio. Son, fundamentalmente, el impuesto sobre la renta de las personas físicas (IRPF), el Impuesto sobre la Renta de no Residentes, el Impuesto de Patrimonio y el Impuesto de Sociedades y el de Sucesiones y Donaciones.

Los impuestos indirectos gravan manifestaciones indirectas de capacidad económica, como el consumo. En determinados impuestos indirectos el sujeto que realiza el hecho imponible paga el impuesto, pero debe de repercutir a un tercero la carga tributaria. El ejemplo más importante es el Impuesto sobre el Valor Añadido (IVA).

Dentro de los impuestos indirectos aparece una subcategoría que es la de los Impuestos Especiales o impuestos sobre consumos específicos. Este tipo de impuestos, que gravan el consumo de algún bien o servicio específico,

son una herramienta redistributiva cuando se aplica sobre bienes suntuosos, o una forma de controlar el consumo de bienes que se consideran socialmente indeseables como ciertas drogas (tabaco, alcohol, juego), o productos contaminantes (hidrocarburo, circulación). Esta especialidad sobre un bien permite una mayor discriminación a la hora de configurar políticas públicas de un modo más específico que lo puede hacer el IVA (aun cuando el IVA se configura en distintos tramos impositivos según los bienes y servicios que grava).

**Instantáneos y periódicos** El hecho imponible es el presupuesto que al realizarse por un sujeto devenga el tributo, es decir, origina la obligación de tributar. En unos casos el hecho imponible es instantáneo, de forma que su realización lo agota o lo termina (por ejemplo, una compraventa). Los hechos imponibles instantáneos dan lugar a impuestos instantáneos. En otros casos el hecho imponible es de tracto sucesivo, es decir, tiene vocación de indefinición o prolongación en el tiempo, de forma que su realización no sólo no lo agota sino que viene a consolidarlo, por ejemplo, la obtención de renta por un sujeto. En estos casos, de hecho imponible continuo, la ley se ve obligada a parcelar el hecho imponible en periodos de tiempo; en cada período se devenga el tributo. En estos casos se habla de impuestos periódicos.

**Objetivos y subjetivos** Son impuestos objetivos los que no tienen en cuenta las circunstancias personales y familiares del sujeto para graduar la carga tributaria, como por ejemplo los impuestos sobre el consumo.

Son impuestos subjetivos los que sí tienen en cuenta estas particularidades a la hora de ajustar la carga tributaria, como por ejemplo lo es el IRPF.

La principal ventaja que presentan los impuestos objetivos es que su definición y regulación es mucho más simple y suelen ser, por tanto, más eficientes.

**Personales y reales** Se consideran impuestos reales aquellos en los que las manifestaciones del hecho imponible quedan independientes entre sí sin acumularse y dando lugar a devengos distintos (IBI).

Son impuestos personales aquellos que acumulan todas las manifestaciones de un hecho imponible en un sujeto que sirve de centro de imputación. Un impuesto personal será, por ejemplo, el IRPF puesto que acumula TODAS las rentas como por ejemplo las obtenidas por la venta de un par de inmuebles (que se agregan a los salarios, alquileres, etc.), mientras que esas ventas, en un caso de impuesto real, no se acumularían sino que se pagarían de forma separada.

## Otras clasificaciones

1. Según la base imponible. Los impuestos también pueden clasificarse de acuerdo con la elasticidad-renta de la base imponible. Si la elasticidad de la recaudación con respecto a la base imponible es mayor que uno



el impuesto será progresivo. Por otro lado, una mayor elasticidad de la base imponible respecto a la renta supondrá un mayor efecto estabilizador.

2. Según el tipo de gravamen, se pueden clasificar como sintéticos vs. analíticos, en ad-valorem vs. específicos, y según su progresividad (i.e. cómo varía el tipo con la renta):

(a) Impuestos sintéticos vs. impuestos analíticos:

- i. Impuestos sintéticos: los diferentes hechos imponibles se agrupan en una misma base imponible, a la que se aplica una tarifa única. Ejemplo: IS.
- ii. Impuestos analíticos: los diferentes hechos imponibles reciben un tratamiento diferenciado. Ejemplo: IRPF, con base imponible general y base imponible del ahorro, sometidas a diferentes tarifas.

(b) Impuestos ad-valorem vs. impuestos específicos:

- i. Impuestos ad-valorem: el tipo de gravamen es un porcentaje. Ejemplo: IS.
- ii. Impuestos específicos: no existe tipo de gravamen, pues éste no sería un porcentaje sino una cantidad monetaria. Ejemplo: impuestos de suma fija.

3. Según el periodo impositivo

(a) Según la frecuencia de recaudación, los impuestos pueden ser periódicos (p.ej. IRPF) o puntuales (p.ej. Sucesiones y Donaciones).

(b) Según el momento de la recaudación, los impuestos pueden ser instantáneos (si se satisfacen en el momento en el que se genera el devengo –p.ej. IVA–), o diferidos (si se satisfacen con posterioridad –p.ej. IRPF–).

4. Según su finalidad. Según su finalidad, los impuestos pueden ser fiscales o de ordenación:

(a) Impuestos fiscales: tienen una finalidad puramente recaudadora.

(b) Impuestos de ordenación: buscan afectar al comportamiento de los individuos (disuadir o incentivar ciertas actividades) para lograr determinados objetivos de política económica. Ejemplo: aranceles.

### **3.2 Elementos de los tributos**

Los tributos tienen una serie de elementos básicos que facilitan su definición y comprensión así como la articulación de las políticas tributarias.

### **3.2.1 Sujetos**

El sujeto del tributo se divide en 2, por un lado el sujeto activo, que es la Administración que fija y recauda el impuesto y, por otro, el sujeto pasivo que es la persona física o jurídica que soporta el impuesto.

De entre el sujeto pasivo debe distinguirse entre

1. el contribuyente, al que la ley impone la carga tributaria
2. El sustituto del contribuyente, el obligado a abonar el impuesto ante la administración (las empresas en el caso del IRPF)
  - (a) Esta diferencia es de corte legal y no tiene nada que ver con los efectos traslación, donde se distinguiría entre sujeto pasivo legal (que es quien soporta el impuesto por ley) y sujeto pasivo económico (que es aquel que efectivamente soporta el impuesto económicamente hablando)

### **3.2.2 Objeto imponible**

El objeto imponible es la manifestación de la capacidad de pago que el impuesto pretende gravar. Los tres objetos imponibles más destacados son: Renta, Riqueza y Consumo.

### **3.2.3 Hecho imponible**

Acto o circunstancia fijado por la ley cuya realización origina el nacimiento de la obligación impositiva. El hecho imponible es la cosa -en términos jurídicos- que se grava en sí.

Casos especiales

1. No sujeción: Circunstancia no contenida en la delimitación del hecho imponible.
2. Exención: circunstancia contenida en la delimitación del hecho imponible, pero expresamente excluida.

La relación entre el hecho imponible y el objeto imponible no siempre es muy clara.

En el caso de los impuestos directos, hay una relación clara entre ambos. Ejemplo: IRPF (objeto imponible: renta; hecho imponible: obtención de renta).

En el caso de los impuestos indirectos, la relación no es tan obvia: Ejemplo: IVA (objeto imponible: consumo; hecho imponible: entrega de bienes y prestación de servicios).

### **3.2.4 Base imponible**

La base imponible es la cuantificación del hecho imponible. Generalmente se expresa en unidades monetarias, pero también puede expresarse en unidades físicas (p.ej. litros de gasolina, número de cigarrillos).

Métodos de cálculo de la base imponible:

1. Método objetivo: la base imponible se determina mediante técnicas de aproximación. Ejemplo: rentas obtenidas por los propietarios de un local en función de los metros cuadrados del local, del consumo de electricidad, etc. Tiene como ventaja que es más rápido y barato, y como inconveniente que estima peor la base imponible que el método de evaluación directa.
2. Método de evaluación directa: la base imponible se determina mediante técnicas rigurosas que cuantifican con precisión el hecho imponible. A su vez, el método de evaluación directa se puede hacer de 2 formas:
  - (a) por parte del fisco (p.ej. bienes inmuebles)
  - (b) por declaración voluntaria del contribuyente (p.ej. IVA). Tiene como ventaja que es más preciso, pero es más costoso para la administración.

### **3.2.5 Base liquidable**

Resultado de aplicar a la base imponible el conjunto de bonificaciones o reducciones que se establezcan legalmente y que compondrán el módulo sobre el que se calcula la cuota.

### **3.2.6 Tipo de gravamen**

El tipo de gravamen es el porcentaje aplicado a la base liquidable para determinar la cuota a pagar (i.e. cuota íntegra). La proporción puede ser fija o variable. Si es variable, al conjunto de tipos de gravamen aplicados a los diferentes tramos de la base liquidable se le denomina tarifa o escala. Además, en el caso de un tipo de gravamen variable, podemos distinguir entre el tipo medio y el tipo marginal:

- a. Tipo medio: tipo de gravamen pagado en promedio por cada unidad de la base liquidable (se calcula como cuota íntegra / base liquidable).
- b. Tipo marginal: tipo de gravamen pagado por la última unidad de la base liquidable.

### **3.2.7 Cuota íntegra**

Suma monetaria que representa el impuesto. Es, por lo general, un porcentaje sobre la base liquidable.

### **3.2.8 Cuota líquida o deuda tributaria**

Cuota final que el contribuyente está obligado a pagar, una vez descontadas las aportaciones previas, y que es resultado de la deducción de las bonificaciones a las que pudiese ser sometida la cuota íntegra así como las retenciones y la adición de los posibles recargos.

### **3.2.9 Periodo impositivo**

Aquí tenemos que distinguir entre devengo del tributo, devengo de la deuda tributaria, y extinción de la deuda:

1. Devengo del tributo: el devengo del tributo es el momento en el que se entiende realizado el hecho imponible (y en el que nace, por tanto, la deuda tributaria).
2. Devengo de la deuda tributaria: el devengo de la deuda tributaria es el momento en el que el pago es exigible.
  - (a) El devengo del tributo y de la deuda tributaria no siempre coinciden: por ejemplo, en el IRPF el devengo del tributo tiene lugar durante un ejercicio, pero sólo es exigible el 30 de junio del año siguiente.
3. Extinción de la deuda tributaria. La extinción de la deuda tributaria puede producirse por 4 vías:
  - (a) Pago (en efectivo).
  - (b) Prescripción (el Estado tiene, en el caso de España, un período de 4 años para exigir el pago de tributos; de lo contrario, las deudas se extinguen).
  - (c) Condonación parcial o total en virtud de una ley.
  - (d) Insolvencia probada.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 26. Traslación e incidencia de los impuestos. Enfoque de equilibrio parcial: mercados de competencia perfecta e imperfecta. Enfoque de equilibrio general: el modelo de Harberger

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

La imposición como cualquier alteración del sistema de precios dado conlleva una reasignación del bienestar social. El estudio de quién soporta qué impuesto según el tipo de industria a la que se le recaude el impuesto permitirá la definición de tipos impositivos más eficientes.

## 2 La traslación y la incidencia

En la recaudación de un impuesto (que durante la exposición supondremos al consumo) coexisten tres momentos fundamentales. La existencia de un intercambio, un impuesto sobre el intercambio y una recaudación.

Supongamos que a un vendedor, en el intercambio, se le cobra un impuesto que se considera unitario por venta. Así, por cada unidad de producto que venda deberá entregar una unidad monetaria en concepto de impuesto.

La incidencia legal establece quién es, conforme a derecho, el encargado de pagar el impuesto, en este caso, el vendedor.

Sin embargo, el vendedor puede alterar el precio de venta del producto para mitigar el coste del impuesto. Si, por ejemplo, aumenta el precio de venta en una unidad monetaria, el vendedor seguirá recibiendo la misma cantidad de dinero que antes de la existencia del impuesto, siendo el consumidor el que pague por entero la unidad monetaria extra del impuesto. Si el vendedor aumenta el precio en otra proporción menor del impuesto, se estarán repartiendo la carga del impuesto entre consumidor y vendedor.

Esta «carga» del impuesto es la incidencia económica del mismo.

La forma en la que de una definición legal de incidencia se varía hacia una incidencia económica es lo que se denomina como traslación impositiva, esto es, quién paga efectivamente el impuesto respecto a quien teóricamente debería soportarlo.

Respecto a la incidencia se pueden establecer varias tipologías distintas:

1. Las ya mencionadas legal y efectiva o económica
2. Incidencia por el lado de las fuentes de la renta (precios de los factores)
3. Incidencia por el lado de los usos de la renta (precios de los bienes y servicios)
4. La incidencia de presupuesto equilibrado. Esta presupone que el Estado gastará la recaudación de igual modo que lo harían los agentes (lo que es equivalente a emitir transferencias fijas).
5. Incidencia impositiva diferencial. En este caso se supone que el Estado altera un impuesto en relación con otro (es decir, prescinde del gasto, suponiéndolo constante. sólo cambia la forma de recaudación). En general la comparativa se realiza con impuestos de cuota fija.

6. Incidencia impositiva absoluta. En este caso se presupone que no hay cambios ni en el gasto público ni en otros impuestos.

Una medida general interesante para ver cómo se distribuye la incidencia en un sistema impositivo es la progresividad o regresividad del sistema.

Se define progresividad cuando el tipo medio aumenta con la renta. Esta definición, sin embargo, afronta distintas formas de medición de la misma por lo que es difícil medir el grado de progresividad con un criterio único.

### 3 La medición de la incidencia en el equilibrio parcial

En el equilibrio parcial se tendrán en cuenta los efectos en un único mercado prescindiendo de las ramificaciones que se producen en otros.

#### 3.1 Impuesto específico en competencia perfecta

Si suponemos que se le exige un impuesto al consumidor constante por cada producto vendido, en el estado de equilibrio competitivo la demanda del consumidor disminuirá justo en la cantidad del impuesto ya que el precio que enfrenta el consumidor es ahora mayor. El nuevo precio de equilibrio, sin embargo es doble: el que fija la cantidad ofertada y adquirida (donde la nueva curva de demanda corta a la curva de oferta que será el precio que cobre el productor) y el que, para el nivel de cantidad fijada, corta la curva de demanda original que es el precio efectivamente pagado por el consumidor. A estos precios se les denomina respectivamente precio neto y bruto y a la brecha entre ambos, brecha o cuña fiscal.

Sin embargo un estudio más detallado nos indica que aunque es el consumidor el que soporta legalmente el impuesto, económicamente lo soportan ambos ya que existe una reducción de la cantidad vendida y un precio de equilibrio nuevo para ellos, inferior también.

El efecto es perfectamente extensible a **un impuesto sobre el productor**.

En este caso, el coste marginal del producto aumenta en  $t$  (que es la cantidad del impuesto), por lo tanto la curva de oferta se desplazará hacia arriba en una cuantía  $t$ . Por tanto, la cantidad de equilibrio disminuye. El precio pagado por el consumidor y el productor ya no coinciden estableciéndose la cuña fiscal. El precio pagado por el consumidor es mayor que cuando no había impuesto debido al exceso de demanda creado por el desplazamiento de la oferta que empuja el precio al alza.

La medida en la que se repartirán la carga del impuesto dependerá de la elasticidad, cuanto más aplanada sea la curva de demanda mayor será la incidencia del impuesto sobre la parte productora. Al contrario, cuanto más inelástica sea, mayor será la incidencia sobre los consumidores.

### 3.1.1 La cuestión de la elasticidad

La incidencia de cada impuesto en cada grupo está relacionado con la elasticidad precio de la oferta y la demanda. En primer lugar tomemos la variación del precio del consumidor cuando cambia el impuesto

$$\frac{\partial p_c}{\partial t} = \frac{\partial p_c}{\partial p_c + \partial p_v} \quad (1)$$

Si multiplicamos por la división de las parciales tenemos

$$\frac{\partial p_c}{\partial p_c + \partial p_v} \cdot \frac{\frac{1}{\partial p_c \partial p_v}}{\frac{1}{\partial p_c \partial p_v}} = \frac{\frac{\partial p_c}{\partial p_c \partial p_v}}{\frac{\partial p_c + \partial p_v}{\partial p_c \partial p_v}} \quad (2)$$

Simplificando y multiplicando arriba y abajo por  $\frac{\partial Q}{\partial p_v} \cdot \frac{P}{Q}$  tenemos

$$\frac{\frac{\partial Q}{\partial p_v} \frac{P}{Q}}{\frac{\partial Q}{\partial p_v} \frac{P}{Q} + \frac{\partial Q}{\partial p_c}} \equiv \frac{\epsilon_{s,p}}{\epsilon_{s,p} + |\epsilon_{d,p}|} \quad (3)$$

En tanto por 1 expresa la proporción del impuesto que recaerá sobre los consumidores. Alternativamente tenemos

$$\frac{\partial p_v}{\partial t} \frac{|\epsilon_{d,p}|}{\epsilon_{s,p} + |\epsilon_{d,p}|} \quad (4)$$

que expresa la parte del impuesto que recae sobre los productores.

**Ley de Dalton** La incidencia económica de un impuesto en un mercado competitivo se reparte entre oferentes y demandantes de acuerdo a la elasticidad-precio de la oferta y de la demanda, con independencia de sobre quién recaiga la incidencia legal, de manera que el impuesto recaerá más sobre el agente cuya elasticidad-precio sea relativamente menor en valor absoluto.

### 3.2 Impuesto ad valorem

Ahora supondremos que la fijación del impuesto es proporcional al precio como lo es el IVA.

De igual manera que en el caso anterior, un impuesto reducirá la curva de demanda pero no la desplazará por igual para toda cantidad de producto sino que, por su naturaleza proporcional, la variará inclinándola. Los conceptos de equilibrio e incidencia económica del impuesto son similares a los del impuesto constante. La elasticidad de las curvas de oferta y de demanda determinará de igual modo quién soporta mayor proporción del impuesto.



### 3.3 Impuesto sobre los beneficios extraordinarios

Hasta ahora se ha presupuesto que el impuesto recaía sobre las ventas, ya fuese soportado legalmente por consumidores o productores y que, como se ha visto, esta incidencia legal era irrelevante para la incidencia económica del impuesto. Sin embargo, si el impuesto recae sobre los beneficios económicos el análisis difiere.

En concreto, si suponemos empresas competitivas que maximizan beneficio, un impuesto a un beneficio que es máximo, ni altera las funciones de costes ni las de ingreso por lo que el nivel de producción se mantiene estable a unos precios dados. Dado un impuesto sobre los beneficios económicos, el beneficio máximo alcanzable por la empresa es siempre el beneficio después del impuesto por lo que un impuesto sobre beneficios es soportado completamente por la empresa.

En el largo plazo, sin embargo, al no existir beneficios extraordinarios, la imposición carece de sentido práctico.

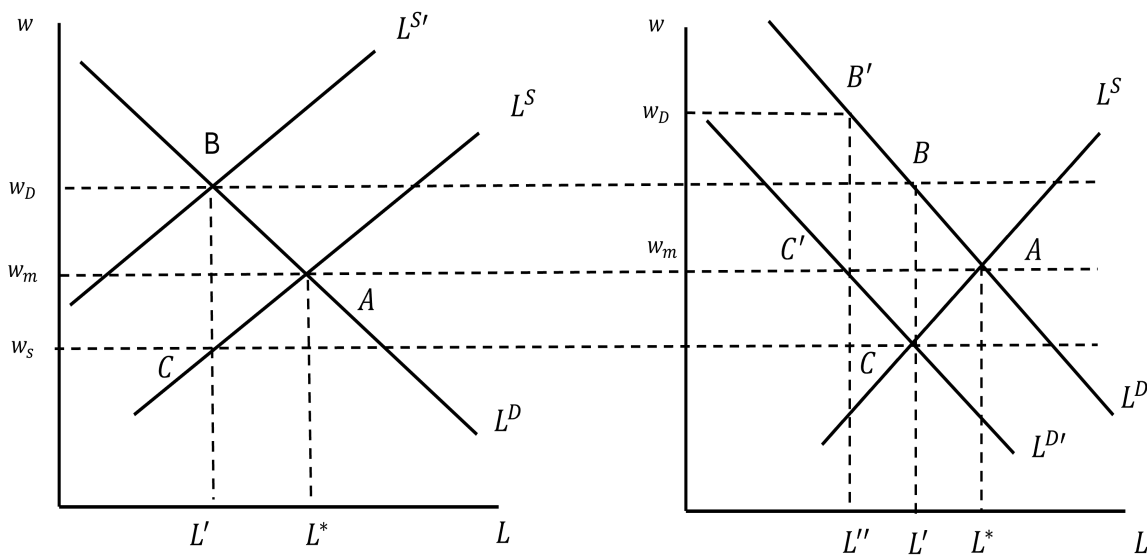
Sin embargo, uno de los principales problemas de esto es la determinación misma del beneficio económico desde un punto de vista contable ya que la rentabilidad no es necesariamente un indicador de beneficio extraordinario.

### 3.4 Incidencia con precios mínimos

Como se ha establecido más atrás, la incidencia legal no tiene relevancia desde el punto de vista económico. Tanto da si el impuesto es sobre el lado productor o si es sobre el lado consumidor, ambos se ven perjudicados. No obstante, esto es así porque hemos supuesto que se trata de un mercado que antes del impuesto funcionaba de forma perfectamente competitiva, sin ningún tipo de imperfección.

Pero si el mercado original no es perfectamente competitivo, la incidencia legal sí puede condicionar la incidencia económica. Por ejemplo, en un mercado de trabajo con salario mínimo, fijado al nivel de salario de equilibrio actual (i.e. al nivel de vaciado). Si:

1. Cotización a los trabajadores (gráfico izquierdo). Si se establece una cotización social a los trabajadores (curva de  $L_s$  hacia arriba), el salario pagado por la empresa será el correspondiente a B, y el salario de los trabajadores tras pagar la cotización será el correspondiente al punto C. La incidencia económica en este caso, pues, se reparte entre ambos.
2. Cotización a los empresarios (gráfico derecho). Si se establece una cotización social a los empresarios (curva de  $L_d$  hacia abajo), la empresa querría trasladar parte del impuesto a los trabajadores y pagar el salario correspondiente al punto C, de manera que el salario más la cotización pagadas por el empresario sean B. El problema es que la imposición de un salario mínimo legal le impide pagar al trabajador un salario por debajo de A, por lo que se verá forzado a pagar el salario correspondiente al punto C', asumir íntegramente la cotización social, y reducir aún más el empleo.



## 4 Medición parcial de la incidencia en competencia imperfecta

### 4.1 El monopolio

En el monopolio, donde sólo existe un vendedor, los productores maximizan su beneficio en el punto en el que su ingreso marginal coincide con su coste marginal y fijan el precio de venta en el corte de dicha cantidad con la curva de ingreso medio que coincide con la demanda. De este modo el monopolista consigue beneficios económicos persistentes.

Si se establece un impuesto específico, tomando en cuenta lo analizado antes, la curva de demanda se desplaza hacia abajo por un importe igual al impuesto, con el consiguiente desplazamiento de la curva de ingreso marginal.

En el monopolio, por tanto, se produce una reducción de los beneficios económicos. Al igual que lo analizado para la competencia perfecta, la incidencia del impuesto dependerá de la elasticidad de las curvas de oferta y demanda.

El beneficio de la empresa monopolica se reduce dado que la brecha entre la curva de costes medios e ingreso medio se reduce. Aunque en el monopolio la empresa tiene poder económico, ésta no puede libremente imputar el impuesto al consumidor pues también sufre una merma en su ingreso.

Del mismo modo que en competencia perfecta, se produce una reducción de cantidad ofertada y un aumento de precio para el consumidor.

En el caso de un impuesto sobre la oferta los resultados serían los mismos. En este caso es el coste marginal el que se desplaza hacia arriba alterando los niveles de producción y los precios.

#### **4.1.1 Ad valorem**

La extensión del modelo de competencia perfecta con impuesto ad valorem a monopolio es inmediata teniendo en cuenta este análisis. Sin embargo, el caso de un mercado competitivo, si un impuesto específico o ad-valorem recaudaban lo mismo, sería indiferente establecer uno u otro. No obstante, en el caso de un monopolio, esto cambia: para una misma cantidad de equilibrio, un impuesto ad-valorem siempre logrará una mayor recaudación que un impuesto específico. O, dicho de otra forma más interesante: si comparamos un impuesto ad-valorem con otro específico que den lugar a la misma recaudación, el impuesto ad-valorem siempre dará lugar a una menor reducción de la cantidad de equilibrio, es decir, el monopolista producirá más con un impuesto ad-valorem.

Esto ocurre porque el impuesto ad-valorem reduce el IMg en una cantidad menor al impuesto, mientras que el impuesto específico reduce el IMg justo en la cuantía del impuesto. Por tanto, el impuesto ad-valorem da lugar a un nivel de producción de equilibrio mayor.

#### **4.2 Oligopolio**

La solución de oligopolio es difusa en tanto en cuanto lo es la propia determinación de precios en el oligopolio (no es igual una solución a la Bertrand que una solución de pacto permanente). Si suponemos que nos encontramos en el mejor escenario posible para las empresas, el modelo de oligopolio más deseable es el de colusión o cártel.

Dado que en este modelo las empresas tienen fuertes incentivos a romper el pacto ya contraen su producción individual para obtener precios superiores pero podrían obtener más beneficio reduciendo sus precios, una contracción de producción por impuestos puede servir como buen anclaje para evitar la ruptura del pacto. Sin embargo todo dependerá del grado de producción respecto al nivel de colusión óptimo, medición que es difícil precisar.

#### **4.3 La fijación de impuestos sobre el beneficio**

Al igual que en la competencia perfecta, si las empresas están en situación de maximización de beneficios, un impuesto sobre el beneficio no podrá ser trasladado a los consumidores. A diferencia del caso de competencia perfecta, en el largo plazo siguen existiendo oportunidades de beneficio para el monopolista por lo que un impuesto sobre beneficios en el largo plazo no serán tampoco trasladados a los consumidores.

### **5 Enfoque de equilibrio general. Modelo de Harberger**

El enfoque de equilibrio general proporciona un marco de análisis más amplio de qué grupos y en qué medida soportan una carga impositiva. A pesar de la multiplicidad de agentes que participan en el proceso productivo y los mercados, las conclusiones del equilibrio general para dos bienes (alimento y manufactura) y dos agentes productivos puede ser extrapolable a mercados más amplios.

Supondremos que no existe ahorro por lo que toda la renta se consume y que se pueden establecer impuestos ad valorem sobre todos los sectores y todos los bienes así como sobre la renta. Los impuestos que sólo gravan un

factor en solo uno de sus usos se denominan impuestos parciales.

## **5.1 El modelo de Harberger**

### **5.1.1 Supuestos**

1. Las empresas de ambos sectores usan capital y trabajo para producir sus bienes. Presentan rendimientos constantes de escala y sus elasticidades de sustitución de factores pueden ser distintas.
2. Los oferentes de factores maximizan sus ganancias totales con libre movilidad entre sectores.
3. Las empresas son competitivas y los precios son perfectamente flexibles.
4. Las cantidades de factores son fijas.
5. Se mueve en un marco analítico de la incidencia impositiva diferencial. No hay variaciones en la renta agregada.

### **5.1.2 El impuesto sobre un producto**

Si se establece un impuesto sobre un producto (alimentos) su precio relativo aumenta, por lo que los consumidores demandarán más del otro bien (manufacturas). Esto es denominado efecto producción.

Esto hará que se produzcan menos alimentos y más manufacturas por lo que habrá cantidades de factores para producir alimentos que pasarán al sector manufacturas. Si el sector manufacturas es intensivo en capital, absorberá capital pero sólo si hay una disminución del precio relativo del capital.

Es decir, un impuesto sobre un producto hace que el precio relativo del factor que es más intensivo en ese sector disminuya. Esto será tanto mayor cuanto mayor sea la elasticidad de la demanda de alimentos.

Cuanto mayor sea la diferencia entre las proporciones de factores empleadas en ambos sectores mayor tendrá que ser la reducción del precio del capital para que pueda ser absorbido por el sector manufacturas (si las relaciones capital/trabajo de alimentos y manufacturas fueran idénticas, ninguno de los dos factores se vería perjudicado en relación con el otro). Por último, cuanto más difícil sea sustituir trabajo por capital en la producción de manufacturas mayor será la reducción de la remuneración del capital necesaria para absorber el capital excedente.

En este caso en particular se observa cómo un impuesto sobre la producción tiene efectos importantes en aquellos que detentan el capital.

Así, como ocurría con un impuesto general sobre todo el consumo, un impuesto selectivo sobre el consumo de un bien afecta tanto a los consumidores como a los propietarios de los factores productivos, aunque de una manera algo diferente:

1. En cuanto a los propietarios de los factores productivos, la rentabilidad nominal (y real) del capital disminuye, y el salario nominal aumenta (con un impuesto general sobre todo el consumo, las retribuciones nominales –y reales– de todos los factores productivos disminuirían). Además, el impuesto será soportado en mayor medida por los propietarios del factor intensivo en el bien gravado (en este caso, capital).
2. En cuanto a los consumidores, hay que tener en cuenta que cuando consideramos todos los mercados de bienes, la demanda de los consumidores es más inelástica que la demanda de un bien concreto (porque para un bien concreto hay sustitutivos cercanos) y, por tanto, es probable que la incidencia impositiva sobre los consumidores resultante de un impuesto selectivo sea menor que la que produciría un impuesto general.

### **5.1.3 Impuesto sobre la renta**

Establecer un impuesto sobre la renta es equivalente a gravar el capital y el trabajo con el mismo tipo impositivo. Como las ofertas de ambos factores son fijas (supuesto 4), este impuesto no puede ser trasladado. La carga soportada será proporcional a la renta inicial de las personas. La conclusión intuitiva es similar a la del caso análogo en el modelo de equilibrio parcial. Puesto que los factores no pueden evitar el impuesto (abandonando la producción), soportan la carga en su totalidad.

### **5.1.4 Impuesto sobre el trabajo**

Un impuesto general sobre el trabajo es un impuesto sobre el trabajo en todos sus empleos, es decir, tanto en la producción de manufacturas como de alimentos. Por tanto, no existen incentivos para trasvasar servicios laborales de un sector a otro. Es más, el supuesto de que la oferta de factores es fija implica que el trabajo tendrá que soportar la carga en su totalidad.

### **5.1.5 Impuesto parcial sobre un factor**

Cuando solo se grava el capital empleado en la producción de manufacturas, inicialmente se producen dos efectos:

1. Efecto producción. El precio de las manufacturas tiende a subir, lo que hace disminuir la cantidad que demandan los consumidores (y de los factores productivos de ese sector) y aumenta la demanda del bien de alimentación (y de los factores productivos de ese sector)
2. Efecto sustitución de factores. Como el capital se encarece en el sector manufacturero, los productores de ese sector tienden a utilizar menos capital y más trabajo, aumentando la demanda de trabajo y disminuyendo la de capital.

Como indica su nombre, el efecto producción es la consecuencia de la reducción de la producción de manufacturas. Cuando el precio de las manufacturas aumenta y su demanda se reduce, se prescinde de ciertas cantidades de capital y de trabajo en la producción de manufacturas, que tendrán que encontrar empleo en la producción de alimentos. Si el sector manufacturero es intensivo en trabajo, entonces el sector alimentario debe absorber gran-

des cantidades (en términos relativos) de trabajo, y esto hará que aumente el precio relativo del capital. En cambio, si el sector manufacturero fuera intensivo en capital, el precio relativo del capital descendería. Por tanto, el efecto producción es ambiguo en relación con el efecto final sobre los precios relativos del trabajo y el capital.

En cuanto a la sustitución, siempre que la sustitución entre capital y trabajo sea posible, un aumento del precio del capital inducirá a las empresas manufactureras a utilizar menos capital y más trabajo, y la demanda de capital y su precio relativo tenderán a reducirse. Si tenemos en cuenta ambos efectos conjuntamente, vemos que si las manufacturas son intensivas en capital, los dos efectos actúan en la misma dirección, por lo que el precio relativo del capital tenderá a reducirse. En cambio, si el sector manufacturero es intensivo en trabajo, el resultado final es incierto desde el punto de vista teórico.

De forma más general, si los factores tienen movilidad para emplearse en los distintos usos, un impuesto sobre un factor en solo uno de los sectores afecta en última instancia a la remuneración de ambos factores en ambos sectores.

Si el factor no tiene movilidad, el resultado de incidencia es muy claro: el factor gravado soporta toda la carga.

#### **5.1.6 Equivalencias impositivas**

Establecer un impuesto general sobre el consumo ( $t_c$ ) es igual que establecer impuestos selectivos iguales sobre el consumo de ambos bienes ( $t_{\text{Manufactura}} + t_{\text{Alimentos}}$ ), e igual también que establecer impuestos generales iguales sobre los factores productivos ( $t_K + t_L$ ).

Establecer un impuesto selectivo sobre el consumo ( $t_{\text{Manufacturas}}$ ) es igual que establecer impuestos selectivos iguales sobre los factores utilizados en dicho sector ( $t_{K\text{Manufacturas}} + t_{L\text{Manufacturas}}$ ).

Establecer un impuesto general sobre un factor productivo ( $t_K$ ) es igual que establecer impuestos selectivos iguales sobre dicho factor ( $t_{K\text{Manufacturas}} + t_{K\text{Alimentos}}$ ).

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 27. Efecto renta y efecto sustitución de los impuestos. Concepto y medición del exceso de gravamen.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

El problema es que los impuestos generan distorsiones. Adam Smith ya señaló en su obra “La Riqueza de las Naciones” de 1776 que “un impuesto puede detraer de los bolsillos de los ciudadanos bastante más de lo que aporta al Tesoro Público”.

En efecto, además del coste de una menor renta, los impuestos generan 3 tipos de costes:

- a. Costes de administración: se trata de los costes a los que se enfrenta el sector público a la hora de gestionar la recaudación (sueldos, supervisión, etc.).
- b. Costes de cumplimiento: se trata de los costes a los que se enfrenta el sector privado derivados del cumplimiento de sus obligaciones fiscales (p.ej. coste de oportunidad del tiempo invertido, pagos a asesores fiscales, etc.).
- c. Costes de eficiencia: se trata de los costes derivados de la alteración del comportamiento de los agentes económicos como resultado de las distorsiones introducidas por el sistema fiscal.

## 2 El efecto renta y el efecto sustitución

Como en cualquier alteración de los precios relativos de los bienes, es posible que se den simultáneamente dos efectos que trasladan el punto de equilibrio original a uno nuevo. En el caso de los impuestos, estos son el efecto renta, consistente en la pérdida de utilidad o bienestar imputable a la reducción de la renta personal originada por el impuesto y el efecto sustitución, o pérdida de utilidad o bienestar originada por las alteraciones provocadas por el gravamen en el comportamiento del propio agente, acudiendo a otras actividades menos gravadas.

No obstante, no siempre ocurre que se dan ambos efectos de forma simultánea. Así, el impuesto de capitación -igual cuantía para todo individuo- no genera efecto sustitución alguno.

### 2.1 La eficiencia en la asignación

La eficiencia en la asignación requiere de la siguiente expresión básica

$$RMS_{ij} = RMT_{ij} = \frac{p_i}{p_j}$$

Es decir, que las relaciones marginales de sustitución de dos productos deben ser iguales a la relación marginal de transformación de estos y a la fracción de sus precios. De modo que ningún bien sea relativamente más deseable que otro dado un nivel de precios.

Cuando se introduce un impuesto, alguna de esas relaciones cambia, por lo que para mantener el equilibrio todas deben cambiar.



Es posible encontrar impuestos que no alteren ninguna de las relaciones anteriores, sin embargo estos son o bien contrarios a la noción de equidad como el impuesto de capitación o bien imposibles de ejecutar como es la imposición a todos los bienes, incluido el ocio lo que en la práctica lo convierte en una suerte de impuesto de capitación.

## 2.2 Efectos de los impuestos sobre el consumo y la renta

Una vez determinada la existencia de ineficiencias una vez se introducen impuestos, estos afectan de forma diferente según qué elemento se grave; bien un impuesto específico sobre el consumo, bien si este es general o bien si se efectúa sobre la renta

### 2.2.1 Impuesto selectivo sobre el consumo

Si se supone un impuesto sobre el bien  $x$ , suponiendo que la utilidad del consumidor representativo dependiese exclusivamente de dos bienes, el bien  $x$  y uno adicional, el precio del bien  $x$  ahora sería  $p_x(1 + t_x)$  donde  $p_x$  es el precio sin impuestos del bien  $x$  y  $t$  el tipo del impuesto.

Esto se expresa en un problema de maximización

$$\begin{aligned} & \max U(x_i) \\ \text{s.a. } & \sum_{i=1}^n p_i x_i + p_t(1 + t)x_t = W(24 - H) + M \end{aligned} \quad (1)$$

El problema se resuelve mediante las CPO que dan las relaciones marginales de sustitución

Así, las relaciones marginales de sustitución respecto al otro bien y al ocio son:

$$RMS_{xy} = \frac{p_x(1 + t_x)}{p_y} > \frac{p_x}{p_y} = RMT$$

$$RMS_{hx} = \frac{w}{p_x(1 + t_x)} < \frac{W}{P_1} = w$$

Sin embargo, a pesar de que el impuesto altera las relaciones marginales de sustitución, no altera la RMT ya que el precio que recibe el empresario y que determina el nivel de producción elegido es  $p_x$ . Al alterar las RMS habrá menor consumo de  $x$  y más del resto. Además, el consumidor querrá trabajar menos pues el salario real ha disminuido

### 2.2.2 Impuesto proporcional sobre la renta

Ante una imposición sobre la renta el problema de maximización toma la forma

$$\begin{aligned} \max \quad & U(x_i) \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^n p_i x_i = (W(24 - H) + M)(1 - t) \end{aligned} \quad (2)$$

Donde la condición de óptimo en este caso es

$$RMS_{xy} = \frac{u'_x}{u'_y} = \frac{p_x}{p_y} = RMT$$

$$RMS_{hx} = \frac{W(1 - t)}{p_x} < \frac{W}{p_x} = w$$

En el caso de un impuesto sobre la renta, en una economía parecida a la anterior, las relaciones marginales de sustitución de cada bien respecto al ocio habrían variado e igual para el bien  $y$ . Sin embargo, de nuevo, el coste del factor para el empresario no toma en cuenta el impuesto ya que él efectivamente paga una remuneración igual a  $w$ , por lo que la RMT para el empresario es

$$RMT_{hx} = \frac{w}{p_x}$$

E igual para el bien  $y$ .

De este modo, de nuevo, se da una pérdida de eficiencia que se traduce en una menor disposición para trabajar por la reducción del salario real.

### 2.2.3 Impuesto general sobre el consumo

Si en lugar de gravar solo un bien, se gravase simultáneamente a todos los bienes -salvo al ocio-, es intuitivo suponer que, en lugar del caso del apartado 2.2.1, ahora el impuesto afecta al otro bien también, lo que mantiene la desigualdad entre las relaciones marginales de sustitución y las de transformación.

$$RMS_{xy} = \frac{p_x(1 + t)}{p_y(1 + t)} = \frac{p_x}{p_y} = RMT$$

$$RMS_{hx} = \frac{W}{p_x(1 + t)} < \frac{W}{P_1} = w$$

De este modo, no se alteran las decisiones del productor ni del consumo, pero sí de su trabajo. En concreto y supo-

niendo una curva de trabajo con pendiente positiva, el consumidor decidirá trabajar menos pues el salario real ha disminuido. El consumidor ya no tiene 2 vías para reducir el coste que le ocasiona el impuesto: ya no puede reducir el coste sustituyendo el consumo de un bien por otro (decisión de consumo), aunque sí puede reducir el coste reduciendo su consumo total (i.e. trabajando menos) y disfrutar a cambio de más ocio (decisión de trabajo).

En resumen, la mayor parte de los impuestos generan una divergencia entre el valor relativo y el coste relativo de los bienes o factores productivos que puede distorsionar el comportamiento de los agentes económicos, induciéndoles a sustituir actividades gravadas por otras menos gravadas. Estos costes de eficiencia representan una pérdida real de outputs y bienestar y son conocidos con el término de exceso de gravamen.

Así pues, una regla fundamental para alcanzar un nivel de imposición óptimo es reducir al máximo la cantidad de exceso de gravamen.

## 2.2.4 Impuesto selectivo sobre un factor productivo

Supongamos la existencia de un impuesto sobre el capital que es empleado en la producción del bien  $x$ . En este caso el problema de maximización es, para la empresa, la maximización del beneficio dado por

$$\pi = p_x x(L_x, K_x) - WL_x - R(1+t)K_x \quad (3)$$

donde la relación marginal de sustitución técnica es

$$\frac{PMg_L^x}{PMg_K^x} = \frac{W}{R(1+t)} < \frac{W}{R} \quad (4)$$

Y la condición de eficiencia técnica que viene dada por la RMT

$$\frac{\partial x}{\partial y} = \frac{CMg_x}{CMg_y} \neq \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow \frac{CMg_x}{CMg_y} = \frac{PMg_L^y}{PMg_L^x} = \frac{\frac{W}{PMg_L^x}}{\frac{W}{PMg_L^y}} \Rightarrow \frac{CMg_x}{CMg_y} = \frac{PMg_K^y}{PMg_K^x} \neq \frac{\frac{R(1+t)}{PMg_K^x}}{\frac{R}{PMg_K^y}} \quad (5)$$

El impuesto no altera las decisiones del consumidor, pero sí la demanda de factores del productor (demandará menos capital y más trabajo) y la decisión de producción (producirá menos bien  $x$  y más del resto). El productor tiene 2 vías para reducir el coste que le ocasiona el impuesto:

1. Sustituir la demanda del factor gravado por otros factores (decisión de demanda de factores).
2. Producir una menor cantidad del bien cuyo factor productivo ha sido gravado (decisión de producción).

### 2.2.5 Impuesto general sobre un factor productivo

Supongamos ahora un impuesto sobre el capital, independientemente de a que producción se destine. El nuevo problema de maximización es para la empresa

$$\pi_i = p_i x_i(L_i, K_i) - WL_i - R(1+t)K_i \quad (6)$$

cuyas CPO dan

$$\frac{PMg_L^x}{PMg_K^x} = \frac{W}{R(1+t)} < \frac{W}{R} \quad (7)$$

Y la condición de eficiencia técnica que viene dada por la RMT

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{CMg_x}{CMg_y} = \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow \frac{CMg_x}{CMg_y} = \frac{PMg_L^y}{PMg_L^x} = \frac{\frac{W}{PMg_L^x}}{\frac{W}{PMg_L^y}} \Rightarrow \frac{CMg_x}{CMg_y} = \frac{PMg_K^y}{PMg_K^x} = \frac{\frac{R(1+t)}{PMg_K^x}}{\frac{R(1+t)}{PMg_K^y}} \quad (8)$$

el impuesto no altera las decisiones del consumidor, pero sí la demanda de factores del productor (demandará menos capital y más trabajo) (aunque no altera la decisión de producción).

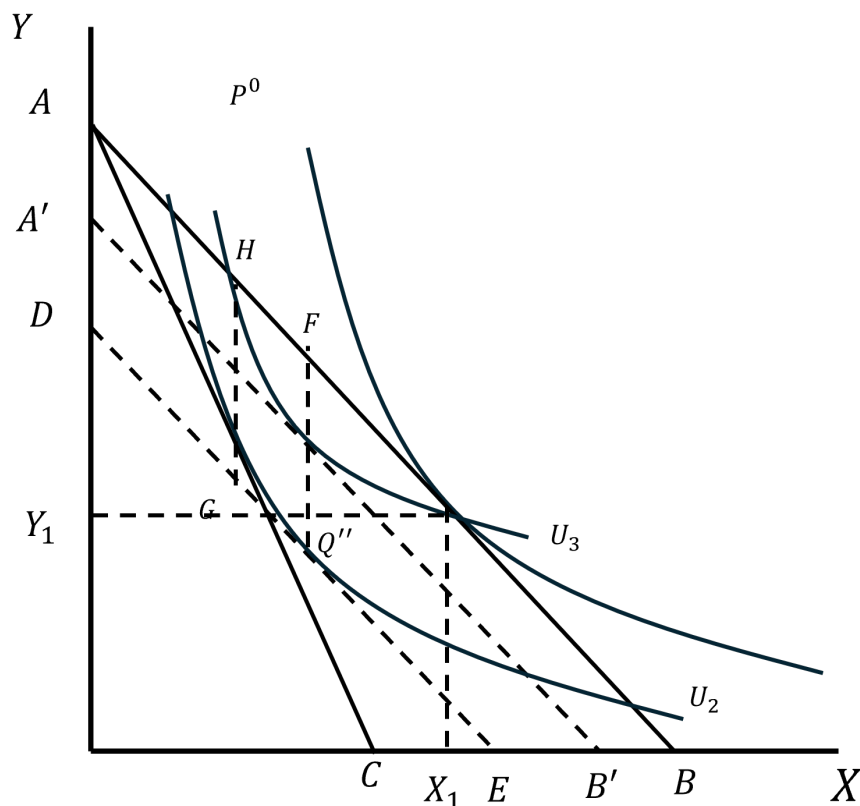
Todo lo visto anteriormente nos permite concluir que, como regla general, los impuestos generan ineficiencias. No obstante, se dan algunas excepciones:

1. Impuestos de suma fija.
2. Impuestos sobre el consumo de bienes o sobre la demanda de factores cuando las elasticidades sean nulas.

## 3 El exceso de gravamen

Como se ha definido, el exceso de gravamen es la pérdida de eficiencia que se produce como consecuencia de la introducción de un impuesto. Su medición, reviste importante relevancia en tanto en cuanto es la cantidad que desvía el impuesto de la eficiencia de mercado, así pues, obtener impuestos cuya distorsión en el mercado sea la mínima posible es una propiedad deseable en el diseño impositivo.

### 3.1 El exceso de gravamen y la variación equivalente



En la gráfica viene representado un primer punto de equilibrio para dos bienes en Q donde la restricción presupuestaria es tangente a la curva de utilidad del individuo. Si se aplica un impuesto al bien  $x$ , y se supone que los costes marginales de producción son constantes, el bien se encarecería relativamente, haciendo que la pendiente de la curva de restricción presupuestaria  $-\frac{p_x}{p_y}$  sea ahora  $-\frac{p_x(1+t)}{p_y}$  por lo que el nuevo punto de equilibrio viene dado por el punto Q' que corta a la segunda curva de utilidad, a un nivel inferior de utilidad.

Existe, pues, una pérdida de bienestar medida por la distancia vertical entre la primera y la segunda curva de utilidad.

Esto también puede medirse a través de la variación equivalente que es la expresión de la cantidad máxima que estaría dispuesto a pagar el sujeto para poder mostrarse indiferente entre hacer frente a la deducción y soportar el impuesto distorsionante o, la renta que, en ausencia de impuesto, habría que detraer al individuo para que este se sitúe en el mismo nivel de bienestar al que habría llegado si se hubiese introducido un impuesto.

En el caso gráfico anterior, esto se obtiene desplazando la restricción presupuestaria original hacia el origen hasta que corte la segunda curva de utilidad. En ese caso, la cantidad recaudada por el impuesto al consumo es inferior a lo que el consumidor estaría dispuesto a entregar de renta para ese nivel de utilidad (FQ'') mientras que la recaudación sería sólo de HQ', haciendo que GQ' sea una pérdida de utilidad adicional, es decir, el exceso de gravamen. En este sentido, se observa cómo un impuesto de cantidad fija (en concreto, la cantidad FQ''), no existiría exceso

de gravamen e, incluso, si el Estado quisiese recaudar el equivalente a la cuantía que recauda con el impuesto al consumo, el nuevo punto de equilibrio sería  $Q'''$  donde el individuo obtiene mayor utilidad.

### **3.2 La medición del exceso de gravamen**

Dado que la utilidad no puede cuantificarse en términos cuantitativos, es preciso, para medir el exceso de gravamen, asumir una serie de supuestos que acoten el problema.

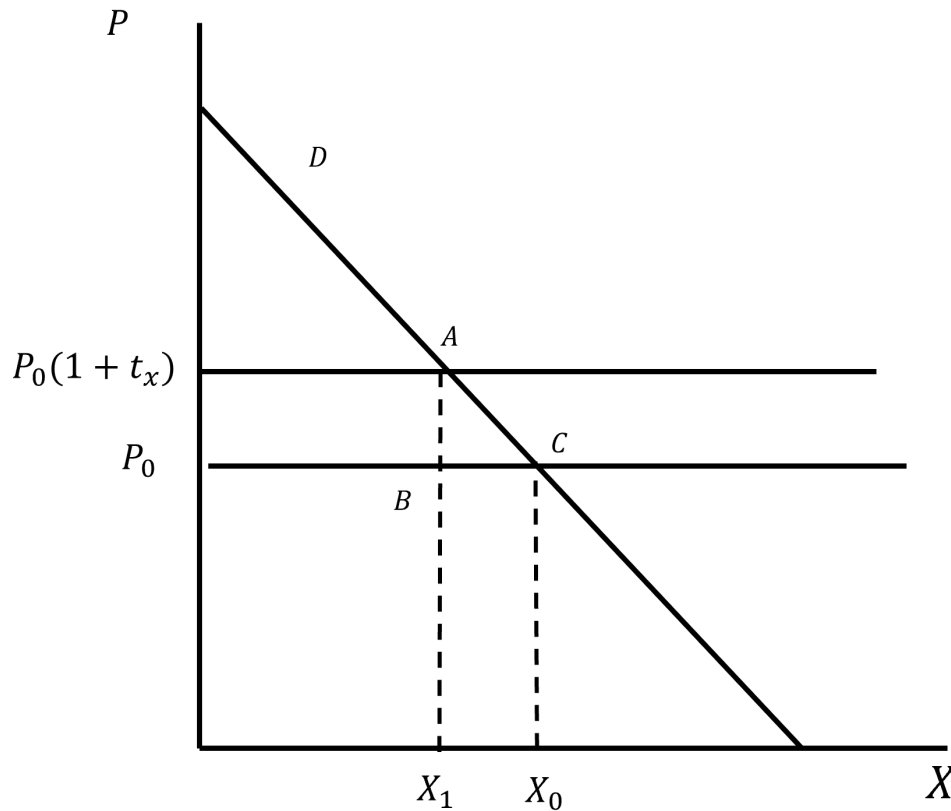
#### **3.2.1 Supuestos**

- El impuesto es proporcional al valor del bien  $T = t \cdot xp_x$  donde  $t$  es el tipo de impuesto y  $p_x$  es el precio de demanda
- Las repercusiones en otros mercados son irrelevantes. Es decir, es un análisis de equilibrio parcial
- El entorno institucional es el de competencia perfecta

#### **3.2.2 La medición a través de las curvas de demanda y oferta**

Si se usan las curvas de demanda compensada para el análisis, se puede comprobar que la introducción de un impuesto eleva, como hemos señalado antes, el precio y por tanto reduce la cantidad demandada.

En el siguiente gráfico se puede observar que la pérdida de bienestar es igual al trapecio rectángulo formado por los vértices AC y los precios.



La recaudación, al ser un impuesto por unidad comprada, es igual al rectángulo cuyo extremo es el correspondido por A-B-P<sub>0</sub>-P<sub>1</sub>, de lo que se deduce que aquella parte no recaudada y que conlleva una pérdida de utilidad es el exceso de gravamen. El triángulo ABC.

Si analizamos analíticamente este caso el exceso de gravamen (EG) será

$$\begin{aligned}
 E.G. &= \frac{1}{2}(x_0 - x_1)[p_0(1 + t) - p_0] = \frac{1}{2}\Delta x \cdot \Delta p \\
 &= \frac{1}{2}\Delta x \cdot tp_x
 \end{aligned}$$

donde  $\Delta x$  es la variación de la demanda de  $x$  inducida por el impuesto y  $tp_x$  el incremento unitario del precio producido por el impuesto.

Por otro lado, podemos relacionar el exceso de gravamen con la elasticidad de la demanda cuya expresión es

$$\xi_{x,p} = \frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta p}{p}} = \frac{p_x}{x} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta p_x}$$

Así pues, y teniendo en cuenta que  $\Delta p_x = t p_x$  podemos reescribir la variación de la cantidad demandada en función de la elasticidad tal que

$$\Delta x = \xi_{x,p} x \cdot t$$

Que, insertado en la expresión del exceso de gravamen nos da

$$E.G. = \frac{1}{2} \xi_D t^2 x p_x = \frac{1}{2} \xi_D t \cdot T$$

De aquí es inmediato inferir que el coste en términos de eficiencia de un impuesto será tanto mayor cuanto mayor sea la elasticidad de la demanda del bien gravado, mayor sea el tipo de gravamen o mayor sea el gasto en dicho bien.

Esta medida es generalizable a otro tipo de impuestos incluido el de la renta.

En el caso de un impuesto proporcional sobre la renta el exceso de gravamen vendrá dado por

$$E.G. = \frac{1}{2} \eta l w t^2 = \frac{1}{2} \eta Y t^2$$

donde  $\eta$  es la elasticidad de la oferta de trabajo respecto a la renta salarial  $Y$ .

No obstante, los impuestos sobre la renta, suelen presentar un menor exceso de gravamen total.

Por tanto, el exceso de gravamen (o los costes derivados del efecto sustitución del impuesto) será mayor cuanto:

- a. Mayor sea la elasticidad-precio de la demanda compensada,  $\varepsilon$  (hasta el punto de que si la demanda es perfectamente inelástica (i.e. no tiene sustitutivos, elasticidad nula), el impuesto no producirá ningún cambio en el comportamiento de los agentes y el exceso de gravamen será nulo).
- b. Mayor sea el valor de lo intercambiado en el equilibrio sin impuesto.
- c. Mayor sea el tipo impositivo que se aplica,  $t$  (y, además, el exceso de gravamen crece proporcionalmente más que el tipo impositivo).

Para reducir el exceso de gravamen (i.e. ineficiencia) de un sistema impositivo, es necesario:

1. Gravar bienes cuya demanda sea inelástica (i.e. bienes con pocos sustitutivos).
2. Gravar bienes que no tengan un peso importante en la cesta de los individuos.
3. Establecer un tipo lo más bajo posible y, sobre todo, constante.



### 3.3 El exceso de gravamen del sistema fiscal

Si se amplía el análisis a la existencia de dos mercados con dos bienes distintos y sustitutivos  $x$  e  $y$ , y con distorsiones por impuestos, se puede obtener el efecto del exceso de gravamen en otros mercados más complejos.

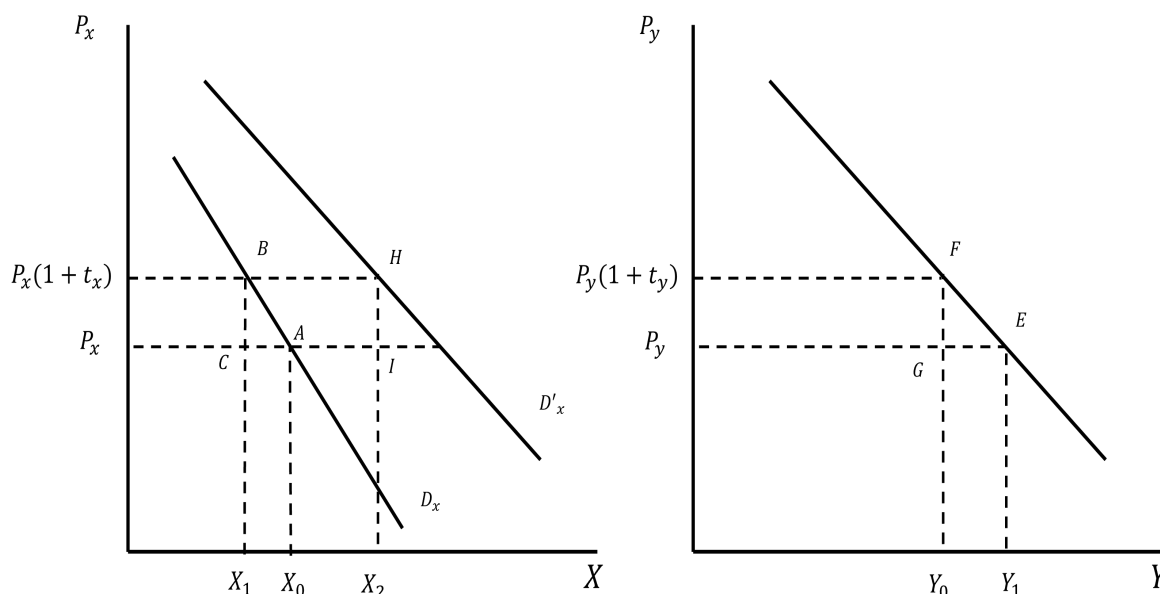
En este caso, sólo un bien, el  $x$  está sometido a impuesto pero el Estado decide imponer un tributo sobre el bien  $y$ .

En este sentido, el impuesto recién creado sobre el bien  $y$  tendrá un efecto sobre el precio relativo del bien  $x$ , que se reduce lo que hace que su demanda se incremente y, en consecuencia, aumente la recaudación.

Esta nueva imposición que, de entrada, habría supuesto un aumento de la pérdida de bienestar en la economía, sin embargo causa una mejora para la demanda del bien  $x$  y para la recaudación de  $x$  que, de ser mayor que la pérdida de bienestar provocada por el impuesto en  $y$  supondría una reducción del exceso de gravamen del sistema y, en consecuencia, una mejora de bienestar social en su conjunto.

#### 3.3.1 La medición del gravamen en dos bienes

Gráficamente, la relación entre ambos bienes se puede representar a través de un par de gráficas como las siguientes



En la primera gráfica se observa como la demanda inicial del bien  $x$  ya sometido a impuesto era  $x_1$  en el punto  $B$  de corte con la curva de demanda, de donde se observa que el exceso de gravamen cuando se introdujo el impuesto en  $x$  es el área  $ABC$ .

Paralelamente, el bien  $y$  tiene una reducción de la cantidad demandada como consecuencia de su encarecimiento absoluto, desde el punto  $E$  al punto  $F$ , generandose exceso de gravamen en el triángulo  $EFG$ .

Esto provoca que la demanda del bien  $x$  varíe en tanto que su precio relativo ahora es menor, lo que lleva, para el precio  $p_x(1 + t)$  a un nivel de producción y demanda  $x_2$  en el punto de corte H.

De este modo, si el área BCHI del bien  $x$  fuese superior al triángulo EFG, el exceso de gravamen total habría disminuido en lugar de incrementarse con la entrada de un nuevo impuesto sobre  $y$ .

Para este caso concreto, el exceso de gravamen total viene dado por la expresión gráfica

$$EGT = ABC + EGF - BCHI$$

Es decir, el exceso de gravamen total es el exceso de gravamen de cada bien por separado menos el exceso de gravamen conjunto.

Analíticamente podemos analizar este exceso de gravamen a través de los excesos de gravámenes individuales cuya expresión, teniendo en cuenta lo expuesto en apartados anteriores, es

$$EG_i = \frac{1}{2} \xi_i \cdot p_i t_i^2$$

o, de otro modo,

$$EG_i = \frac{1}{2} \left[ \frac{\Delta_i}{\Delta p_i} \right] p_i^2 t_i^2 = \frac{1}{2} S_{ii} p_i^2 t_i^2$$

donde  $S_{ii}$  es la respuesta de la demanda compensada a cambios de precios.

El exceso de demanda cuando  $y$  sufre un impuesto y  $x$  ya lo tenía es

$$EG_{xy} = \Delta x \Delta p_x$$

donde  $\Delta x$  puede estimarse a través de la elasticidad cruzada  $\xi_{xy}$  tal que

$$\xi_{xy} = \frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta p_y}{p_y}}$$

por lo que

$$\Delta x = \xi_{xy} x \frac{t_y p_y}{p_y} = \xi_{xy} x \cdot t_y$$

que sustituida en la expresión inicial queda como

$$EG_{xy} = \xi_{xy} \cdot x \cdot t_y \cdot p_x \cdot t_x$$

o, lo que es lo mismo

$$EG_{xy} = \left[ \frac{\Delta x}{\Delta p_y} \right] \cdot p_y \cdot t_y \cdot p_x \cdot t_x = S_{xy} \cdot p_y \cdot t_y \cdot p_x \cdot t_x$$

donde  $S_{xy}$  es la respuesta de la demanda compensada de x al cambio de precio en y.

Por tanto, el exceso de gravamen total es

$$\begin{aligned} EGT &= EG_x + EG_y - EG_{xy} \\ EGT &= \frac{1}{2} S_{xx} p_x^2 t_x^2 + \frac{1}{2} S_{yy} p_y^2 t_y^2 - S_{xy} \cdot p_y \cdot t_y \cdot p_x \cdot t_x \end{aligned}$$

o, de forma más general

$$EGT = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n S_{ij} p_i t_i p_j t_j$$

En el caso de ser complementarios, el exceso de gravamen vendría dado por la expresión anterior multiplicada por -1.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 28. Imposición y oferta. Efectos incentivo de los impuestos. Los impuestos y la oferta de trabajo.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

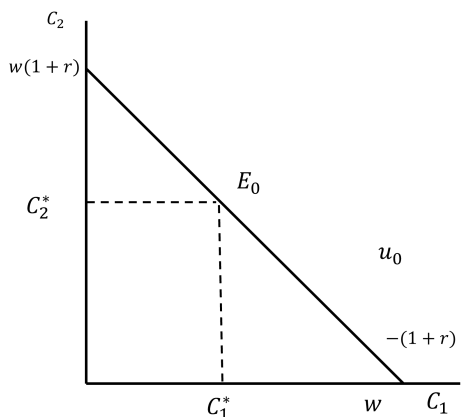
La actividad del Estado en la economía tiene múltiples efectos. Desde el estímulo de la demanda a través del gasto público hasta la contracción de la misma a través de una subida impositiva. También, del mismo modo, el Estado puede estimular o desincentivar variables clave en la formación de la oferta tales como el ahorro y la inversión, y, en consecuencia, las expectativas empresariales o la propia oferta de factores como el trabajo. Comprender los efectos que la imposición tiene en la oferta es importante de cara a la formulación de políticas públicas.

## 2 La imposición en la oferta: Ahorro e Inversión

El capital supone uno de los principales factores de producción. En este sentido, el ahorro y la canalización de este a través de la inversión suponen una aproximación al papel de los impuestos en la oferta.

### 2.1 La imposición sobre el ahorro

El ahorro es un fenómeno intertemporal (pues ahorro hoy para consumir mañana). Por ello, para analizar los efectos de los impuestos sobre el ahorro es necesario utilizar un modelo que tenga en cuenta las decisiones intertemporales de los agentes. Nosotros vamos a considerar un sencillo modelo de ciclo vital de 2 períodos. Los individuos viven 2 períodos, pero sólo reciben una renta (que supondremos salarial) fija en el primer período<sup>1</sup>; los individuos gastan toda su renta a lo largo de los 2 períodos (i.e. no dejan herencias), y pueden ahorrar al tipo de interés de mercado (por lo que el consumo en el segundo período se financia con el ahorro del primer período más su rendimiento). En una situación sin impuestos, el equilibrio viene dado por la maximización de la utilidad del consumo en ambos períodos sujeta a la restricción presupuestaria

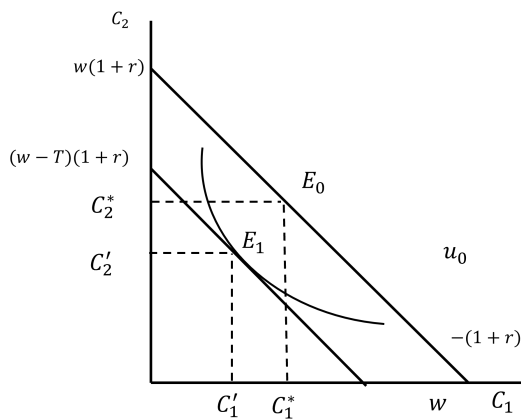


#### 2.1.1 Impuesto de suma fija

En el caso de un impuesto de suma fija el problema para el individuo se convierte en

$$\begin{aligned} \max & U(c_1) + \beta U(c_2) \\ \text{s.a.} & c_1 + \frac{c_2}{1+r} = w - t \end{aligned} \quad (1)$$

donde  $\beta = \frac{1}{1+\rho}$  que es la preferencia intertemporal al consumo presente, entonces las condiciones de primer orden son exactamente las mismas que en el caso sin impuesto, por lo que no hay un efecto sustitución sobre los consumos, sin embargo sí que hay un efecto renta. La restricción presupuestaria se desplazará de forma paralela hacia el origen (manteniendo, pues, su pendiente constante). Si el consumo en ambos períodos es un bien normal (algo que vamos a suponer de aquí en adelante), se reduce el consumo en ambos períodos.



**Efectos sobre el ahorro** Para ver qué pasa con el ahorro, podríamos ver si el consumo en el primer período aumenta o disminuye. Pero como con un impuesto de suma fija cambia la renta, una disminución del consumo en el período 1 no es sinónimo de más ahorro. Por ello, en este caso es mejor fijarse en el consumo en el período 2. Como éste se financia con el ahorro, y el consumo en el período 2 hemos dicho que disminuye, entonces el ahorro privado habrá disminuido. No obstante, la disminución del ahorro privado será de una magnitud inferior al impuesto (porque la propensión marginal a ahorrar es menor que 1).

En cuanto al ahorro público y nacional, dependerá del uso que haga el sector público de la recaudación impositiva:

- Si la dedica a consumo público, el ahorro público no variará, y, por tanto, la variación del ahorro nacional será igual a la variación del ahorro privado (i.e. el ahorro nacional disminuirá).
- Si la ahorra, el ahorro del sector público será igual a la recaudación impositiva. Dado que el ahorro privado ha disminuido menos que la recaudación impositiva, el resultado final será que el ahorro nacional aumentará.

### 2.1.2 Impuesto proporcional sobre las rentas salariales

Dado que hemos supuesto que la renta salarial es fija (i.e. oferta de trabajo fija), por lo que un impuesto sobre el salario tiene el mismo efecto que un impuesto de suma fija que dé lugar a la misma recaudación, pues ambos son neutrales. Por tanto, los efectos serán los mismos.

### 2.1.3 Impuesto proporcional sobre el consumo

En este caso el impuesto actúa sobre el miembro de la izquierda de la restricción presupuestaria, así el problema queda como

$$\begin{aligned} \max & U(c_1) + \beta U(c_2) \\ \text{s.a.} & \left(c_1 + \frac{c_2}{1+r}\right)(1+t) = w \end{aligned} \quad (2)$$

De nuevo las CPO dan el mismo resultado que sin impuesto, dado que un impuesto proporcional sobre el consumo mantiene inalterada la CPO, por lo que no habrá efecto sustitución. Sí habrá, sin embargo, efecto renta. La restricción presupuestaria se desplazará de forma paralela hacia el origen (manteniendo, pues, su pendiente constante), y el consumo disminuirá en ambos periodos. Gráficamente, la restricción presupuestaria se desplazaría paralelamente hacia dentro, y los cortes en los ejes de abscisas y de ordenadas serían  $w/(1+t)$  y  $w/(1+t)(1+r)$ , respectivamente.

**Efectos sobre el ahorro** Como el consumo en el período 2 se financia con el ahorro, y el consumo en dicho período hemos dicho que disminuye, entonces estaríamos tentados a concluir que el ahorro privado disminuirá. Pero esto no es necesariamente así, pues, en puridad, el ahorro no es igual al consumo en el período 2, sino al gasto en el período 2, y ahora que hay impuestos al consumo el gasto en el período 2 será el consumo más los impuestos en dicho período. Y como el consumo en 2 disminuye pero los impuestos suben, no sabemos qué efecto va a predominar, por lo que el efecto sobre el ahorro privado de un impuesto proporcional sobre el consumo será ambiguo.

### 2.1.4 Impuesto proporcional sobre los rendimientos del ahorro

El nuevo problema del consumidor cuando se plantea un impuesto sobre los rendimientos del ahorro es

$$\begin{aligned} \max & U(c_1) + \beta U(c_2) \\ \text{s.a.} & c_1 + \frac{c_2}{1+r(1-t)} = w \end{aligned} \quad (3)$$

En este caso, las CPO sí se ven alteradas tal que

$$\frac{u'_1}{\beta u'_2} = 1 + r(1 - t) \longrightarrow \frac{u'_1}{u'_2} = \frac{1 + r(1 - t)}{1 + \rho} < \frac{1 + r}{1 + \rho} \quad (4)$$

En este caso existe un efecto sustitución al modificarse la CPO óptima.

La restricción en este caso pivota hacia dentro sobre su corte en abcisas disminuyendo la pendiente (de  $1+r$  a  $1+r/(1-t)$ ), por lo que existirá un efecto renta -disminuye el consumo en ambos periodos, pues el hogar recibe menos por su ahorro- y uno sustitución -aumenta el consumo en 1 y disminuye en 2 pues el coste de oportunidad de consumir en 1 disminuye.

**Efecto sobre el ahorro** Como el consumo en 2 disminuye, y éste se financia con el ahorro previo, estaríamos tentados a pensar que el ahorro privado también disminuirá. Pero el problema es que el ahorro privado genera ahora un menor rendimiento, por lo podría ocurrir que el individuo tuviera que ahorrar más que antes para consumir menos en el período 2. Por lo tanto, el efecto sobre el ahorro privado de un impuesto proporcional sobre los rendimientos del ahorro será ambiguo.

## 2.2 La inversión y los incentivos

### 2.2.1 Los incentivos

Tanto en el caso del ahorro, de la inversión o de la oferta de trabajo, un impuesto es además de un instrumento recaudatorio, un instrumento para la organización de la economía.

En este sentido, los incentivos pueden analizarse desde una doble perspectiva, aunque ambas derivan en un mismo fundamento. Por un lado, una ventaja fiscal respecto a ciertos elementos puede hacer que dichos elementos se conviertan en más atractivos para los individuos dado que obtienen una discriminación positiva respecto a otros que sí son gravados o que son gravados con mayor intensidad.

Por otro lado, un impuesto provoca en los bienes complementarios y sustitutivos reacciones que no se deben directamente al impuesto (ya que no sufren imposición) pero sí que afectan al comportamiento de los agentes respecto a ellos ya que se abaratan o se encarecen relativamente según cuál sea su naturaleza (sustitutiva o complementaria).

Así, como se ha señalado antes, un impuesto al consumo en un periodo tendrá un efecto incentivo sobre el ahorro al que también se podría haber incentivado a través de una reducción de la tributación del ahorro.

Desde un punto de vista aplicado, una empresa podría optar por una producción medioambientalmente más sostenible aunque más cara si, por ejemplo, existiese una deducción en el impuesto de sociedades a la adquisición de maquinaria con ciertas características de contaminación reducida o, alternativamente, se impusiese un gravamen al uso de cierta maquinaria contaminante.



### 2.2.2 Los efectos de la imposición sobre la inversión

Como se ha señalado antes, los instrumentos de inversión pueden ser más o menos atractivos en función de el grado de imposición que sufran respecto a otros instrumentos -asumiendo que el riesgo y el rendimiento son equivalentes-

Respecto a la inversión real, un impuesto sobre el beneficio económico en sentido estricto tiene efectos neutrales ya que la última unidad de capital invertida da una rentabilidad igual a 0, sin embargo si el impuesto es sobre la renta de la empresa, sí que habrá una reducción de la utilización de capital. Ahora bien, si la inversión puede deducirse en una imposición sobre las sociedades, es probable que se incentive la inversión.

En todo caso, un impuesto deprimirá la inversión al elevar los costes marginales de utilización del capital, no obstante esto dependerá de la estructura del gravamen y de la base imponible de este.

Veamos qué sucede con las decisiones de producción cuando uno o más de un factor son gravados.

### 2.2.3 Impuesto selectivo sobre un factor productivo

Supongamos la existencia de un impuesto sobre el capital que es empleado en la producción del bien  $x$ . En este caso el problema de maximización es, para la empresa, la maximización del beneficio dado por

$$\pi = p_x x(L_x, K_x) - WL_x - R(1+t)K_x \quad (5)$$

donde la relación marginal de sustitución técnica es

$$\frac{PMg_L^x}{PMg_K^x} = \frac{W}{R(1+t)} < \frac{W}{R} \quad (6)$$

Y la condición de eficiencia técnica que viene dada por la RMT

$$\frac{\partial x}{\partial y} = \frac{CMg_x}{CMg_y} \neq \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow \frac{CMg_x}{CMg_y} = \frac{PMg_L^y}{PMg_L^x} = \frac{\frac{W}{PMg_L^x}}{\frac{W}{PMg_L^y}} \Rightarrow \frac{CMg_x}{CMg_y} = \frac{PMg_K^y}{PMg_K^x} \neq \frac{\frac{R(1+t)}{PMg_K^x}}{\frac{R}{PMg_K^y}} \quad (7)$$

El impuesto no altera las decisiones del consumidor, pero sí la demanda de factores del productor (demandará menos capital y más trabajo) y la decisión de producción (producirá menos bien  $x$  y más del resto). El productor tiene 2 vías para reducir el coste que le ocasiona el impuesto:

1. Sustituir la demanda del factor gravado por otros factores (decisión de demanda de factores).
2. Producir una menor cantidad del bien cuyo factor productivo ha sido gravado (decisión de producción).

### 2.2.4 Impuesto general sobre un factor productivo

Supongamos ahora un impuesto sobre el capital, independientemente de a que producción se destine. El nuevo problema de maximización es para la empresa

$$\pi_i = p_i x_i(L_i, K_i) - WL_i - R(1+t)K_i \quad (8)$$

cuyas CPO dan

$$\frac{PMg_L^x}{PMg_K^x} = \frac{W}{R(1+t)} < \frac{W}{R} \quad (9)$$

Y la condición de eficiencia técnica que viene dada por la RMT

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{CMg_x}{CMg_y} = \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow \frac{CMg_x}{CMg_y} = \frac{PMg_L^y}{PMg_L^x} = \frac{\frac{W}{PMg_L^x}}{\frac{W}{PMg_L^y}} \Rightarrow \frac{CMg_x}{CMg_y} = \frac{PMg_K^y}{PMg_K^x} = \frac{\frac{R(1+t)}{PMg_K^x}}{\frac{R(1+t)}{PMg_K^y}} \quad (10)$$

el impuesto no altera las decisiones del consumidor, pero sí la demanda de factores del productor (demandará menos capital y más trabajo) (aunque no altera la decisión de producción).

Todo lo visto anteriormente nos permite concluir que, como regla general, los impuestos generan ineficiencias. No obstante, se dan algunas excepciones:

1. Impuestos de suma fija.
2. Impuestos sobre el consumo de bienes o sobre la demanda de factores cuando las elasticidades sean nulas.

## 3 Imposición sobre la oferta de trabajo

Los efectos sobre el crecimiento económico de la oferta de trabajo son dobles. Por un lado, más trabajadores producen un incremento de la producción pero, por otro lado, si este crecimiento de la población es superior al crecimiento de la producción, el crecimiento agregado será negativo.

Los impuestos, sin embargo, no tienen una afectación significativa sobre la planificación familiar. No obstante, si se descarta el crecimiento de la población como pilar de análisis, los impuestos sobre el trabajo sí que plantean elementos importantes para el análisis de la oferta.

### 3.1 Situación sin impuesto

Las decisiones de trabajo de un hogar vienen dadas por la maximización de su utilidad que depende tanto del consumo como del ocio.

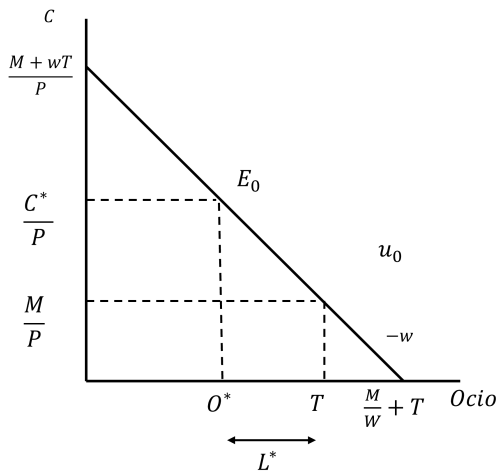
El problema de maximización que tiene un trabajador se define como

$$\begin{aligned} &\text{maximize} && U(H, C) \\ &\text{subject to} && PC = W(24 - H) + M \end{aligned} \quad (11)$$

Cuyas condiciones de primer orden son

$$\frac{u'_H}{u'_C} = \frac{W}{P} = w \quad (12)$$

donde por simplicidad supondremos que  $P = 1$ . Gráficamente



#### 3.1.1 Impuesto de suma fija

El nuevo problema de maximización ante un impuesto de suma fija es

$$\begin{aligned} &\text{maximize} && U(H, C) \\ &\text{subject to} && C = w(24 - H) + M - T \end{aligned} \quad (13)$$

En este caso las CPO no se ven alteradas ya que no varía los precios relativos del ocio y del consumo. Sin embargo sí que supone un efecto renta. El impuesto de suma fija produce un desplazamiento paralelo hacia dentro de la

restricción presupuestaria. Si el bien consumido y el ocio son bienes normales (algo que vamos a suponer de aquí en adelante), una reducción de la renta disminuirá el consumo y el ocio, por lo que aumentará la oferta de trabajo. Por lo tanto, el efecto de un impuesto de suma fija es un aumento de la oferta de trabajo.

### 3.1.2 Impuesto proporcional sobre las rentas salariales

El nuevo problema es

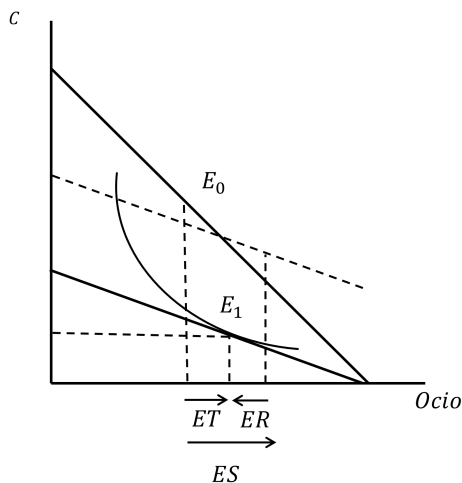
$$\begin{aligned} &\text{maximize } U(H, C) \\ &\text{subject to } C = w(24 - H)(1 - t) + M \end{aligned} \quad (14)$$

Este nuevo impuesto sí que altera los precios relativos ya que las CPO son

$$\frac{u'_H}{u'_C} = w(1 - t) < w \quad (15)$$

Por lo que habrá tanto un efecto renta como uno sustitución. Particularmente por el efecto renta disminuye el salario, por lo que disminuye la demanda de consumo y de ocio, aumentando, pues, la oferta de trabajo.

En cuanto al efecto sustitución la reducción del salario reduce el coste de oportunidad del ocio, pues ahora renunciar al trabajo cuesta menos. Así, el efecto sustitución va a aumentar la demanda de ocio, disminuyendo, pues, la oferta de trabajo. De esta manera, el efecto que un impuesto proporcional sobre las rentas salariales tenga en la oferta de trabajo es ambiguo.



En el gráfico, la oferta de trabajo se reduce tras el impuesto porque hemos supuesto que el efecto sustitución predomina sobre el efecto renta (i.e. que la curva de oferta de trabajo –no mostrada– tiene pendiente positiva).

**Diferencia entre proporcional y de suma fija** Impuesto proporcional sobre la renta salarial vs. impuesto de suma fija. Como hemos visto, para una misma recaudación la diferencia entre ambos impuestos es que el impuesto proporcional produce un efecto sustitución y el de suma fija, no. Y como el efecto sustitución siempre va a reducir la oferta de trabajo, el impuesto de suma fija siempre dará lugar a una mayor oferta de trabajo que el impuesto proporcional.

### 3.1.3 Impuesto proporcional sobre toda renta

Si además del trabajo tomamos todas las rentas que pueda poseer un hogar entonces el problema de maximización es

$$\begin{aligned} &\text{maximize} && U(H, C) \\ &\text{subject to} && C = (w(24 - H) + M)(1 - t) \end{aligned} \quad (16)$$

En este caso la situación es similar al anterior pues sus condiciones de primer orden son las mismas. Ahora bien, a los efectos anteriores hay que sumarle un efecto renta adicional provocado por el impuesto sobre la renta extra-salarial, por lo que aunque el efecto sobre la oferta seguirá siendo ambiguo, la oferta de trabajo será mayor que con un impuesto proporcional sobre la renta salarial.

### 3.1.4 Impuesto proporcional sobre el consumo

Ahora lo que se ve alterada es la parte izquierda de la restricción tal que

$$\begin{aligned} &\text{maximize} && U(H, C) \\ &\text{subject to} && C(1 + t) = w(24 - H) + M \end{aligned} \quad (17)$$

Donde la CPO ahora es

$$\frac{u'_H}{u'_C} = \frac{w}{1 + t} < w \quad (18)$$

que, si bien varía con respecto a las analizadas antes, el efecto es similar pues la desigualdad respecto al salario libre de impuestos mantiene el sentido, ofreciendo un resultado ambiguo sobre la oferta de trabajo. De hecho, si se supone que no existe ahorro (y en consecuencia toda la renta se consume) un impuesto proporcional sobre el consumo puede tener los mismos efectos que uno sobre toda la renta si se cumple que  $t_{IVA} = \frac{t_{IRPF}}{1 - t_{IRPF}}$ <sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> no hay más que dividir las restricciones presupuestarias del impuesto sobre el consumo y la del impuesto sobre la renta

### 3.1.5 Impuesto progresivo sobre las rentas salariales

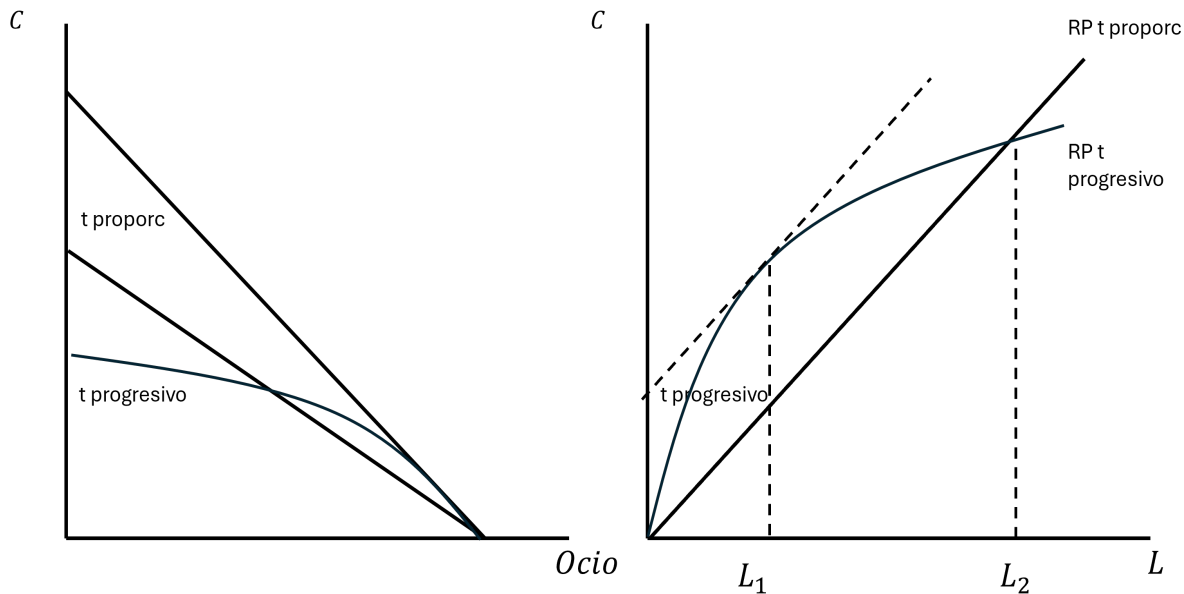
En este caso, el impuesto es una función de la renta salarial, así el problema de optimización es

$$\begin{aligned} &\text{maximize} && U(H, C) \\ &\text{subject to} && C(1 + t) = w(24 - H) + M, \\ &&& t = f(L \cdot W) \quad \text{con} \quad f' > 0 \end{aligned} \tag{19}$$

donde las CPO son

$$\frac{u'_H}{u'_C} = w(1 - t) < w \tag{20}$$

donde ahora  $t$  es el tipo impositivo medio que será creciente con la renta salarial. Gráficamente la restricción presupuestaria será ahora cóncava y el consumo crecerá en menor proporción que la renta por la progresividad.



#### Efectos según nivel de renta

1. Individuos de renta alta (mayor que  $L_2$ ): el impuesto progresivo hace que estos individuos tengan un menor salario medio (i.e. la pendiente del rayo vector que pasa la restricción presupuestaria progresiva en  $L_2$  es menor que la pendiente de la restricción presupuestaria proporcional), y un menor salario marginal (i.e. la pendiente de la restricción presupuestaria progresiva en ese punto es menor que la pendiente de la restricción presupuestaria proporcional). Así, el menor salario marginal refuerza el efecto sustitución, presionando más a la baja la oferta de trabajo. Por otro lado, el menor salario medio refuerza el efecto renta, presionando más

al alza la oferta de trabajo. Por lo tanto, un impuesto progresivo tiene un efecto ambiguo sobre la oferta de trabajo de los individuos ricos con respecto al impuesto proporcional (y ambiguo con respecto a la situación inicial).

2. Individuos de renta baja (menor que  $L_1$ ): el impuesto progresivo hace que estos individuos tengan un mayor salario medio y un mayor salario marginal respecto al impuesto proporcional. De este modo el mayor salario marginal debilita el efecto sustitución, presionando menos a la baja la oferta de trabajo. Por otro lado, el mayor salario medio debilita el efecto renta, presionando menos al alza la oferta de trabajo. Por tanto, un impuesto progresivo tiene un efecto ambiguo sobre la oferta de trabajo de los individuos pobres con respecto al impuesto proporcional (y ambiguo con respecto a la situación inicial)
3. Individuos de renta media (entre  $L_1$  y  $L_2$ ): el impuesto progresivo hace que estos individuos tengan un mayor salario medio pero un menor salario marginal respecto al impuesto proporcional. Así pues, el menor salario marginal refuerza el efecto sustitución, presionando más a la baja la oferta de trabajo. El mayor salario medio debilita el efecto renta, presionando menos al alza la oferta de trabajo. Por tanto, un impuesto progresivo reduce la oferta de trabajo de los individuos de clase media con respecto al impuesto proporcional, pero el efecto es ambiguo con respecto a la situación inicial.

En conclusión, el efecto sobre la oferta de trabajo de un impuesto progresivo sobre la renta salarial es ambiguo, tanto con respecto a la situación sin impuesto, como a la situación con impuesto proporcional (salvo en el caso de individuos de renta media, que con un impuesto progresivo reducen más su oferta de trabajo que con un impuesto proporcional).

## **3.2 La categoría especial del trabajo y sus efectos sobre la imposición**

El trabajo, a diferencia de otras mercancías está sometido, a pesar de las innovaciones técnicas que pudiesen imaginarse, a ciertos límites que deben ser tenidos en cuenta a la hora de analizar la incidencia impositiva sobre la oferta de trabajo.

### **3.2.1 El tiempo de trabajo**

El número de horas que un trabajador puede destinar al trabajo frente al ocio es limitado y variante entre tipos de trabajo y sociedades pero, en todo caso, con un límite físico. Así pues, existe una rigidez inmanente en los cambios de la oferta de trabajo.

### **3.2.2 La importancia de motivos no pecuniarios**

Los trabajadores toman decisiones respecto a su trabajo-ocio no sólo en función de la remuneración directa que reciben sino también en base a determinadas gratificaciones al margen de la cantidad de trabajo como pueden ser el prestigio, el poder o la estabilidad. Esto puede provocar que el análisis renta-ocio no sea del todo preciso.

### **3.2.3 Efecto despecho sobre los impuestos**

Un mayor nivel de impuestos puede hacer que el trabajador perciba que trabajar más es trabajar «para el gobierno» por lo que tenga fuertes incentivos para que el efecto renta sea notablemente inferior al efecto sustitución.

### **3.2.4 El efecto compra de la imposición**

Similar al anterior, pero en otro sentido, el contribuyente puede acceder a más trabajo y, por tanto, a mayor tributación si percibe que el dinero público recaudado es invertido correctamente y, por tanto, asume la imposición como un pago por compra de bienes y servicios producidos por el Estado.

## **3.3 El mercado global de trabajo**

Los efectos sobre el mercado de trabajo son distintos si se analizan de forma individual o tomando la totalidad del mercado, como por ejemplo sucede con el impuesto progresivo.

Si asumimos que una mayor imposición inclina la oferta de trabajo haciéndola más inelástica respecto al salario, la cantidad de trabajo total será menor y, en consecuencia, la recaudación también será menor al haber menos trabajadores.

Esta relación inversa entre recaudación e imposición no es monótona ya que, de serlo, la imposición óptima sería 0 (más tributación, menor recaudación de forma constante). La curva de Laffer pone precisamente en relación esa combinación de efectos.

Así pues, para Laffer existe un nivel de imposición óptimo a partir del cual la recaudación es decreciente por lo que el tipo impositivo presenta una forma de campana en relación a la recaudación.

## **3.4 Los efectos sobre la oferta relativa de trabajo**

Los efectos de un impuesto sobre la oferta relativa de trabajo son relativamente mayores que los generados sobre la oferta total donde unos efectos se compensan con otros, en una perspectiva estática. No obstante, de cara a la ejecución de políticas públicas que pretendan una reconfiguración de la estructura de la oferta de trabajo, puede ser útil tomar en cuenta los siguientes efectos que pueden darse en la oferta relativa de trabajo.

- Un cambio de trabajo a uno de mayor renta puede ser indeseable cuando la tributación es progresiva ya que, si el tipo marginal es suficientemente elevado, la mayor responsabilidad y la tributación no se ven recompensadas en el salario.
- Si la tributación no se ejerce sobre retribuciones no monetarias, estas tenderán a crecer en el tiempo.
- Si la tributación es difícil que sea impuesta en ciertos entornos y/o trabajos por sus costes administrativos y de control, estos trabajos serán relativamente más atractivos dado que existe mayor posibilidad de evasión.



Tener estos elementos en cuenta pueden hacer atractiva la corrección de políticas públicas donde existan externalidades positivas a pesar de los costes directos de cara a reordenar la oferta de trabajo.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 29. La imposición óptima. Tipo impositivo óptimo. Regla de Ramsey. El compromiso entre eficiencia y equidad.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

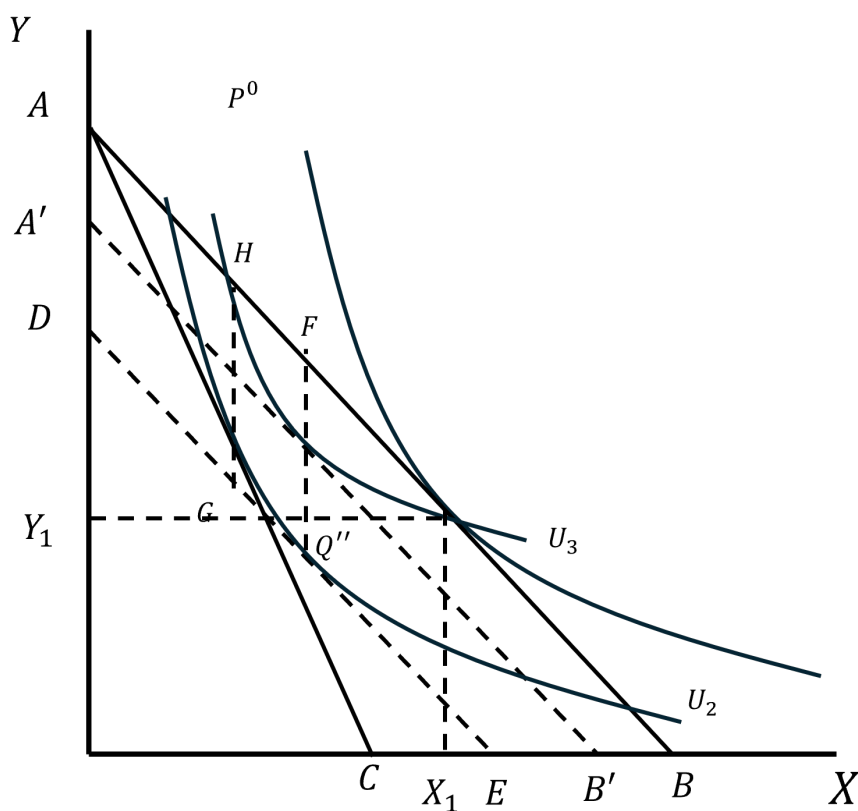
C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 La imposición óptima

## 1.1 El exceso de gravamen

El exceso de gravamen se define como la pérdida irrecuperable de bienestar en una economía tras la introducción de un impuesto. Esta pérdida no es compensada por las ventajas en términos recaudación del impuesto.

Esto sucede siempre que se introducen impuestos ad valorem. Esta característica no es extrapolable a los impuestos de cuota fija, sin embargo su implantación presenta importantes costes sociales derivados de la intrínseca desproporcionalidad entre los contribuyentes en función de su renta y de la dificultad de la Administración para diseñar impuestos de cuota fija individualizados.



En la gráfica viene representado un primer punto de equilibrio para dos bienes en  $Q$  donde la restricción presupuestaria es tangente a la curva de utilidad del individuo. Si se aplica un impuesto al bien  $x$ , y se supone que los costes marginales de producción son constantes, el bien se encarecería relativamente, haciendo que la pendiente de la curva de restricción presupuestaria  $-\frac{p_x}{p_y}$  sea ahora  $-\frac{p_x(1+t)}{p_y}$  por lo que el nuevo punto de equilibrio viene dado por el punto  $Q'$  que corta a la segunda curva de utilidad, a un nivel inferior de utilidad.

Existe, pues, una pérdida de bienestar medida por la distancia vertical entre la primera y la segunda curva de utilidad.

Esto también puede medirse a través de la variación equivalente que es la expresión de la cantidad máxima que estaría dispuesto a pagar el sujeto para poder mostrarse indiferente entre hacer frente a la deducción y soportar el impuesto distorsionante o, la renta que, en ausencia de impuesto, habría que detraer al individuo para que este se sitúe en el mismo nivel de bienestar al que habría llegado si se hubiese introducido un impuesto.

En el caso gráfico anterior, esto se obtiene desplazando la restricción presupuestaria original hacia el origen hasta que corte la segunda curva de utilidad. En ese caso, la cantidad recaudada por el impuesto al consumo es inferior a lo que el consumidor estaría dispuesto a entregar de renta para ese nivel de utilidad (FQ'') mientras que la recaudación sería sólo de HQ', haciendo que GQ' sea una pérdida de utilidad adicional, es decir, el exceso de gravamen. En este sentido, se observa cómo un impuesto de cantidad fija (en concreto, la cantidad FQ''), no existiría exceso de gravamen e, incluso, si el Estado quisiese recaudar el equivalente a la cuantía que recauda con el impuesto al consumo, el nuevo punto de equilibrio sería Q''' donde el individuo obtiene mayor utilidad.

Cada tipo de impuesto y los conceptos que gravan tendrán un comportamiento distinto sobre el exceso de gravamen.

## 1.2 Medición en términos de elasticidades

Analíticamente, una recaudación  $T = tp_x$  expresa su exceso de gravamen a través de la expresión

$$\begin{aligned} E.G. &= \frac{1}{2}(x_0 - x_1)[p_0(1 + t) - p_0] = \frac{1}{2}\Delta x \cdot \Delta p \\ &= \frac{1}{2}\Delta x \cdot tp_x \end{aligned}$$

donde  $\Delta x$  es la variación de la demanda de  $x$  inducida por el impuesto y  $tp_x$  el incremento unitario del precio producido por el impuesto.

Por otro lado, podemos relacionar el exceso de gravamen con la elasticidad de la demanda cuya expresión es

$$\xi_{x,p} = \frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta p}{p}} = \frac{p_x}{x} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta p_x}$$

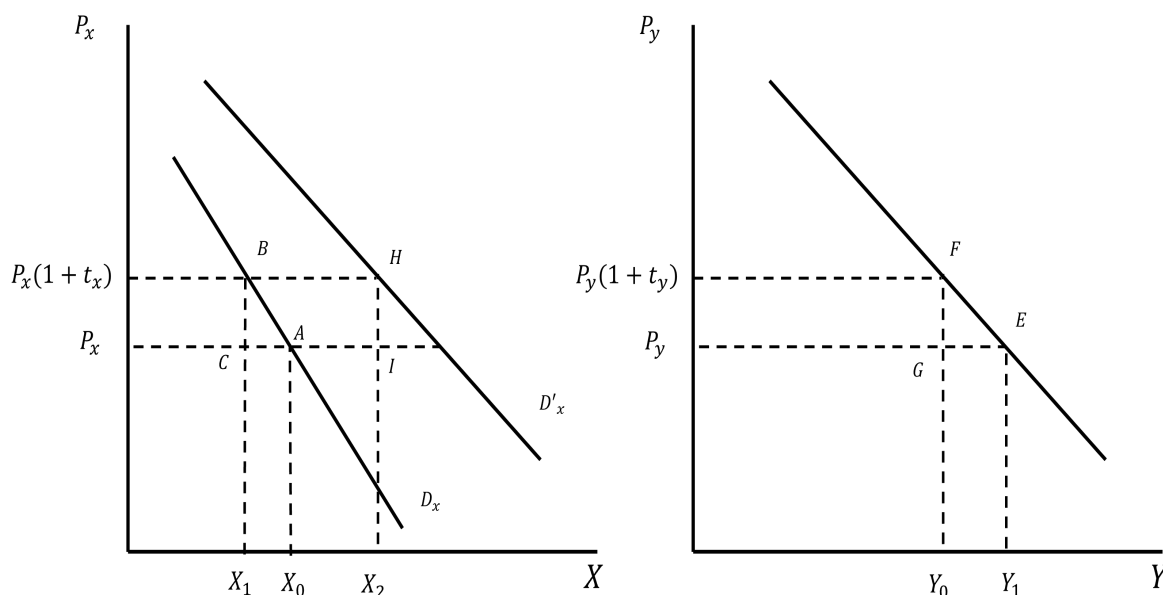
Así pues, y teniendo en cuenta que  $\Delta p_x = tp_x$  podemos reescribir la variación de la cantidad demandada en función de la elasticidad tal que

$$\Delta x = \xi_{x,p} x \cdot t$$

Que, insertado en la expresión del exceso de gravamen nos da

$$E.G. = \frac{1}{2} \xi_D t^2 x p_x = \frac{1}{2} \xi_D t \cdot T$$

**Caso de dos bienes** Gráficamente, la relación entre ambos bienes se puede representar a través de un par de gráficas como las siguientes



En la primera gráfica se observa como la demanda inicial del bien  $x$  ya sometido a impuesto era  $x_1$  en el punto B de corte con la curva de demanda, de donde se observa que el exceso de gravamen cuando se introdujo el impuesto en  $x$  es el área ABC.

Paralelamente, el bien  $y$  tiene una reducción de la cantidad demandada como consecuencia de su encarecimiento absoluto, desde el punto E al punto F, generandose exceso de gravamen en el triángulo EFG.

Esto provoca que la demanda del bien  $x$  varíe en tanto que su precio relativo ahora es menor, lo que lleva, para el precio  $p_x(1+t)$  a un nivel de producción y demanda  $x_2$  en el punto de corte H.

De este modo, si el área BCHI del bien  $x$  fuese superior al triángulo EFG, el exceso de gravamen total habría disminuido en lugar de incrementarse con la entrada de un nuevo impuesto sobre  $y$ .

Para este caso concreto, el exceso de gravamen total viene dado por la expresión gráfica

$$EGT = ABC + EGF - BCHI$$

Es decir, el exceso de gravamen total es el exceso de gravamen de cada bien por separado menos el exceso de gravamen conjunto.

Analíticamente podemos analizar este exceso de gravamen a través de los excesos de gravámenes individuales cuya expresión, teniendo en cuenta lo expuesto en apartados anteriores, es

$$EG_i = \frac{1}{2} \xi_i \cdot p_i t_i^2$$

o, de otro modo,

$$EG_i = \frac{1}{2} \left[ \frac{\Delta_i}{\Delta p_i} \right] p_i^2 t_i^2 = \frac{1}{2} S_{ii} p_i^2 t_i^2$$

donde  $S_{ii}$  es la respuesta de la demanda compensada a cambios de precios.

El exceso de demanda cuando y sufre un impuesto y x ya lo tenía es

$$EG_{xy} = \Delta x \Delta p_x$$

donde  $\Delta x$  puede estimarse a través de la elasticidad cruzada  $\xi_{xy}$  tal que

$$\xi_{xy} = \frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta p_y}{p_y}}$$

por lo que

$$\Delta x = \xi_{xy} x \frac{t_y p_y}{p_y} = \xi_{xy} x \cdot t_y$$

que sustituida en la expresión inicial queda como

$$EG_{xy} = \xi_{xy} \cdot x \cdot t_y \cdot p_x \cdot t_x$$

o, lo que es lo mismo

$$EG_{xy} = \left[ \frac{\Delta x}{\Delta p_y} \right] \cdot p_y \cdot t_y \cdot p_x \cdot t_x = S_{xy} \cdot p_y \cdot t_y \cdot p_x \cdot t_x$$

donde  $S_{xy}$  es la respuesta de la demanda compensada de x al cambio de precio en y.

Por tanto, el exceso de gravamen total es

$$EGT = EG_x + EG_y - EG_{xy}$$

$$EGT = \frac{1}{2}S_{xx}p_x^2t_x^2 + \frac{1}{2}S_{yy}p_y^2t_y^2 - S_{xy} \cdot p_y \cdot t_y \cdot p_x \cdot t_x$$

o, de forma más general

$$EGT = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n S_{ij}p_i t_i p_j t_j$$

En el caso de ser complementarios, el exceso de gravamen vendría dado por la expresión anterior multiplicada por -1.

### 1.2.1 La imposición óptima

Uno de los objetivos de la imposición óptima será la reducción del exceso de gravamen, tratando de disminuir la pérdida irrecuperable de eficiencia en el mercado.

Dado que, como hemos señalado, un impuesto tiene implicaciones tanto en la renta como en la preferencia por otros productos, si suponemos que un bien es gravado y se introduce otro impuesto sobre un segundo bien que es sustitutivo del primero, por los cambios de los precios relativos la nueva demanda del primer bien, que será mayor, puede hacer que la pérdida de eficiencia global sea menor, compensando el aumento de demanda del primer bien la pérdida de eficiencia de la introducción del impuesto en el segundo bien. Así pues, la minimización del exceso de gravamen no depende exclusivamente de una bajada generalizada de precios.

### 1.3 La imposición al ocio

Si suponemos que los ingresos son una proporción (en forma del salario) del tiempo que se le dedica al trabajo ( $\bar{T} - h$ ) donde  $h$  es el ocio, sería factible establecer una imposición ad valorem que no presentase excesos de gravamen.

Así, dados dos bienes, la recta presupuestaria del consumidor sería

$$w(\bar{T} - h) = P_x X + P_Y Y$$

o lo que es lo mismo

$$w\bar{T} = P_x X + P_Y Y + wh$$

donde los terminos del segundo miembro (los bienes de consumo, incluido el ocio) pueden soportar un impuesto que para simplificar será de la misma cuantía.

Si se divide por el tipo impositivo, la restricción presupuestaria presenta una merma igual a  $\frac{1}{1+t}$ .

Esto plantea una conclusión importante: dado que el tiempo disponible está dado, sea cual sea el salario el producto  $w\bar{T}$  será una cantidad fija por lo que la reducción de un impuesto ad valorem tomando en cuenta el ocio es, de hecho, un impuesto de cuantía fija (que no tiene exceso de gravamen).

Esto puede inducir a plantear como óptimo una imposición neutral (igual tipo para todos los bienes), sin embargo al no poder establecer un impuesto sobre el ocio, este planteamiento pone de manifiesto que es necesario buscar otros criterios para minimizar el exceso de gravamen y, por tanto, alcanzar una imposición óptima.

## **1.4 La imposición a la renta**

### **1.4.1 El modelo de Edgeworth**

Edgeworth desarrolló un modelo para dar indicaciones de entre qué valores debía estar una imposición óptima de la renta. En particular su modelo proponía que el objetivo último es hacer máxima la suma de utilidades individuales, que, además, son idénticas y dependen del nivel de ingresos con una utilidad marginal de la renta decreciente. La cantidad de renta disponible es una cantidad fija.

Las conclusiones que presenta el modelo son las siguientes:

Cuando las funciones de utilidad son idénticas, las utilidades marginales solo son iguales si las rentas también lo son. Así pues, los impuestos deberían establecerse de manera que la distribución de la renta después de impuestos fuera lo más igualitaria posible. En particular, las personas ricas deberían pagar mayores impuestos porque la pérdida de utilidad marginal que sufrirían sería menor que la que experimentarían las personas pobres. Si el Estado hubiese de recaudar más ingresos una vez alcanzada la igualdad absoluta, la carga fiscal debería ser distribuida de manera uniforme. Por tanto, el modelo de Edgeworth implica una estructura impositiva radicalmente progresiva (las rentas se reducen desde arriba hasta lograr la completa igualdad). De hecho, los tipos impositivos marginales aplicados a las personas de rentas más altas deberían alcanzar el 100 por 100.

### **1.4.2 El impuesto lineal sobre la renta**

Stern redefine el modelo de Edgeworth suponiendo que el ocio también es un bien deseable. Si suponemos que no existe ahorro, todos los ingresos son derivados del trabajo. Así, el Estado podrá, entre otros, definir un impuesto progresivo y otro proporcional.

Si denominamos  $T$  a la recaudación total, esta estará determinada por el ingreso  $Y$ , el tipo marginal  $t$  y la distribución del ingreso en forma de transferencias que haga  $a$ .



$$T = -a + tY$$

En particular, se puede establecer un nivel  $b$  a partir del cual el contribuyente es receptor neto de transferencias o emisor neto de impuesto.

A pesar de que el tipo es constante, el sistema sería progresivo ya que a mayor renta, mayor sería el pago que hace el contribuyente, aunque para valores muy elevados la progresividad cada vez es menor y depende en todo caso de los valores de  $a$  y  $t$ .

En este tipo de sistema de corte lineal, un aumento del tipo impositivo también provoca un aumento en el exceso de gravamen por lo que el tipo óptimo impositivo será tanto más bajo cuando:

1. Más elástica fuese la curva de oferta de trabajo.
2. Menos igualitarias fuesen las preferencias sociales respecto de la distribución de la renta.
3. Menor fuese el objetivo recaudatorio del Estado.

Algunos trabajos posteriores indican que cuando el tipo marginal es reducido para el grupo superior de renta, el efecto del aumento de la oferta de trabajo compensa la pérdida de recaudación, aumentando el bienestar social; esto, si se mantiene el crecimiento del tipo medio no afecta al carácter progresivo del sistema impositivo.

No obstante, como se ha puesto de manifiesto, los criterios de optimización del tipo impositivo son claros (minimizar el exceso de gravamen), sin embargo, la medición de éste -especialmente cuando se introducen funciones de bienestar social- es imprecisa.

## 2 Criterios de imposición óptima

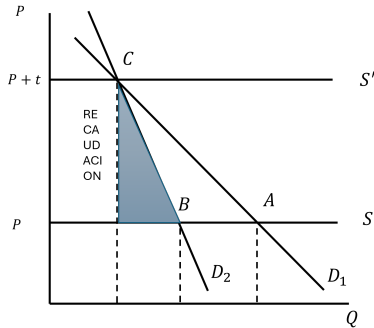
### 2.1 Criterio de elección excluyente

El criterio de elección excluyente implica que dados dos bienes excluyentes a los que se les puede someter a un impuesto para obtener la misma cuantía se elegirá aquel que genere un menor exceso de gravamen. Suponiendo que el tipo va a ser el mismo, se generará menor exceso de gravamen en el bien con una elasticidad de la demanda compensada menor.

Supongamos 2 mercados con una misma oferta,  $S$  (totalmente elástica). El mercado 1, sin embargo, tiene una demanda más elástica que el 2, de manera que el equilibrio sin impuestos es el punto A en el mercado 1, y el punto B en el mercado 2.

Supongamos ahora que se introduce un impuesto  $t$ . Para poder comparar el exceso de gravamen en ambos mercados, es necesario que, en ambos, el equilibrio después del impuesto sea el mismo (para que así precio y cantidad

coincidan y, por tanto, la recaudación sea la misma). Así, supongamos que el equilibrio tras el impuesto es C en ambos mercados. Como puede verse, el exceso de gravamen es menor en el mercado con demanda más inelástica (área sombreada) que en el otro (área sombreada + área más clara).



Este criterio presenta la inconveniencia de que antepone la imposición a bienes, generalmente, de primera necesidad.

## 2.2 Criterio de Pigou (o de elasticidades inversas)

Una extensión de lo anterior es el denominado criterio de Pigou según el cual el mínimo del exceso de gravamen conjunto se alcanza cuando la proporción de los tipos impositivos es igual a la inversa de las elasticidades precio de la demanda de los bienes.

En este caso el exceso de gravamen se define por  $EG = \frac{1}{2}\xi_x x p_x t_x^2 + \frac{1}{2}\xi_y y p_y t_y^2$  y la condición recaudatoria como  $T = t_x x p_x + t_y y p_y$  donde se puede minimizar por lagrangiano el problema y obtener los siguientes resultados

$$\lambda = \xi_x t_x = \xi_y t_y$$

por lo que

$$\frac{t_x}{t_y} = \frac{\xi_y}{\xi_x}$$

Presenta una diferencia con la regla de la elección excluyente en el sentido de que aunque en un primer momento esta regla parece ser la misma que la de la elección excluyente, ello no es así: la regla de elección excluyente sólo tiene en cuenta la elasticidad y aconseja, por tanto, gravar un único bien; la regla de la elasticidad inversa considera que, además de la elasticidad, el tipo marginal también influye en el exceso de gravamen. Es más, considera que el tipo marginal influye en el exceso de gravamen de forma más que proporcional. Por tanto, la regla de la elasticidad inversa aconseja gravar muchos bienes cuya demanda sea inelástica, de modo que el tipo sea reducido.

## 2.3 Criterio de igualación de las distorsiones marginales (o del exceso de gravamen mínimo total)

Este criterio, que ya hemos introducido antes, afirma que dado que la recaudación debe ser conjunta, el mínimo del exceso de gravamen se puede calcular a través del método de Lagrange tal que  $L = EG_x(T_x) + EG_y(T_y) + \lambda[T - T_x - T_y]$  de donde se infiere que

$$\frac{\partial EG_x(T_x)}{\partial T_x} = \frac{\partial EG_y(T_y)}{\partial T_y} = \lambda \quad (1)$$

estableciendo que el mínimo exceso será una constante igual para ambas recaudaciones marginales, donde se postula que que ambos bienes deben gravarse de tal modo que la última unidad de ingreso obtenida mediante la imposición de uno de ellos genere el mismo exceso de gravamen que la última unidad obtenida mediante la imposición del otro, de forma que cuando uno de ellos generase menor exceso de gravamen que el otro, aquel debería alzarse y este reducirse hasta compensarse.

De esto se derivan dos consecuencias:

Que salvo el caso de demandas perfectamente inelásticas, es preferible conseguir impuestos de todos los bienes y que, en consecuencia, es preferible muchos impuestos bajos a uno alto.

## 2.4 La Regla de Ramsey

### 2.4.1 Regla de equimarginalidad

La regla establece deben gravarse los bienes de forma que se cumpla el principio equimarginal, esto es, que el cociente entre el exceso de gravamen marginal y la recaudación marginal sea igual para todos ellos  $\frac{EGMg_i}{RMg_i}$ .

El cociente mide el exceso de gravamen adicional generado por recaudar una unidad monetaria más en el mercado del bien  $i$ . Así, mientras el cociente no sea igual en todos los mercados, podremos redistribuir impuestos de modo que se mantenga la recaudación pero se reduzca el exceso de gravamen. En efecto, sería preferible recaudar 1 euro más con el impuesto que genere un menor EGMg y uno menos con el que produzca un mayor EGMg.

### 2.4.2 La Regla de Ramsey en términos de equiproporcionalidad

Una variación de la regla de Ramsey original que ha tenido especial difusión por sus implicaciones de política tributaria. Es la regla de reducción de equiproporcionalidad.

Tomando el criterio de Pigou, se transforman las elasticidades en los valores incrementales de los bienes, de esta forma queda

$$\frac{\frac{\Delta X}{X}}{\frac{\Delta P_X}{P_x}} t_X = \frac{\frac{\Delta Y}{Y}}{\frac{\Delta P_Y}{P_y}} t_Y$$

Como se habla de impuesto ad valorem, los incrementos de los precios serán, precisamente la multiplicación del tipo por el precio. De forma que la expresión anterior puede quedar como

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta Y}{Y}$$

Es decir, el mínimo del exceso de gravamen global se consigue cuando los tipos impositivos son tales que la disminución porcentual en la cantidad demandada de cada uno de los bienes sea la misma.

## 2.5 El criterio de Corlett-Hague o imposición diferencial al ocio

La regla de Corlett-Hague es una extensión de la regla de Ramsey y la conecta con la idea intuitiva de eficiencia en el caso de un impuesto al ocio. Según este criterio, cuando consideramos el caso de dos bienes, una imposición eficiente requiere que se grave a un tipo relativamente elevado el que sea complementario del ocio. Aunque la autoridad tributaria no puede gravar el ocio, sí que puede gravar bienes que suelen ser consumidos conjuntamente con el ocio, reduciendo así de manera indirecta la demanda de ocio, reduciendo pues la cantidad de ocio se reduce la incidencia de un impuesto sobre ocio y el sistema impositivo sobre variables que efectivamente sí se pueden gravar es más eficiente.

## 2.6 Los problemas de la imposición óptima

Como ya se ha dicho, existen problemas asociados a las reglas cuando se habla de bienes de primera necesidad, pero también en estos casos hay problemas derivados de la incongruencia entre reglas, así las reglas de Ramsey y de la elasticidad inversa aconsejan gravar mucho estos bienes porque su demanda es bastante inelástica, pero la regla de Corlett-Hague aconseja gravarlo poco porque no es un bien complementario del ocio.

Por otro lado, los hoteles o restaurantes se enfrentan al mismo dilema pero cambiados los papeles al ser demanda elástica pero complementaria al ocio. No obstante, en ciertos casos las reglas coinciden. Es el caso del alcohol o el tabaco: Las reglas de Ramsey y de la elasticidad inversa aconsejan gravarlos mucho porque sus demandas son muy inelásticas y, además, la regla de Corlett-Hague aconseja gravarlo mucho porque son bienes complementarios del ocio.

Además, y derivado de lo anterior, debemos tener en cuenta que las reglas no tienen en consideración la equidad. Si, por ejemplo, comparamos el pan y el caviar, según las reglas de la imposición óptima el pan debe gravarse mucho porque su demanda es inelástica, mientras que el caviar debe gravarse poco porque su demanda es muy elástica. Esta recomendación favorece la eficiencia, pero no tiene en cuenta la función redistribuidora que debe perseguir

todo sistema fiscal. Por lo tanto, un sistema fiscal, para ser considerado óptimo en su conjunto, debería tener en cuenta tanto la eficiencia como la equidad.

### 3 Eficiencia y equidad

Una propuesta para introducir la equidad es la defendida por Diamond y Mirrlees que plantean que es posible introducir también una referencia a la elasticidad-renta y no solo a la elasticidad precio de la demanda para conseguir que en aquellos bienes con elasticidades bajas, sea posible establecer una discriminación que perjudique en menor medida el consumo de las rentas más bajas respecto a la media de los consumidores de esos bienes.

Un enfoque alternativo es el propuesto por Stern que señala que en base a funciones de bienestar social que repudian la desigualdad, es posible que un impuesto ineficiente sea deseable a uno que grave los bienes con menor elasticidad-precio.

De este modo se enfrenta el problema de la eficiencia desde el punto de vista de la equidad planteando que:

1. El enfoque de la eficiencia puede verse matizado con la incorporación de funciones de bienestar social re-nuentes a la desigualdad
2. La imposición basada en bienes cuyo consumo es similar entre grupos de mayor y de menor renta apenas contribuye a la redistribución de la renta.

#### 3.1 Segundo teorema de la economía del bienestar

De acuerdo con el segundo teorema de la economía del bienestar, cualquier redistribución neutral de recursos en un mercado competitivo lleva a un equilibrio walrasiano. Tomando esto en cuenta, es obvio que la incidencia de un impuesto en los distintos grupos sociales es susceptible de ser también cuestionado en términos de equidad y preferencias de «justicia» social.

La imposición óptima depende del intercambio entre “eficiencia” y “justicia” o «equidad». Sin embargo, el uso de estos conceptos en el marco de la teoría de la imposición óptima no siempre coincide con su acepción más común. En el contexto de la teoría de la imposición óptima, un impuesto justo es el que garantiza una distribución socialmente deseable de la carga fiscal, y un impuesto eficiente es el que lleva aparejado el menor exceso de gravamen.

Esto se expresa en un problema que enfrentan las autoridades públicas cuyo objetivo es la maximización de la utilidad social sujeta a algún tipo de objetivo recaudatorio

$$\begin{aligned} \text{maximize}_{\tau} \quad & W(U_1, U_2, \dots, U_n) \\ \text{subject to} \quad & R(P, X, \tau) = \bar{R} \end{aligned} \tag{2}$$

donde  $\tau$  es el vector de instrumentos impositivos.

Así pues, el sistema fiscal óptimo en este caso va a depender de factores tales como el grado de importancia que la sociedad otorgue a la distribución de la renta (la forma concreta de las curvas de indiferencia social) y la magnitud de las distorsiones que provoque el sistema impositivo.

### 3.2 Criterios de equidad

Por tanto el problema de la imposición eficiente se amplía hacia una imposición eficiente y justa.

Dado que el término justicia depende fundamentalmente de qué se entienda en cada momento histórico por justo conviene delimitar algunos criterios básicos de referencia.

Entre otros se encuentran:

- Equidad horizontal: las personas cuya situación es similar deberían ser tratadas de manera similar. Donde el principal reto es definir qué es una situación similar.
- Equidad vertical: las personas cuya situación es distinta, deberían ser tratadas de forma distinta.

Dado que como se ha indicado la imposición es siempre un problema de minimizar una ineficiencia, la cuestión de la equidad estriba en la cantidad total de mejora de la función de bienestar social en función de los ajustes sobre la redistribución.

### 3.3 Algunas afectaciones en impuestos

#### 3.3.1 Rentas salariales

**Mínimo exento** Si suponemos la existencia de un impuesto lineal con mínimo exento (como el impuesto negativo de la renta, donde cada individuo paga un impuesto sobre sus rentas salariales y recibe una transferencia, TR) tendremos un problema de maximización como el siguiente

$$\begin{aligned} & \underset{\tau}{\text{maximize}} && W(U_1, U_2, \dots, U_n) \\ & \text{subject to} && t \sum_{i=1}^n W_i L_i - nTR = \bar{R} \end{aligned} \quad (3)$$

cuyas CPO son

$$\frac{t^*}{1 - t^*} = -k \frac{\text{Cov}(\beta_i, W_i L_i)}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n W_i L_i \xi_{W_i}^S} \quad (4)$$

donde k es un término positivo que crece conforme aumenta el objetivo de recaudación,  $\beta$  es la utilidad marginal social de la renta del individuo i y  $\xi_{W_i}^S$  es la elasticidad-salario de la oferta de trabajo del individuo i.

Si la sociedad tiene aversión a la desigualdad, ponderará más los cambios de renta de quienes tienen una renta baja, y menos los cambios de renta de quienes la tienen alta, por lo que la covarianza será negativa (pues  $\beta$  aumenta conforme la renta salarial disminuye) y el numerador será positivo.

Cuanto mayor sea la elasticidad-salario de la oferta de trabajo, mayores serán las distorsiones producidas por un impuesto sobre la renta laboral, y mayor será el denominador.

Así pues, el tipo impositivo óptimo será mayor cuanto mayor sea el objetivo de recaudación, menor sea la elasticidad de la oferta de trabajo y mayor sea la aversión a la desigualdad de la sociedad.

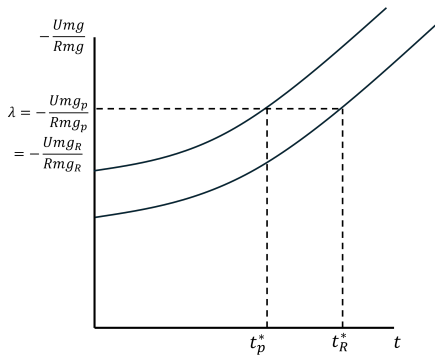
**Impuesto progresivo** Dado que los impuestos sobre la renta no suelen ser lineales, supongamos ahora la existencia de múltiples tipos marginales que crecen con la renta. Así el problema del gobierno ahora es

$$\begin{aligned} & \underset{\tau}{\text{maximize}} && W(U_1, U_2, \dots, U_n) \\ & \text{subject to} && \sum_{i=1}^n t_i W_i L_i - nTR = \bar{R} \end{aligned} \quad (5)$$

de donde  $t_i$  es el tipo medio del individuo  $i$ , así se obtiene que

$$\frac{-UMg_i}{RMg_i} = \lambda \quad (6)$$

lo que implica que la proporción entre utilidad marginal y la recaudación marginal de todos los individuos deben coincidir. Gráficamente



Sin impuestos, la ratio  $UMg/RMg$  es mayor para el individuo pobre porque su desutilidad marginal,  $UMg_{pob}$ , es mayor (al tener menos renta, una unidad detraída le importa más), y la  $RMg_{pob}$  es menor (porque, al ser más pobre, su base imponible es menor). Conforme aumenta el tipo impositivo, el valor de la ratio crece (porque la desutilidad aumenta y la  $RMg$  disminuye). Dado un determinado  $\lambda$ , esta regla de imposición óptima exige establecer tipos impositivos mayores a los individuos con mayor renta.

### 3.3.2 La imposición al consumo

Las autoridades no sólo cuentan con la imposición directa como mecanismo de redistribución: también pueden utilizar la imposición indirecta. En el caso de los impuestos sobre el consumo, podrían favorecer la equidad gravando más aquellos bienes que sean consumidos principalmente por quienes tienen mayor capacidad de pago. Hay diferentes formas de hacer esto. Una opción sería partir de la fórmula de la elasticidad inversa y multiplicar el tipo impositivo de cada bien por un porcentaje que crezca conforme aumenta la proporción de dicho bien que es consumida por los individuos de mayor capacidad de pago (de manera que se ponderan los tipos en base a consideraciones distributivas).

### 3.3.3 Comparativa entre ambos métodos

¿Qué es mejor para el conflicto eficiencia-equidad: gravar la renta o el consumo?

**Argumento a favor de gravar la renta** Es mejor gravar la renta ya que las reglas de la imposición en el consumo suelen ser incompatibles con el principio de equidad: los bienes con mayor elasticidad-precio, que según las reglas de imposición deberían gravarse poco, suelen ser los que mayor elasticidad-renta tienen, que es la cualidad que busca la imposición para aumentar la redistribución (p.ej. coches).

**Argumento a favor de gravar el consumo** Es mejor gravar el consumo ya que si la evasión fiscal está muy extendida, las pérdidas por recaudación del impuesto sobre la renta serán mayores que las pérdidas de recaudación de gravar el consumo.



## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 30. Federalismo fiscal. Modelo de financiación autonómica: Haciendas territoriales en España. Competencias.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

España desde la constitución de 1978 y el posterior desarrollo de los Estatutos de Autonomía se configura como un Estado con peculiaridades federales particulares llamado el Estado de las Autonomías. La Constitución delega numerosas competencias a los gobiernos autonómicos para que las ejerzan autónomamente o bien de forma compartida con el gobierno. Este conjunto de relaciones entre los distintos niveles de la administración se denomina federalismo fiscal.

## 2 El federalismo fiscal

La teoría del federalismo fiscal pretende establecer cuántos niveles de gobierno son necesarios para la prestación más eficiente de servicios y de los sistemas impositivos. Para ello debemos tomar en cuenta los tres objetivos básicos del Estado: la eficiencia, la equidad y la estabilización.

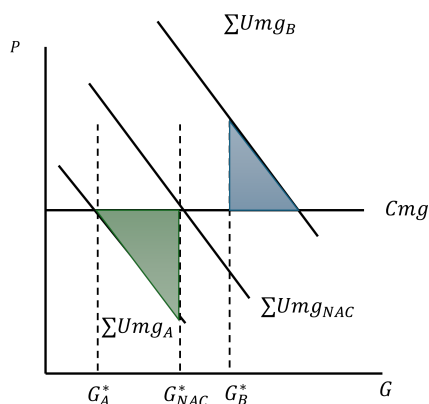
### 2.1 La eficiencia

#### 2.1.1 El Gobierno Central y la información incompleta

El Gobierno central desconoce las preferencias individuales. En cambio, los niveles inferiores de Gobierno suelen estar más próximos a los individuos y, por tanto, conocen mejor las preferencias de los ciudadanos de su jurisdicción. En consecuencia, el Gobierno central tenderá a proveer un nivel uniforme de bienes públicos en todos los territorios, lo que puede resultar ineficiente si éstos tienen diferentes preferencias (por ejemplo, es más que probable que los habitantes de Andalucía tengan unas preferencias más intensas por el gasto público en agricultura que los habitantes de Madrid).

Oates desarrolló un teorema que sostiene que el nivel de bienestar alcanzado cuando cada jurisdicción escoge su nivel de consumo público de forma independiente será siempre igual o superior al que resultaría de un nivel uniforme de provisión.

Esto puede verse aplicando la condición de Samuelson para el caso de los bienes públicos, así, gráficamente



dado que la provisión de bien público viene dada por la igualación de la suma de las utilidades marginales y el coste marginal social, la provisión nacional puede ser excesiva para los habitantes del territorio A y deficiente para los de B. Si cada jurisdicción pudiese fijar sus propios niveles de provisión, ésta sería eficiente.

Aún así, es probable que el gobierno territorial no sea capaz de agregar correctamente las preferencias de sus individuos. Esto puede ocurrir cuando hay problemas de revelación de preferencias y de agregación

**Revelación de preferencias** Los individuos, sabedores de que sus preferencias reveladas determinarán la renta que el sector público les detraerá, pueden preferir revelar una utilidad menor y actuar como free-riders, por lo que se produciría infraproducción del bien público.

**Agregación de preferencias** Aun cuando los individuos estén dispuestos a revelar sus auténticas preferencias por el bien público, ¿cómo agrega el Gobierno territorial las preferencias de los distintos individuos para obtener  $\sum UM_{gi}$ ? Una posible solución a los dos problemas anteriores sería permitir el voto, de manera que el nivel de bien/gasto público sea decidido por mayoría simple. El problema del sistema de mayoría simple es que no asegura el cumplimiento de la condición de eficiencia de Samuelson, pues el nivel de gasto público vendrá determinado por las preferencias del votante mediano. Es decir, no se tendrán en cuenta las preferencias de individuos que, a pesar de no ser muy numerosos, tienen unas preferencias muy intensas sobre determinadas políticas que son vitales para ellos (p.ej. agricultores). Para evitar los problemas de revelación y agregación y, además, asegurar la eficiencia de la condición de Samuelson, la descentralización fiscal y la regla del voto deben ir acompañadas de la libre movilidad de individuos entre las jurisdicciones. Es lo que se conoce como voto con los pies (TIEBOUT).

### 2.1.2 El voto con los pies

Tiebout propone la idea de que si los votantes deciden con su voto la política de su territorio acordes con sus preferencias, el votante mediano puede ser efectivo cuando se permita la movilidad entre jurisdicciones de forma que se desplazarán a aquellas áreas donde haya más votantes como ellos (sus preferencias sean las medianas), así poco a poco se proveerá un nivel eficiente pues la población del territorio es más homogénea.

**Críticas** Esta teoría adolece de importantes críticas. Por un lado, la movilidad es cara. Además, podría haber problemas de congestión ante migraciones masivas. Por otro lado, la decisión de vivir en un territorio u otro no la determina exclusivamente la atención del gobierno.

En general, se asume que cierto grado de federalismo fiscal ayuda a paliar problemas asignativos, ahora bien, una excesiva descentralización puede conducir a una pérdida de economías de escala que produzca pérdidas de eficiencia productiva (aeropuertos).

## **2.2 La cuestión de la equidad**

Además de la eficiencia, otro de los objetivos de la intervención del sector público en la economía es promover la equidad.

La descentralización fiscal, sin embargo, presenta ciertos problemas para promover una mayor equidad en forma de redistribución, pues:

1. En las haciendas territoriales cuyos individuos tengan, por lo general, una elevada renta, las preferencias de sus ciudadanos por la redistribución serán, en principio, menores, por lo que las políticas de equidad serán escasas. Esto hará que los individuos más pobres emigren a otras jurisdicciones donde las preferencias por la redistribución sean mayores, es decir, jurisdicciones generalmente más pobres, por lo que el coste de la redistribución se traslada a las jurisdicciones con menos recursos.
2. Al mismo tiempo, los individuos de elevada renta de las jurisdicciones más pobres se desplazarán a los territorios que menos gastan en redistribución, lo que a su vez disminuirá la capacidad redistributiva de las jurisdicciones más pobres.

En consecuencia, el federalismo fiscal no promueve la equidad, por lo que es preferible que el Gobierno central conserve poderes fiscales para asegurar una redistribución entre territorios.

No obstante esto aparece un problema: aunque es cierto que la redistribución ejecutada a nivel central es más efectiva que una descentralizada, también es cierto que el Gobierno central puede no ejercer dicha labor de manera correcta por tener incentivos perversos. En efecto, podría infravalorar a las regiones más despobladas y pobres, que son poco importantes en las elecciones, y priorizar el gasto en las regiones más pobladas y ricas.

## **2.3 La estabilidad**

El último de los objetivos de la intervención del sector público en la economía y que mencionábamos en la introducción era la estabilización del ciclo. Desde este punto de vista, también existen problemas para justificar el federalismo fiscal por 3 razones:

1. Las políticas fiscales regionales pueden tener un tono diferente a la política fiscal estatal, lo que dificultaría la labor estabilizadora del Gobierno central.
2. La efectividad de la política fiscal depende en gran medida de su interacción con la política monetaria, y ésta reside en los Gobiernos nacionales (y a veces, incluso, ni eso –p.ej. euro–).
3. La política fiscal regional estabilizadora no suele ser demasiado efectiva en la medida en que los efectos desbordamiento suelen ser más intensos entre regiones de un mismo país que entre países, pues las regiones están más integradas económicamente.

Es por ello que el federalismo fiscal no facilita la tarea estabilizadora de la política económica, por lo que es preferible que el Gobierno central conserve poderes fiscales para asegurar un correcto control del ciclo.

### **3 El federalismo fiscal en España**

Esto en España la descentralización se fue edificando al mismo tiempo que el Estado crecía para hacerse cargo de un incipiente Estado del Bienestar que pretendía incorporarse a niveles de las economías avanzadas, por lo que la elevación del gasto público en este periodo no puede tomarse como referencia para señalar una ineficiencia derivada del modelo territorial español.

El español es un sistema con una estructura competencial-fiscal descentralizada. Así, se describen tres niveles en España, el estatal, el autonómico y el local.

#### **3.1 Descentralización del gasto**

Los inicios del autonomismo constitucional tuvieron un marcado carácter asimétrico -con Autonomías potentes como la catalana o la vasca y otras de menor desarrollo autonómico-, con el paso de los años y especialmente tras las sucesivas reformas de los estatutos en la década del 2000, el gasto autonómico -y sus competencias- se han incrementado y estabilizado, suponiendo aproximadamente entre un 35 y un 40% del gasto total de las Administraciones Públicas por un 13-15% de las entidades locales. El gobierno central gestiona aproximadamente el 55% del gasto público total.

#### **3.2 La descentralización del ingreso**

La distribución del ingreso entre niveles del gobierno, al igual que en materia de gasto, es bastante descentralizado. Dentro de la financiación territorial se dividen dos fuentes de ingresos, los tributarios y las transferencias del Estado a CCAA y Ayuntamientos.

Respecto al nivel tributario, la potestad originaria es exclusiva del Estado que puede delegarla en ciertos apartados mediante ley -los impuestos autonómicos en sentido estricto se entienden como una cesión de la potestad a través de sus Estatutos-.

##### **3.2.1 Principios constitucionales de descentralización**

La Constitución recoge, en relación con la financiación de las Administraciones Territoriales, los principios de solidaridad, autonomía financiera y suficiencia:

1. Principio de solidaridad. El Estado velará por la corrección de los desequilibrios económicos interterritoriales, para lo que, por mandato constitucional, crea el Fondo de Compensación Interterritorial destinado a gastos de inversión.

2. Principio de autonomía financiera. Las Administraciones Territoriales deben disponer de cierto grado de autonomía en sus decisiones de recaudación.

3. Principio de suficiencia. El Estado velará por que los recursos de las Administraciones Territoriales se adecúen al nivel de gasto asociado a sus competencias.

## **4 El sistema de financiación autonómico**

El sistema actual de financiación de las Comunidades Autónomas describe dos tipos de regímenes de financiación autonómica: el común y el foral. El sistema de financiación pretende cumplir, entre otras funciones, lograr un reparto equilibrado de los ingresos de las Comunidades Autónomas entre los distintos territorios del Estado. Este modelo de financiación viene descrito en la Ley 22/2009

### **4.1 El régimen común**

El actual sistema de financiación de las comunidades autónomas de régimen común (SFRC en lo que sigue) tiene cuatro elementos básicos. El primero es un reparto de recursos y competencias tributarias entre administraciones que determina la capacidad fiscal bruta de las comunidades autónomas y su margen para subir o bajar los impuestos que les han sido cedidos. El segundo es una fórmula de necesidades de gasto que describe como habrían de repartirse los recursos disponibles entre territorios para que todos ellos pudieran financiar unos servicios similares. Esta regla se instrumenta a través del cálculo de una variable de población ajustada que sustituye a la población real de cada territorio a efectos de muchos de los cálculos que exige el SFRC. Los dos últimos elementos son una serie de transferencias que fluyen horizontalmente (entre regiones) y verticalmente (de la Administración Central hacia las comunidades autónomas) cuyo principal objetivo es el de igualar los recursos con los que cuentan territorios con distintos niveles de renta para prestar los servicios de su competencia.

#### **4.1.1 Régimen tributario**

La recaudación de los tributos cedidos se reparte entre territorios de acuerdo con la residencia del contribuyente (con algunas peculiaridades en el caso del ISD) o la localización geográfica del hecho imponible. Las comunidades autónomas pueden fijar la escala de gravamen y las deducciones de los impuestos cedidos totalmente (con la excepción del que grava el consumo eléctrico) y las del tramo autonómico del IRPF, pero carecen de competencias normativas sobre los principales impuestos indirectos en los que, por exigencia de la Unión Europea, no puede haber diferencias de tipos de gravamen entre regiones

el SFRC tiene en cuenta no la recaudación real sino la normativa, que es una recaudación teórica suponiendo que todas las CCAA aplican las mismas escalas impositivas e igualmente eficientes.

**La especialidad canaria, ceutí y melillense** Por razones históricas y de situación geográfica, las ciudades autónomas de Ceuta y Melilla así como la Comunidad Canaria se adhieren al Régimen General pero con algunas

particularidades. En concreto en el territorio de la Comunidad Autónoma de Canarias en el ámbito de la imposición indirecta no se aplica el Impuesto sobre el Valor Añadido ni algunos Impuestos Especiales, como el Impuesto Especial sobre Hidrocarburos y el Impuesto Especial sobre las Labores del Tabaco. No obstante, Canarias tiene establecidos dos impuestos propios que gravan estos productos: el Impuesto sobre Combustibles Derivados del Petróleo y el Impuesto sobre las Labores del Tabaco. Asimismo, y también en el ámbito de la imposición indirecta, se aplica en Canarias el Impuesto General Indirecto Canario y el Arbitrio sobre Importaciones y Entregas de Mercancías en Canarias.

Con respecto a Ceuta y Melilla, en la disposición adicional primera de la Ley 22/2009, Ceuta y Melilla se integran tanto en el FSG (tomando como base las necesidades de 2007), en el Fondo de Cooperación, en los Fondos de Compensación Interterritorial. Gozan en Imposición directa de deducción al 50% en cuota de IRPF de los rendimientos obtenidos allí, al igual que en el IS, así como una bonificación en cuota al 50 en SyD cuando el causante es residente, y del 99% si los causahabientes son el cónyuge, ascendientes o descendientes. En cuanto a la imposición indirecta, no se aplica el IVA, pero sí el Impuesto sobre la Producción, los Servicios y la Importación. Sólo son exigibles como impuestos especiales el Impuesto Especial sobre Determinados Medios de Transporte y, de los impuestos de fabricación, el Impuesto Especial sobre la Electricidad. Pero existe un gravamen complementario del IPSI sobre las labores del tabaco y sobre el carburante y los combustibles.

#### **4.1.2 Las necesidades de gasto y población ajustada**

Otro elemento importante del SFRC es una fórmula de necesidades de gasto que nos da una estimación de la financiación que debería recibir cada comunidad si queremos que todas ellas puedan prestar servicios similares, teniendo en cuenta los costes relativos de provisión de los mismos en cada territorio. Las necesidades de gasto se calculan cada año utilizando una fórmula relativamente sencilla en la que entran los factores demográficos y geográficos (insularidad, envejecimiento, extensión territorial, etc.) con una mayor incidencia sobre la demanda de los principales servicios públicos gestionados por las autonomías y sobre sus costes unitarios de provisión.

La fórmula de reparto se utiliza también para calcular la población ajustada de cada comunidad autónoma – una variable que recoge las necesidades de gasto regionales de una forma que resulta particularmente conveniente. En este caso, lo que se reparte con estos criterios no son los recursos económicos del SFRC sino la población total del conjunto de las comunidades de régimen común. Lo que se consigue con esta operación es ponderar las poblaciones regionales por un factor que recoge el coste diferencial por habitante en cada territorio de los principales servicios públicos.

Dividiendo la financiación real de cada comunidad por su población ajustada se obtiene un indicador de financiación por unidad de necesidad.

### **4.1.3 Mecanismos de nivelación**

Una de las principales novedades del actual modelo de financiación aprobado en 2009 es la creación de un mecanismo de nivelación de carácter esencialmente horizontal, el llamado Fondo de Garantía. Este Fondo se nutre con un 75% de los ingresos tributarios teóricos de las comunidades autónomas y con una aportación adicional del Estado. Se reparte año a año entre las autonomías en proporción a sus necesidades estimadas de gasto o población ajustada.

El último elemento del sistema de financiación está integrado por tres Fondos (Suficiencia, Cooperación y Competitividad). Estos Fondos canalizan transferencias de carácter vertical que van desde la Administración Central hacia las Comunidades Autónomas (o a la inversa en algún caso) y se distribuyen con criterios muy diversos y en ocasiones contradictorios.

El Fondo de Suficiencia Global opera como recurso de cierre del sistema, asegurando que las necesidades globales de financiación de cada Comunidad en el año base se cubren con su capacidad tributaria, la transferencia del Fondo de Garantía y el propio Fondo de Suficiencia Global.

### **4.1.4 El fondo de compensación interterritorial**

Este fondo es un Fondo que se constituye para destinarse a la inversión en las CCAA con menor renta y las ciudades de Ceuta y Melilla. Su importe no puede ser inferior al 35% de la inversión del Estado y sus Organismos Autónomos, ponderada por la población y renta relativa de las Comunidades Autónomas y Ciudades beneficiarias.

## **4.2 El régimen foral**

Las tres provincias vascas y la comunidad foral de Navarra disfrutan de un sistema fiscal y de financiación diferente del que se aplica en el resto de las comunidades autónomas españolas. El llamado sistema de concierto o convenio otorga a los territorios forales un nivel muy elevado de autonomía fiscal. Éstos recaudan íntegramente las principales figuras tributarias que conforman el sistema fiscal español (con la excepción de las cotizaciones sociales) y regulan la mayor parte de las mismas sujetas a las restricciones que impone la Unión Europea y a algunas limitaciones generales, tales como el mantenimiento de una presión fiscal similar a la existente en el resto de España.

### **4.2.1 El cupo o la aportación**

El cupo (vasco) o la aportación (navarra) es una transferencia que hacen los gobiernos autonómicos de PV y Navarra al gobierno central como compensación por los servicios comunes que presta el Estado en estos territorios, es decir, las cargas no asumidas por el Estatuto Vasco y el Amejoramiento de Navarra.

El Concierto y el Convenio también establecen mecanismos de compensación entre las distintas haciendas implicadas con el objetivo teórico de adecuar el reparto final de los ingresos tributarios al de las cargas fiscales efectivamente soportadas por los residentes en cada territorio.



Para llegar a base del cupo (o la aportación) se parte de las cargas del Estado que no han sido asumidas por las instituciones forales. Seguidamente, de esta cantidad se descuenta el déficit del Estado, para evitar un doble pago, y se multiplica por un índice de imputación que ha de reflejar la capacidad de pago de cada comunidad foral de acuerdo, “básicamente” con el peso de su renta en el total nacional, obteniendo tras una serie de ajustes al cupo o aportación líquidos a pagar.

Una particularidad de los ajustes es el del IVA y de los impuestos especiales, donde nada garantiza que quien efectivamente lo soporta sea ciudadano de estas comunidades, por lo que se le aplica un corrector técnico para su determinación territorial.

Este sistema particular implica que dentro de la financiación autonómica, Euskadi y Navarra mantengan una brecha positiva muy significativa sobre el resto de Comunidades, las cuales fluctúan -en términos corregidos por población ajustada- en unos niveles similares de financiación.

## **5 El régimen competencial español**

De acuerdo con la Constitución en su título VIII, «El Estado se organiza territorialmente en municipios, en provincias y en las Comunidades Autónomas que se constituyan. Todas estas entidades gozan de autonomía para la gestión de sus respectivos intereses». Esto implica, como ya se ha descrito más arriba, un triple sistema de gobierno (además de las Diputaciones, insertas entre el poder municipal y el autonómico cuyo papel es, fundamentalmente, de desarrollo de pequeños municipios).

### **5.1 Las competencias municipales**

Las competencias municipales vienen recogidas en dos leyes fundamentalmente, la Ley de Régimen Local y la de Haciendas Locales que regulan tanto las competencias municipales como las de las diputaciones. Estas últimas prestan esencialmente un servicio de asistencia y trabajo coordinado con los municipios más pequeños. Además existen ciertos regímenes especiales que dotan de mayor complejidad al reparto competencial local (como por ejemplo, la existencia de mancomunidades)

Fundamentalmente le corresponden a las entidades locales las de intervención más inmediata y servicios básicos de carácter municipal los cuales varían en función del tamaño de la población, siendo una serie de servicios de carácter potestativo y otros de obligada prestación.

Las entidades locales (Ayuntamientos, Diputaciones, Cabildos o Consejos Insulares) pueden, en virtud del artículo 133.2 del texto constitucional, establecer y exigir tributos de acuerdo con lo establecido por la Constitución y las Leyes. No obstante, como se ha señalado más arriba, el establecimiento ha de hacerse por ley, lo cuál limita a las EELL a ejecutar y aplicar, en los límites que disponga la ley, los tributos. Por otra parte, a diferencia de lo que ocurre con las CCAA, ni la CE, ni los Estatutos, ni la propia Ley de Bases de Régimen Local establecen competencias exclusivas de los municipios, por lo que es muy habitual que se den duplicidades.

Existen dos grandes grupos de tributos que las leyes otorgan a las EELL: los tributos obligatorios (Impuesto sobre Bienes Inmuebles, el Impuesto sobre Actividades Económicas y el Impuesto sobre Vehículos de Tracción Mecánica) y los potestativos (Impuesto sobre Construcciones, Instalaciones y Obras; Impuesto sobre el Incremento del Valor de los Terrenos de Naturaleza Urbana)

## **5.2 Las competencias autonómicas**

Las competencias autonómicas son, según la constitución, potestativas según se recojan en sus Estatutos de autonomía pudiendo legislar sobre, entre otras cuestiones de índole administrativa o de autogobierno: Las obras públicas de interés de la Comunidad Autónoma en su propio territorio, Los ferrocarriles y carreteras cuyo itinerario se desarrolle íntegramente en el territorio de la Comunidad Autónoma, la agricultura y ganadería, de acuerdo con la ordenación general de la economía, la mayor parte de los recursos naturales, el desarrollo económico de la Comunidad dentro de la política nacional, la cultura, la asistencia social, la sanidad e higiene.

Un segundo nivel, ya señalado, es la ejecución de aquellas materias que el Estado le ceda a través de leyes marco; así como todas aquellas que no son de competencia exclusiva del Estado.

## **5.3 Las competencias del Estado**

El artículo 149 de la CE recoge un total de 32 puntos que desgranar las competencias exclusivas del Estado entre las que se encuentran, fundamentalmente aquellas que le son propias a una unidad superior de representación del Estado, como son la representación exterior, Justicia, Fuerzas Armadas, la legislación común, la Hacienda, el sistema monetario y aduanero, el sistema de Seguridad Social (salvo su ejecución) así como ciertas competencias en transporte y otras cuando se vean involucradas varias CCAA.

Del mismo modo, se le reserva al Estado la función de actuar como director general de la política del país, siendo el que promueve las bases de la actividad económica y su planificación y las de la función pública, salvo aquellas materias propias del autogobierno de las CCAA.

Respecto a sanidad y educación, el Estado se reserva la concreción de las bases que articulen estos dos elementos fundamentales del Estado de Bienestar.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 31. Sistema tributario español. Antecedentes. Principios.

##### Estructura del sistema tributario español.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

Desde el origen de las instituciones gubernativas, más o menos desarrolladas, la presencia de impuestos o tributos es consustancial a la propia existencia del Estado en sus distintas formas.

La amplia arquitectura burocrática que requieren los Estados modernos, en particular la descentralización política española, para poder cumplir sus funciones asignativas, redistributivas y estabilizadoras necesitan de la existencia de un sistema fiscal y de ingresos suficiente para poder cumplir con su cometido.

## 2 Concepto de Sistema Tributario

Tomando una definición literal, un sistema tributario, grosso modo, puede ser descrito como «conjunto de cosas que relacionadas entre sí ordenadamente contribuyen a un determinado objeto» en este caso, el objeto relativo y relacionado con los tributos. No obstante, dada la complejidad del conjunto de administraciones del país, así como la los múltiples objetivos -la mayor parte de ellos constitucionales-, herramientas y relaciones que se establecen sobre la cosa tributaria, se puede definir el sistema tributario español como «el conjunto sistematizado y coherente de tributos (tasas, contribuciones especiales e impuestos estatales, autonómicos y locales) exigidos por los poderes públicos con arreglo a unos principios constitucionales, para así alcanzar un nivel suficiente de ingresos con los que satisfacer las necesidades públicas; de modo que cada uno de aquellos tributos, al constituir una pieza integrante de un todo mucho más amplio, constituyen un instrumento esencial al servicio de unos fines concretos de política económica (desarrollo económico, estabilidad...) y de justicia (redistribución de la renta y de la riqueza, entre otros) en el reparto de las cargas comunes».

## 3 Antecedentes del Sistema Tributario Español

### 3.1 Inicios y la ley Fernández Villaverde

El concepto de Sistema Tributario tiene sentido en España a partir de 1845, momento en el que, de inspiración afrancesada, se sistematiza a través de la ley de presupuestos la arquitectura tributaria española con la introducción entre otros de la imposición directa, diversos impuestos en función de la fuente de riqueza. Esta reforma toma el nombre de Mon-Santillán por los ministros encargados de su propuesta. Previa a esta reforma, se trataron de poner en marcha medidas de sistematización en los territorios de Castilla y de Aragón en los siglos XVII y XVIII sin éxito, particularmente espoleadas tras la Guerra de Sucesión que trataron de unificar la estructura impositiva española -siendo destacable la única contribución y el Catastro de la Ensenada-.

Posteriormente, en 1900, el ministro Fernández Villaverde propone una reforma para paliar el elevado déficit fruto del desastre del 98 cuyo contenido principal es la desligación de la Contribución de Bienes Inmuebles, Cultivo y Ganadería en dos (una rústica y otra urbana) y la división en tres tarifas de la recaudación por impuestos personales:

del trabajo, del ahorro y mixtas -embrión del actual IS-. El embrión del IRPF se encuentra en la reforma Carner de 1932 que sobregrava las rentas superiores a 100.000 pesetas.

En cuanto a la estructura municipal, es la reforma de Calvo-Sotelo la que dota por primera vez a las municipalidades de unos ingresos públicos y tributarios sistematizados.

### **3.2 Las reformas durante el franquismo**

Al igual que la reforma de Fernández Villaverde, la primera reforma de la época franquista de 1940 tiene como objetivo dar soporte a la elevación del gasto tras la Guerra Civil. Como aspecto más destacable de esta reforma fue la creación de un impuesto indirecto llamado Contribución de Usos y Consumos dividida en cinco tarifas.

En 1957, con el agotamiento del periodo autárquico se inicia una nueva reforma fiscal que reordena el sistema tributario.

En primer lugar, una reagrupación de las imposiciones que configura el Impuesto sobre los Rendimientos del Trabajo, el Impuesto sobre las Rentas del Capital y el Impuesto sobre la Renta de Sociedades, así como un impuesto que se descomponía en una parte fija y otra proporcional sobre las actividades industriales individuales.

En segundo lugar, y más relevante, se da una simplificación de la gestión tributaria que, si bien logró una mayor recaudación sin elevar tipos, no pudo hacer frente al fraude extensivo y a la quiebra de los principios de capacidad económica y seguridad jurídica.

En 1964, tiene lugar la última reforma de calado durante el periodo franquista en que se trata de adecuar el sistema español a los sistemas internacionales. Se unifica el Impuesto General sobre la Renta de las Personas Físicas -con un objetivo similar al actual IRPF-, se crea también el Impuesto General sobre la Renta de Sociedades y demás Entidades Jurídicas y el Impuesto General sobre las Sucesiones y Transmisiones Patrimoniales. También, a nivel indirecto, se crea un impuesto plurifásico en cascada (Impuesto General sobre el Tráfico de las Empresas) y un impuesto sobre el Lujo así como la introducción de los impuestos especiales.

### **3.3 Las reformas en el periodo democrático**

El actual modelo tributario en España, que bebe de las reformas anteriores, tiene su razón de ser en el desarrollo constitucional, tanto del Estado de las Autonomías como en los principios de tributación que se recogen en la Carta Magna. Además, las obligaciones que imponía la Comunidad Europea para la adhesión implicó la sustitución del Impuesto del Tráfico de las Empresas por el IVA. De este modo, el sistema tributario que se va construyendo en las sucesivas reformas impositivas enfrentó tres grandes retos: la estabilización de las finanzas públicas (incompleto tras el franquismo), el desarrollo del Estado de las Autonomías y las dotación de recursos a las Haciendas Locales y la integración total de España en la escena internacional.

En particular, se destacan, junto al IVA, la fijación del IRPF, el IS, la separación del impuesto de Sucesiones y Donaciones (creación) del Impuesto de Patrimonio y de transmisiones patrimoniales, así como la ampliación del conjunto

de recursos para las recién creadas autonomías con las Leyes de Financiación de las CCAA, y la Ley Reguladora de las Haciendas Locales para los municipios.

## 4 Principios tributarios

Los principios tributarios en los que se basa el Sistema Tributario español vienen recogidos, además de en diversas referencias indirectas, en la Constitución Española y en la Ley General Tributaria, estos últimos son básicamente 3 y se refieren a la técnica impositiva y recaudatoria: proporcionalidad, eficacia y limitación de costes indirectos derivados del cumplimiento de obligaciones por parte del obligado tributario.

### 4.1 Los principios en la Constitución española

Los principios que la Constitución establece para la creación y aplicación del Derecho tributario vienen contemplados en su artículo 31, puntos 1 y 3.

#### 4.1.1 Artículo 31.1

El punto 1 establece principios de carácter material. Explícitamente se refiere a los principios de Progresividad e Igualdad, pero implícitamente recoge también: «**Todos (generalidad o universalidad)** contribuirán al sostenimiento de los gastos públicos de acuerdo con su **capacidad económica** mediante un sistema tributario justo inspirado en los principios de **igualdad y progresividad (en conjunto, Justicia)** que, en ningún caso, tendrá **alcance confiscatorio**». Así:

**Progresividad** El principio de progresividad implica que, atendido el conjunto del sistema, (no cada tributo), la resultante ha de ser que tributan, más que proporcionalmente más, los que más riqueza o capacidad demuestran. La capacidad económica tiene dos dimensiones. Una absoluta, según la cual o existe o no; esta dimensión se ha tenido en cuenta por la norma, porque sin ésta no se puede establecer un tributo. Una relativa, progresiva o cuantitativa, que implica que a más capacidad económica, hay que tributar más que proporcionalmente más.

**Igualdad** Este principio, que se configura como un valor superior del ordenamiento jurídico en su conjunto, en el ámbito del sistema tributario suele reconducirse al principio de capacidad económica, que a su vez se traduce en un deber del individuo de participar en el reparto de las cargas para sufragar los gastos comunes del estado en proporción a los recursos de los que dispone, por lo que al mismo tiempo se traduce en un derecho del ciudadano a exigir que su contribución se haga en condiciones de igualdad de trato para iguales manifestaciones de capacidad económica.

**Generalidad** El sistema tributario debe de estar diseñado de tal forma que no establezca excepciones injustificadas que pudieran permitir que sujetos, en condiciones de igualdad, tributen de forma discriminatoria.

**Capacidad económica** Para que un sujeto tenga que tributar, la norma que imponga el tributo ha de basarse en la acreditación de una cierta capacidad económica. No se puede establecer la obligación de tributar si el hecho que origina esta obligación no revela, aunque sea de una forma leve, una cierta capacidad económica en el sujeto.

**Justicia** Es difícil definir este principio, porque es el culmen y el resumen ideal de todos los demás. La justicia se ha de intentar alcanzar mediante el diseño y la aplicación del sistema tributario basados en los principios de igualdad y de progresividad.

**No confiscatoriedad** La Constitución establece que el sistema no puede tener alcance confiscatorio. Tiene alcance confiscatorio cuando implica que se tribute sin haber demostrado capacidad económica, o que se tribute de forma desmesurada.

#### **4.1.2 Artículo 31.3**

**Reserva de ley** El punto 3 del artículo 31 y, particularmente, el 133 de la Constitución establece un principio formal, que se aplica caso por caso, y que tiene una importancia trascendental: el de reserva de ley. El principio constitucional de reserva de ley afecta a todas las figuras tributarias, (tasas, contribuciones especiales e impuestos). De acuerdo con él, el establecimiento de cualquier tributo, la modificación o la derogación, deben de realizarse mediante una norma con rango de ley.

Este punto tiene varias implicaciones: en primer lugar, refuerza el carácter democrático de la imposición, evitando imposiciones del ejecutivo, dándose una suerte de «autoimposición» a través de los representantes electos; en segundo lugar, prohíbe a los ayuntamientos el diseño de tributos en sentido estricto, ya que no tienen capacidad para aprobar normas con rango de ley.

La Ley no sólo debe determinar que tributos son los exigibles, sino también todos aquellos elementos básicos de los mismos y los límites y criterios a desarrollar por normas reglamentarias sobre los deberes formales que acompañan los tributos.

Las leyes de presupuestos pueden modificar los tributos ya creados cuando la ley del mismo los habilite, pero en ningún caso la ley de presupuestos puede crear nuevos tributos.

Igualmente el artículo 133 reserva la potestad del establecimiento de los tributos al Estado, quedando la habilitación de forma subsidiaria para las Comunidades Autónomas y las Corporaciones locales.

#### **4.2 Principios en la Ley General Tributaria**

La Ley General Tributaria 58/2003 señala una serie de principios en su articulado, particularmente en el Título I y Capítulo I.

En primer lugar, señala la orientación general de los tributos y los define como «Los tributos son los ingresos públicos que consisten en prestaciones pecuniarias exigidas por una Administración pública como consecuencia de la realización del supuesto de hecho al que la ley vincula el deber de contribuir, con el fin primordial de obtener los ingresos necesarios para el sostenimiento de los gastos públicos» apostilla además la finalidad de los mismos, que no sólo deben servir para la obtención de los recursos necesarios para el sostenimiento de los gastos públicos sino que además podrán servir como instrumentos de política económica general y atender a la realización de los principios y fines constitucionales.

Además de los señalados en la constitución, la LGT añade: proporcionalidad, eficacia y limitación de costes indirectos derivados del cumplimiento de obligaciones formales y asegurará el respeto de los derechos y garantías de los obligados tributarios.

**Proporcionalidad** El sistema tributario debe ser acorde con los fines que persigue y emplear aquellos que sean necesarios para alcanzar dichos objetivos bajo la observancia de la proporcionalidad en sus acciones.

**Eficacia** Como extensión del principio de eficacia en la actividad administrativa general, la eficacia tributaria conmina a los poderes públicos a alcanzar los objetivos previstos en las normas tributarias.

**Limitación de costes indirectos** Principio que consiste en no perjudicar más de lo estrictamente necesario al obligado tributario, así como poder hacer efectivos sus derechos y la garantía de los mismos ante la actuación de la administración tributaria que, por naturaleza, es coercitiva.

## 5 La estructura del sistema tributario

La estructura del sistema tributario español puede abordarse desde distintas perspectivas (competencial, subjetiva, etc.). En la exposición que aquí se hace se tratará la perspectiva competencial distinguiéndose tres subsistemas: el estatal, el autonómico y el local; no obstante, de acuerdo con el artículo 133, toda fuente originaria del derecho tributario le corresponde al subsistema estatal.

### 5.1 El subsistema estatal. Imposición directa

El marco básico de la imposición directa está constituido actualmente por tres impuestos personales sobre la renta y dos impuestos personales sobre la riqueza.

#### 5.1.1 Sobre la renta

**IRPF** El Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas constituye uno de los instrumentos fundamentales de la política económica.



El Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas es un tributo de carácter personal y directo que grava, según los principios de igualdad, generalidad y progresividad, la renta de las personas físicas de acuerdo con su naturaleza y sus circunstancias personales y familiares.

Se trata de un impuesto de recaudación y diseño compartido con las Comunidades Autonomas, las cuales, además de participar en un porcentaje del 50% de recaudación, tendrán atribuidas competencias normativas referentes a la posibilidad de regular el importe mínimo personal y familiar así como deducciones al tramo autonómico.

**Impuesto de Sociedades** El segundo de los impuestos directos sobre la renta lo constituye el Impuesto sobre Sociedades

El Impuesto sobre Sociedades es un tributo de carácter directo y naturaleza personal que grava la renta de las sociedades y demás entidades jurídicas de acuerdo con las normas de la citada Ley. Recae sobre la renta de las sociedades y demás entidades jurídicas, en los términos establecidos por la ley, así como sobre la de otras entidades a las que, aun no teniendo personalidad jurídica, la ley les otorga la condición de contribuyentes. Así, la obtención de renta por el contribuyente constituye el hecho imponible del impuesto, cualquiera que sea su fuente u origen. Es, por ello, un impuesto sintético<sup>1</sup>.

**IRNR** el Impuesto sobre la Renta de los No Residentes, constituye el tercero de los impuestos directos personales sobre la renta encargado de gravar tanto a personas físicas como a entidades, con o sin personalidad jurídica, que no sean residentes en territorio español, por las rentas que se entiendan producidas en el mismo.

En un sentido amplio pueden entenderse también las cotizaciones a la seguridad social como un impuesto, si bien éstas tienen un carácter finalista destinado a la financiación del sistema de la seguridad social.

### 5.1.2 Sobre la riqueza

En cuanto a los impuestos personales sobre la riqueza, nos encontramos ante dos figuras impositiva: El Impuesto sobre el Patrimonio y el Impuesto sobre Sucesiones y Donaciones.

**Patrimonio** El Impuesto sobre el Patrimonio, establecido en su momento con carácter extraordinario, está regulado por la Ley 19/1991, de 6 de junio, del Impuesto sobre el Patrimonio, que supuso la incorporación estable del impuesto al sistema tributario con una finalidad básicamente censal, aunque sin renunciar a objetivos de mayor eficacia en la utilización de los patrimonios y de redistribución de la riqueza, complementando al IRPF

El Impuesto sobre el Patrimonio es un tributo de carácter directo y naturaleza personal que grava el patrimonio neto de las personas físicas en los términos previstos en esta Ley. A los efectos de este Impuesto, constituirá el patrimonio neto de la persona física el conjunto de bienes y derechos de contenido económico de que sea titular, con

---

<sup>1</sup> Si tuviese en cuenta las fuentes de renta sería analítico

deducción de las cargas y gravámenes que disminuyan su valor, así como de las deudas y obligaciones personales de las que deba responder.

**Impuesto de Sucesiones y Donaciones** Se regula por Ley 29/1987, de 18 de diciembre, del Impuesto sobre Sucesiones y Donaciones y por Real Decreto 1629/1991, de 8 de noviembre, por el que se aprueba el Reglamento del Impuesto sobre Sucesiones y Donaciones.

De naturaleza directa y subjetiva, grava los incrementos patrimoniales obtenidos a título lucrativo por personas físicas, en los términos previstos en dicha Ley. Los incrementos de patrimonio obtenidos por personas jurídicas, no están sujetos a este impuesto y se someterán al Impuesto sobre Sociedades.

Constituye su hecho imponible:

- a) La adquisición de bienes y derechos por herencia, legado o cualquier otro título sucesorio.
- b) La adquisición de bienes y derechos por donación o cualquier otro negocio jurídico a título gratuito, «intervivos».
- c) La percepción de cantidades por los beneficiarios de contratos de seguros sobre la vida, cuando el contratante sea persona distinta del beneficiario, salvo los supuestos expresamente regulados en el artículo 16.2, a), de la Ley del Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas y otras Normas Tributarias.

## **5.2 Subsistema Estatal. Impuestos Indirectos**

Recaen sobre la compra o consumo de determinados bienes y servicios, sin hacer distinción de quién es el que efectúa la compra, ni de su patrimonio o renta. Los principales son el Impuesto sobre el Valor Añadido (IVA), el Impuesto sobre Transmisiones Patrimoniales y Actos Jurídicos Documentados (ITP y AJD) y los Impuestos Especiales

### **5.2.1 IVA**

Este impuesto se regula por Ley 37/1992, de 28 de diciembre, del Impuesto sobre el Valor Añadido y por el Real Decreto 1624/1992, de 29 de diciembre, por el que se aprobó el Reglamento del Impuesto sobre el Valor Añadido. Es un impuesto armonizado en la Unión Europea (UE), estando obligados los Estados miembros a adaptar sus legislaciones a las normas comunitarias. El IVA es el impuesto más importante de la imposición indirecta del sistema tributario español. Es un impuesto general y plurifásico. General porque grava todo consumo de bienes y servicios producidos o comercializados en el desarrollo de actividades empresariales o profesionales y plurifásico porque grava las entregas de bienes y las prestaciones de servicios realizadas en todas las fases de las correspondientes cadenas de producción-comercialización.

En cuanto a su naturaleza, el Impuesto sobre el Valor Añadido es un tributo de naturaleza indirecta que recae sobre el consumo y grava, en la forma y condiciones previstas en esta Ley, las siguientes operaciones:

- a) Las entregas de bienes y prestaciones de servicios efectuadas por empresarios o profesionales.

b) Las adquisiciones intracomunitarias de bienes.

c) Las importaciones de bienes.

### **5.2.2 Impuesto sobre Transmisiones Patrimoniales y Actos Jurídicos Documentados**

Se encuentra regulado en el Real Decreto Legislativo 1/1993, de 24 de septiembre, por el que se aprueba el Texto Refundido de la Ley del Impuesto sobre Transmisiones Patrimoniales y Actos Jurídicos Documentados, y en el Real Decreto 828/1995, de 29 de mayo, por el que se aprueba el Reglamento del Impuesto sobre Transmisiones Patrimoniales y Actos Jurídicos Documentados. Se trata de un tributo de naturaleza indirecta que grava diversos hechos imponibles, agrupados en tres modalidades:

1. Transmisiones patrimoniales onerosas (TPO): el tráfico patrimonial de carácter civil o entre particulares.
2. Operaciones societarias (OS): los aspectos más relevantes de la financiación empresarial, derivados del contrato de sociedad y los desplazamientos patrimoniales ligados al mismo, como la constitución de sociedades, fusión, etc.
3. Actos jurídicos documentados (AJD): comprende las siguientes submodalidades:
  - (a) los documentos notariales, como escrituras
  - (b) los documentos mercantiles, como letras de cambio
  - (c) los documentos administrativos, como grandezas, títulos nobiliarios o anotaciones preventivas.

### **5.2.3 Impuestos Especiales**

Los impuestos especiales son tributos de naturaleza indirecta que recaen sobre consumos específicos y gravan, en fase única, la fabricación, importación y, en su caso, introducción, en el ámbito territorial interno de determinados bienes, así como la matriculación de determinados medios de transporte, el suministro de energía eléctrica y la puesta a consumo de carbón, de acuerdo con las normas de esta Ley.

Se regulan en la Ley 38/1992, de 28 de diciembre, de Impuestos Especiales, y tienen tal consideración los siguientes:

1. los Impuestos Especiales de Fabricación
  - (a) Los siguientes impuestos especiales sobre el alcohol y las bebidas alcohólicas:
    - i. El Impuesto sobre la Cerveza.
    - ii. El Impuesto sobre el Vino y Bebidas Fermentadas.
    - iii. El Impuesto sobre Productos Intermedios.
    - iv. El Impuesto sobre el Alcohol y Bebidas Derivadas.

(b) El Impuesto sobre Hidrocarburos

(c) El Impuesto sobre las Labores del Tabaco

2. el Impuesto Especial sobre Determinados Medios de Transporte
3. el Impuesto Especial sobre el Carbón
4. el Impuesto Especial sobre la Electricidad

Los impuestos especiales de fabricación se exigirán en todo el territorio español, a excepción de las islas Canarias, Ceuta y Melilla<sup>0</sup> Tampoco son exigibles el Impuesto Especial sobre el Carbón. No obstante, en las condiciones establecidas en la presente Ley, los Impuestos sobre la Cerveza, sobre Productos Intermedios y sobre el Alcohol y Bebidas Derivadas serán exigibles en las islas Canarias.

### 5.3 El Subsistema autonómico

Además de los impuestos cedidos descritos anteriormente, las Comunidades Autónomas pueden crear cuantos impuestos no hayan sido efectuados por el Estado.

La principal característica del subsistema autonómico (regulado por los artículos 156 a 158 de la CE y la LOFCA) es su composición, pues se divide en dos grandes grupos: el régimen foral (que agrupa el sistema de Concierto del País Vasco y Navarra) y el régimen general (todos los demás, manteniendo peculiaridades Canarias y las ciudades autónomas de Ceuta y Melilla).

La producción tributaria de las CCAA suele ser reducida. Así, la mayoría de las Comunidades Autónomas participan de la cesión de los tributos estatales.

#### 5.3.1 Principios de sujeción tributaria autonómica

El subsistema autonómico tributario bebe en parte de la ordenación del sistema de financiación general para las comunidades autónomas, lo que delimita el espacio de imposición autonómica. Así, las CCAA se sujetan a los siguientes principios:

**Autonomía financiera** Así el art. 156.1 CE dispone que: "Las Comunidades Autónomas gozarán de autonomía financiera para el desarrollo y ejecución de sus competencias con arreglo a los principios de coordinación con la Hacienda estatal y de solidaridad entre todos los españoles"

**Solidaridad y equilibrio económico** Principio de solidaridad, cuya efectiva puesta en funcionamiento se encomienda al Estado, al exigirlo así el art. 138.1 CE, el cual dispone que: "El Estado garantiza la realización efectiva del principio de solidaridad consagrado en el artículo 2º de la Constitución, velando por el establecimiento de un equilibrio económico, adecuado y justo entre las diversas partes del territorio español, y atendiendo en particular a las

circunstancias del hecho insular". Consagrando así, el principio de equilibrio económico como el mejor mecanismo para el logro del principio de solidaridad.

**Igualdad** Consagrado en el art. 138.2 CE, al disponer que: "Las diferencias entre los Estatutos de distintas Comunidades Autónomas no podrán implicar, en ningún caso, privilegios económicos o sociales"

**Coordinación** Se recoge en el art. 156.1 CE, el cual dispone que: "Las Comunidades Autónomas gozarán de autonomía financiera para el desarrollo y ejecución de sus competencias con arreglo a los principios de coordinación con la Hacienda estatal y de solidaridad entre todos los españoles"

## **5.4 El Subsistema local**

Las entidades locales (Ayuntamientos, Diputaciones, Cabildos o Consejos Insulares) pueden, en virtud del artículo 133.2 del texto constitucional, establecer y exigir tributos de acuerdo con lo establecido por la Constitución y las Leyes. No obstante, como se ha señalado más arriba, el establecimiento ha de hacerse por ley, lo cuál limita a las EELL a ejecutar y aplicar, en los límites que disponga la ley, los tributos.

Existen dos grandes grupos de tributos que las leyes otorgan a las EELL: los tributos obligatorios y los potestativos.

### **5.4.1 Obligatorios**

Dentro de este tipo de impuestos se encuentran, en primer lugar, el Impuesto sobre Bienes Inmuebles, el Impuesto sobre Actividades Económicas y el Impuesto sobre Vehículos de Tracción Mecánica.

### **5.4.2 Potestativos**

En caso de haber una ordenanza fiscal que los regule podrán establecerse el Impuesto sobre Gastos Suntuarios, que actualmente se aplica al aprovechamiento de cotos de caza y pesca; el Impuesto sobre Construcciones, Instalaciones y Obras; Impuesto sobre el Incremento del Valor de los Terrenos de Naturaleza Urbana.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 32. El impuesto sobre la renta de las personas físicas y a tributación de la renta de personas físicas no residentes en España.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

La tributación sobre la Renta de las Personas Físicas, ya sean residentes o, de forma marginal, no residentes, constituyen uno de los impuestos más importantes en la estructura impositiva española. En concreto, incluyendo las cotizaciones como impuestos, la tributación directa sobre las personas físicas supone aproximadamente el 20% de la recaudación total, excluyendo las cotizaciones se eleva al 40%.

## 2 El Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas

### 2.1 Naturaleza y objeto del IRPF

El Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas es un tributo de carácter personal y directo que grava, según los principios de igualdad, generalidad y progresividad, la renta de las personas físicas de acuerdo con sus circunstancias personales y familiares.

Las características principales del IRPF son las siguientes:

1. Es un impuesto personal, ya que el hecho imponible viene establecido con referencia a una persona determinada.
2. Es un impuesto directo, ya que grava la capacidad económica del contribuyente determinada de manera directa: en función de la renta que obtiene.
3. Es un impuesto progresivo, el tipo de gravamen aumenta conforme se incrementa la base imponible del sujeto pasivo.
4. Es un impuesto analítico, puesto que tiene en cuenta la procedencia de las fuentes de renta.
5. Es un impuesto periodico.
6. Aunque la Ley no lo mencione expresamente se trata de un impuesto subjetivo, puesto que grava la renta de las personas físicas de acuerdo con sus circunstancias personales y familiares (mediante el Mínimo Familiar).

Constituye el objeto de este impuesto la renta del contribuyente, entendida como la totalidad de sus rendimientos, ganancias y pérdidas patrimoniales y las imputaciones de renta que se establezcan por la ley, con independencia del lugar donde se hubiesen producido y cualquiera que sea la residencia del pagador, dentro del territorio nacional. El Impuesto gravará la capacidad económica del contribuyente, entendida ésta como su renta disponible, que será el resultado de disminuir la renta en la cuantía del mínimo personal y familiar.

El periodo impositivo será el año natural, y el impuesto devengará el 31 de diciembre de cada año, siendo exigible a partir del 30 de junio del año siguiente.

### **2.1.1 Aspectos generales**

La Ley que regula la tributación de las personas físicas residentes en España es la Ley 35/2006.

Su ámbito de aplicación es todo el territorio español, sin perjuicio de los regímenes tributarios forales (País Vasco y Navarra), y de las especialidades previstas para Canarias, Ceuta y Melilla.

Respecto a las competencias sobre el IRPF, el IRPF es un tributo compartido con las CCAA, en los términos especificados por la LOFCA de 2009. La cesión parcial del impuesto se basa en el principio de corresponsabilidad fiscal (suficiencia, autonomía, y responsabilidad). Las CCAA reciben parte de la recaudación (límite máximo del 50%), y tienen ciertas competencias normativas:

- a. Pueden aumentar o reducir las cuantías del mínimo personal y familiar, con el límite del 10%.
- b. Pueden diseñar como deseen la escala autonómica que se aplicará a la base liquidable general, con el límite de que ésta sea progresiva.
- c. Pueden incorporar ciertas deducciones que se aplicarán a la cuota íntegra autonómica.

## **2.2 Contribuyentes**

Son contribuyentes -sujetos pasivos del impuesto-:

1. Las personas físicas que tengan su residencia habitual en territorio español.

Se entenderá que el contribuyente tiene su residencia habitual en territorio español cuando se dé cualquiera de las siguientes circunstancias:

- (a) Que permanezca más de ciento ochenta y tres días, durante el año natural, en territorio español.
- (b) Que radique en España el núcleo principal o la base de sus actividades o intereses económicos, de forma directa o indirecta.
- (c) De forma subsidiaria, si el cónyuge no separado legalmente y sus hijos menores de edad residen en España

2. Las personas físicas, que aunque tengan su residencia habitual en el extranjero, cumplan determinadas circunstancias, así no perderán la condición de contribuyentes por este impuesto las personas físicas de nacionalidad española:

- (a) Miembros de misiones diplomáticas españolas.
- (b) Miembros de oficinas consulares españolas.
- (c) Titulares de cargo o empleo oficial del Estado español como miembros de las delegaciones y representaciones permanentes acreditadas ante organismos internacionales o que formen parte de delegacio-



nes o misiones de observadores en el extranjero.

- (d) Funcionarios en activo que ejerzan en el extranjero cargo o empleo oficial que no tenga carácter diplomático o consular.
- (e) Acrediten su nueva residencia fiscal en un país o territorio calificado reglamentariamente como paraíso fiscal, y esta regla se aplicará en el período impositivo en el que se efectúe el cambio de residencia y durante los cuatro periodos impositivos siguientes.

## **2.3 Hecho imponible**

El hecho imponible es la obtención de rentas por parte de las personas físicas residentes, con independencia de dónde se hayan obtenido dichas rentas.

Es decir, las personas físicas residentes son contribuyentes por obligación personal y tributan por su renta mundial (es decir, por la totalidad de las rentas que han obtenido, con independencia de cuál sea el país de residencia del pagador).

### **1. La renta incluye:**

- (a) Rendimientos del trabajo.
- (b) Rendimientos del capital inmobiliario.
- (c) Rendimientos del capital mobiliario.
- (d) Rendimientos de actividades económicas.
- (e) Imputaciones de rentas (rentas inmobiliarias imputadas, transparencia fiscal internacional, etc.).
- (f) Ganancias y pérdidas patrimoniales.

### **2. Rentas no sujetas:** por ejemplo, no están sujetas al IRPF aquellas rentas que están sujetas al Impuesto de Sucesiones y Donaciones (i.e. incrementos patrimoniales sin contraprestación).

### **3. Rentas exentas (art. 7):**

- (a) Prestaciones públicas por actos de terrorismo.
  - (b) Prestaciones a los afectados por VIH.
  - (c) Prestaciones de la Seguridad Social por incapacidad permanente absoluta o gran invalidez.
  - (d) Las indemnizaciones por despido, hasta la cuantía que el Estatuto de los Trabajadores fije como obligatoria.
  - (e) Becas públicas o de entidades sin ánimo de lucro.
6. Anualidades de alimentos percibidas.

(f) Prestaciones por desempleo cuando se perciban en la modalidad de pago único.

## **2.4 Base imponible**

La base imponible se considera el conjunto de rentas que son sujetas a imposición. Se establecen dos tipos de bases imponibles, la que se deriva de los ingresos generales y la que se deriva de los ahorros.

### **2.4.1 Base imponible general**

La base imponible general será el resultado de sumar los siguientes saldos: El saldo resultante de integrar y compensar entre sí, sin limitación alguna, en cada período impositivo, los rendimientos y las imputaciones de renta siguientes:

– Rendimientos:

- del Trabajo. Se consideran rendimientos del trabajo todas las contraprestaciones (ya sean dinerarias o en especie) que se deriven, directa o indirectamente, del trabajo personal y no tengan el carácter de rendimientos de actividades económicas. Es decir, realizados por cuenta ajena.
- del capital. Se consideran rendimientos del capital todas las contraprestaciones (ya sean dinerarias o en especie) que se deriven, directa o indirectamente, de la titularidad de elementos patrimoniales, bienes o derechos, y que no se hallen afectos a actividades económicas realizadas por el mismo sujeto
  - del Capital Inmobiliario
  - del Capital Mobiliario
- Rendimientos de Actividades Económicas. Se consideran rendimientos de actividades económicas los rendimientos de actividades que el contribuyente realiza por cuenta propia y de las cuales es titular (i.e. es el encargado de la organización de los medios de producción y/o humanos), menos los gastos deducibles y menos las reducciones. Incluye actividades (agricultura, ganadería y pesca, etc.) y profesiones (liberales, artísticas, deportivas, etc.).

– Imputaciones de renta:

- Inmobiliarias imputadas
- Régimen de Transparencia Fiscal Internacional
- Cesión de Derechos de Imagen
- Instituciones de Inversión Colectiva constituidas en Paraísos Fiscales
- Imputaciones de Agrupaciones de Interés Económico y Uniones Temporales de Empresas

Así como el saldo positivo resultante de integrar y compensar, exclusivamente entre sí, las ganancias y pérdidas patrimoniales que no deriven de la transmisión de elementos patrimoniales.

#### **2.4.2 Base imponible del ahorro**

La base imponible del ahorro está constituida por los saldos positivos derivados de:

- Rendimientos del capital mobiliario derivado de
  - Participación en los fondos propios de entidades. Dividendos
  - Cesión a terceros de capitales propios (salvo que procedan de entidades vinculadas con el contribuyente). Intereses, bonos y obligaciones
  - Operaciones de capitalización.
  - Contratos de seguro de vida o invalidez. Siempre que no deban tributar como rendimientos del trabajo (aportaciones hechas directamente por el trabajador)
  - Rentas que tengan por causa la imposición de capitales
- Ganancias y pérdidas patrimoniales derivadas de la transmisión de elementos patrimoniales

Las ganancias/pérdidas patrimoniales se computan en este caso, como regla general, como la diferencia entre el valor de transmisión y el valor de adquisición de los elementos patrimoniales

#### **2.5 Base liquidable**

La base liquidable es el resultado de aplicar las correspondientes reducciones a la base imponible, si procede. En particular se consideran las siguiente reducciones, entre otras:

- Por tributación conjunta.
  - Unidad familiar biparental: 3.400€
  - Unidad familiar monoparental: 2.150€
- Por aportaciones a sistemas de previsión social. Planes de pensiones
- Por aportaciones a sistemas de previsión social en favor de personas con discapacidad.
- Por aportaciones a la mutualidad de deportistas profesionales.
- Por aportaciones a los patrimonios protegidos de las personas con discapacidad.
- Por pensiones compensatorias y anualidades por alimentos.

Para el caso de la base del ahorro se pueden aplicar reducciones por tributación conjunta y pensiones compensatorias y anualidades por alimentos.

Dentro de la base liquidable, se consideran exentas una serie de cantidades que minoran el importe total de la base liquidable.

Estos son:

- Mínimo personal. Incondicional.
- Mínimos por ascendiente o descendiente. Sujeto a características.
- Mínimo por discapacidad. Sujeto a características.

Si la base imponible general es positiva, la base liquidable general no puede acabar siendo negativa como resultado de las reducciones. • Por tanto, la base liquidable general puede ser:

- Positiva, si la base imponible es positiva y el total de las reducciones es menor que el saldo de la base imponible.
- Nula, si la base imponible es nula o si la base imponible es positiva y el total de las reducciones es mayor o igual que el saldo de la base imponible (en cuyo caso los excesos no aplicados de las reducciones se pueden aplicar a ejercicios siguientes).
- Negativa, pero sólo si también lo es la base imponible general.

Si la base liquidable general es negativa, acabará aquí este proceso (es decir, no se le aplicará tipo impositivo, etc.), y podrá compensarse con las bases liquidables generales positivas que se obtengan a lo largo de los 4 años siguientes.

## **2.6 La cuota íntegra**

La cuota íntegra es el resultado de multiplicar la base liquidable por la escala impositiva que se determina en la ley.

### **2.6.1 La cuota estatal**

El cálculo de la cuota íntegra estatal correspondiente a la base liquidable general se realizará de la siguiente forma:

- A la base liquidable general (sin descontar el importe del mínimo personal y familiar) se le aplicarán los tipos correspondientes a la escala general del impuesto.
- Se aplicará la misma escala a la parte de base liquidable general correspondiente al mínimo personal y familiar.
- Se restará a la cuota resultante del apartado 1 la cuota resultante del apartado 2

### 2.6.2 Cuota autonómica

Siguiendo el mismo método que el cálculo de la parte estatal, la cuota autonómica varía según la Comunidad Autónoma donde se resida, siendo el tipo un instrumento de política fiscal autonómica.

### 2.6.3 Aplicación de mínimos personales y familiares

El mínimo personal y familiar constituye aquella parte de la renta que, por destinarse a satisfacer las necesidades básicas personales y familiares del contribuyente, no se somete a tributación por el IRPF. El mínimo es doble, dado que existe uno estatal y otro autonómico.

El mínimo personal y familiar es el resultado de sumar el mínimo del contribuyente y los mínimos por descendientes, ascendientes y discapacitados.

1. Mínimo del contribuyente: 5.550 €/año (más si es mayor de 65 y más incluso si es mayor de 75 años).
2. Mínimo por descendientes: se aplica por cada descendiente que viva con el contribuyente, sea menor de 25 años (si es discapacitado no importa su edad) y no tenga rentas anuales superiores a 8.000 €.
  - (a) 2.400 € por el primero.
  - (b) 2.700 € por el segundo.
  - (c) 4.000 € por el tercero.
  - (d) 4.500 € por el cuarto y siguientes.
  - (e) Cuando el descendiente sea menor de 3 años, el mínimo que le corresponda se incrementará en 2.800 €.
3. Mínimo por ascendientes: se aplica a cada ascendiente que sea mayor de 65 años y que viva con el contribuyente al menos la mitad del período impositivo (si es discapacitado no importa su edad), y no tenga rentas superiores a 8.000 €. Las cifras son:
  - (a) 1.150 € por cada ascendiente entre 65 y 75 años.
  - (b) 1.400 € por cada ascendiente mayor de 75 años. •
4. Mínimo por discapacidad: se añaden al mínimo, además, 3.000 € por discapacidad mayor del 33% del contribuyente, descendiente o ascendiente, y 9.000 € si es mayor del 65%.

Si más de un contribuyente tiene derecho al mínimo por descendiente, ascendiente o discapacidad, el mínimo se prorratea a partes iguales. La suma de todos los mínimos personales y familiares se someten a las escalas estatal y autonómica igual que la base liquidable general.

## **2.7 Deducciones y cuota líquida**

Como hemos visto, las deducciones en la cuota imponible son múltiples, dando lugar a la cuota íntegra que supone el total de impuesto que el contribuyente está obligado a pagar. A ésta se le pueden aplicar un conjunto de deducciones que son a menudo usadas como herramienta para la promoción de diversas políticas públicas en vivienda o para la atracción de ciertos tipos de capital se encuentran:

1. Deducción por inversión en vivienda habitual.
2. Deducción por inversión en empresas de nueva o reciente creación.
3. Gastos de guarderías, por acogimiento de menores y otros gastos sociales.
4. Deducción en actividades económicas realizadas realizadas en Canarias
5. Deducción por donativos y otras aportaciones.

La aplicación de estas reducciones da lugar a la cuota líquida, que es la expresión de la cantidad que el contribuyente debe satisfacer en términos del impuesto a la que aún habría que hacerle los preceptivos ajustes por doble imposición dando lugar a la cuota resultante de la autoliquidación, a la cuál se le descuentan las retenciones y demás pagos a cuenta dando lugar a la llamada cuota diferencial.

Esta, en último lugar, sufre las deducciones por maternidad, por familia numerosa o por ascendiente, separado legalmente o sin vínculo matrimonial, con dos hijos sin derecho a percibir anualidades y las deducciones por personas (ascendientes o descendientes) con discapacidad a cargo, dando por fin el resultado de la declaración que, de ser acreedor para la Administración Tributaria habrá de abonarse mediante ingreso o en caso de ser deudora, mediante devolución

## **3 El Impuesto sobre la Renta de No Residentes**

El Impuesto sobre la Renta de No Residentes contiene el régimen tributario general aplicable a las rentas obtenidas en España por personas físicas o jurídicas no residentes en los supuestos en que no exista Convenio de Doble Imposición o, existiendo éste, determine que ciertas categorías de rentas serán gravadas sin limitación por el Estado de la fuente.

### **3.1 Consideraciones generales**

El Impuesto sobre la Renta de No Residentes es un impuesto de carácter directo que grava la renta obtenida en territorio español por las personas físicas o jurídicas no residentes en el mismo. La Ley del Impuesto se contiene en el Texto Refundido aprobado por el Real Decreto Legislativo 5/2004. Para determinar la tributación de las personas físicas o jurídicas no residentes hay que tener en cuenta lo siguiente:

- Que la no residencia en territorio español ha de establecerse de acuerdo con los criterios de la Ley del IRPF y de la Ley del IS. En caso contrario resultarán de aplicación estos últimos tributos.
- Que el régimen tributario será diferente según que la persona física o jurídica no residente obtenga la renta gravada a través de un establecimiento permanente en España o no.
- Que exista Convenio de Doble Imposición ratificado por España, pues el Convenio tiene siempre prevalencia sobre la ley interna.

### **3.1.1 Representantes y responsables tributarios**

Dado que los sujetos pasivos no son residentes, su control es difícil. Por ello, la normativa ha creado las figuras del “representante tributario” y del “responsable tributario”, cuya diferencia es si el no residente opera o no a través de un establecimiento permanente (que es un lugar de negocios establecido en territorio español y por medio del cual el no residente opera):

- a. Representante tributario: cuanto los contribuyentes por este impuesto operan en territorio español a través de un establecimiento permanente, estarán obligados a nombrar una persona física o jurídica con residencia en España para que les represente ante la Administración Tributaria.
- b. Responsable tributario: cumple una función similar, pero en este caso el contribuyente no obtiene las rentas a través de un establecimiento permanente.

## **3.2 Régimen general de tributación de no residentes**

La tributación en España de no residentes plantea dos problemas distintos. El primero, la determinación de cuales habrán de ser las rentas gravadas en España. El segundo, el régimen fiscal que les resultará aplicable.

### **1. Rentas gravadas en España**

Para determinar las rentas sujetas a tributación por este impuesto ha de tenerse en cuenta la localización del bien o el ejercicio del derecho que genera renta, la residencia del pagador del rendimiento, la residencia del emisor de títulos, el lugar de realización del rendimiento.

### **2. Régimen fiscal aplicable**

El hecho imponible del Impuesto sobre la Renta de No Residentes está constituido por la obtención en territorio español por las personas físicas o jurídicas no residentes de rentas, dinerarias o en especie. Esas rentas pueden provenir de:

- (a) Rendimientos de actividades económicas obtenidos a través de un establecimiento permanente.
- (b) Rendimientos de actividades económicas obtenidos sin mediación de un establecimiento permanente, tales como las derivadas de prestaciones de servicios utilizados en España (proyectos, asistencia técnica y otros similares); rendimientos de actuaciones de artistas y deportistas y otros.

- (c) Rendimientos de trabajo cuando deriven de una actividad desarrollada en España; pensiones generadas en España; retribuciones de administradores y miembros de consejos de administración de entidades residentes y otros similares.
- (d) Intereses, cánones y otros rendimientos de capital mobiliario satisfechos por residentes en España.
- (e) Dividendos y otros rendimientos de fondos propios de entidades residentes.
- (f) Rendimientos de cualquier naturaleza, incluidos los imputados por bienes inmuebles situados en España.
- (g) Ganancias patrimoniales de bienes o derechos situados en España o que puedan ejercitarse en España.

Con carácter general el tipo se establece en el 24%.

#### Especificidades

- 19% cuando se trate de contribuyentes residentes en otro Estado miembro de la Unión Europea o del Espacio Económico Europeo con el que exista un efectivo intercambio de información tributaria.
- Las pensiones y demás prestaciones similares percibidas por personas físicas no residentes en territorio español, cualquiera que sea la persona que haya generado el derecho a su percepción, serán gravadas con una escala que va desde el 8 al 40% marginal cuando se superen los 18.700.
- Rendimientos del trabajo de personas físicas no residentes en territorio español, siempre que no sean contribuyentes por el Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas, que presten sus servicios en misiones diplomáticas y representaciones consulares de España en el extranjero, cuando no proceda la aplicación de normas específicas derivadas de los tratados internacionales en los que España sea parte: 8%.
- Rendimientos derivados de operaciones de reaseguro: 1,5%.
- Entidades de navegación marítima o aérea residentes en el extranjero, cuyos buques o aeronaves toquen territorio español: 4%.
- El 19% cuando se trate de:
  - 1.º Dividendos y otros rendimientos derivados de la participación en los fondos propios de una entidad.
  - 2.º Intereses y otros rendimientos obtenidos por la cesión a terceros de capitales propios.
  - 3.º Ganancias patrimoniales que se pongan de manifiesto con ocasión de transmisiones de elementos patrimoniales.



### **3.3 Régimen especial de «Residente no domiciliado»**

El régimen de «residente no domiciliado» consiste en un régimen preferencial que tiene por objeto atraer personas físicas al país de que se trate. Este régimen es selectivo por lo que las personas deben cumplir ciertos requisitos:

- que efectúen inversiones esencialmente inmobiliarias. Atracción del turismo residencial.
- que sean profesionales o científicos que llevan varios años emigrados. Con el objeto de la recuperación del talento emigrado.
- Preferencia hacia los pensionistas del centro y norte de Europa para reducir el grado de estacionalidad de la actividad turística.

#### **3.3.1 Régimen fiscal aplicable en España**

La Ley del IRPF contempla en su artículo 93 y en la Disposición Transitoria décimo séptima un régimen de opción de tributación por el IRPF o por el IRNR para las personas físicas que adquieran la residencia fiscal en España manteniendo la condición de contribuyentes por el IRPF durante el período impositivo en que se efectúe el cambio de residencia y los cinco siguientes cuando concurren determinadas circunstancias que, en forma resumida, son las siguientes:

- Que no hayan sido residentes durante los diez años anteriores.
- Que el desplazamiento a España sea consecuencia de un contrato de trabajo.
- Que los trabajos se desarrollen en España aunque parte de los mismos se realicen en el extranjero siempre que la retribución por esa última parte no supere el 15 por 100 del total o del 30 por 100 si asume funciones en otra empresa del grupo.
- Que los trabajos se realicen para una empresa o entidad residente en España o para un establecimiento permanente situado en España de una entidad no residente.
- Que los rendimientos del trabajo que se deriven de esa relación laboral no estén exentos en el IRNR.
- Que los rendimientos previsibles en cada uno de los períodos impositivos en que se aplique este régimen no supere 600.000 euros anuales. Este requisito no se exige a los contribuyentes que se hubieran desplazado a España antes del 1 de enero de 2010.

La aplicación de este régimen especial de tributación supone determinar la deuda tributaria del IRPF exclusivamente por las rentas obtenidas en España aplicando las normas del IRNR para las rentas obtenidas sin mediación de establecimiento permanente en España. A tal fin se aplicarán las siguientes reglas:

- Tributan de forma separada por cada devengo de renta, sin compensación entre ellas.
- La base liquidable se calcula independientemente para cada una de las rentas.

- La cuota íntegra se determina aplicando a la base liquidable los tipos de gravamen del IRNR. Actualmente el tipo general es del 24,75%.
- Las retenciones e ingresos a cuenta se determinarán de acuerdo con las normas del IRNR.
- En las transmisiones de bienes inmuebles situados en España existe la obligación de retener el 3 por 100 de la contraprestación acordada.
- El contribuyente que opte por tributar por el IRNR quedará sujeto por obligación real en el Impuesto sobre el Patrimonio, únicamente por los bienes y derechos sitos o que puedan ejercitarse en territorio español.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 33. El impuesto sobre sociedades y la tributación de la renta de personas jurídicas no residentes en España.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

El Impuesto sobre Sociedades (IS) es una de las principales figuras impositivas sobre el capital en los países desarrollados, y representa en 2016 para el promedio de la UE-28 alrededor de un 35% de la tributación sobre el capital y un 2,8% del PIB. En el caso español, su recaudación es aproximadamente del 7% del conjunto de la recaudación tributaria. Es un impuesto además que actúa como poderoso estabilizador automático.

## 2 El impuesto de sociedades

### 2.1 Concepto

La Constitución española de 27 de diciembre de 1978 establece en su artículo 31: “Todos contribuirán al sostenimiento de los gastos públicos de acuerdo con su capacidad económica ( ...)”.

Si quien manifiesta su capacidad económica obteniendo renta es una persona jurídica (sociedad, asociación, fundación,...), la obligación constitucional de contribuir se lleva a cabo por medio del impuesto sobre sociedades (IS). El IS viene regulado por la ley 27/2014, de 28 de noviembre de 2014.

Es un tributo que grava la renta de las sociedades y demás entidades jurídicas, con independencia de su fuente u origen.

Las notas que determinan la naturaleza de este impuesto son:

Es un tributo de carácter directo y personal que grava la renta total del contribuyente que es la renta de sociedades y demás entidades jurídicas, así como la de cualquier entidad jurídica calificada como contribuyente por la ley que lo regula.

Es un tributo de devengo periódico, al establecerse cortes temporales, periodos impositivos, para autoliquidar las obligaciones con la Hacienda pública.

El ámbito de aplicación es todo el estado español. No obstante, al igual que el IRPF, la exigencia no es uniforme en todo el territorio nacional, por la existencia de regímenes forales, como es el caso del País Vasco y Navarra, e incentivos fiscales regulados en determinados territorios, como Canarias, Ceuta y Melilla. Ahora bien, es un impuesto de competencia exclusiva Estatal, donde ningún aspecto del IS está cedido a las autonomías, ni en diseño ni en recaudación.

Así mismo es un impuesto sintético, proporcional y objetivo.

### 2.2 El periodo

El período impositivo coincide con el ejercicio económico mercantil de la entidad (que no tiene por qué coincidir con el año natural), sin que en ningún caso pueda superar los 12 meses. La fecha del devengo será, por lo general,

el último día del período impositivo, excepto si ocurren ciertos eventos (en cuyo caso la fecha de devengo será la fecha en que ocurra el evento):

1. Extinción de la sociedad.
2. Traslado de residencia al extranjero por parte de la entidad.
3. Cambio de la forma jurídica, de manera que pase a estar exenta del IS.

A diferencia de lo que sucede con otras figuras tributarias, la declaración del IS no tiene un plazo de presentación único para todos los contribuyentes, sino que cada contribuyente tiene su propio plazo, en función de la fecha en que concluya su período impositivo. La presentación de la declaración deberá efectuarse dentro de los 25 días naturales siguientes a los 6 meses posteriores a la conclusión del período impositivo. Por tanto, como regla general, cuando se trate de contribuyentes cuyo ejercicio económico coincida con el año natural, el plazo de presentación de declaraciones queda fijado en los 25 primeros días naturales del mes de julio.

## **2.3 Hecho imponible**

La LIS, en su artículo 4.1, establece que constituirá hecho imponible en el IS la obtención de renta por el contribuyente, cualquiera que fuese su fuente u origen. Si bien existen supuestos que no constituyen renta, entre otros, cabe destacar:

- Las reducciones de capital, cuya finalidad no sea la de devolver aportaciones, no determinan rentas a integrar en la base imponible del socio.
- La entrega de bienes integrantes del patrimonio histórico español que estén inscritos en el Inventario General de Bienes Muebles o en el Registro General de Bienes de Interés Cultural, en tanto que tales entregas tengan por objeto el pago de deudas tributarias.

## **2.4 El contribuyente**

### **2.4.1 Determinación del sujeto pasivo**

Los sujetos pasivos son las personas jurídicas que tengan su residencia habitual en territorio español. Una persona jurídica será residente habitual en España si cumple alguno de los siguiente criterios:

1. Que tengan su domicilio social en territorio español.
2. Que se hubiesen constituido conforme a las leyes españolas.
3. Que tengan la sede de dirección efectiva en territorio español, esto es, cuando en él radique la dirección y control del conjunto de actividades.

### 2.4.2 Tipos de personas jurídicas

Concretamente, será contribuyente del IS toda clase de entidades, cualquiera que sea su forma o denominación, siempre que tengan personalidad jurídica propia, excepto las sociedades civiles que no tengan objeto mercantil.

Se incluyen, entre otras:

1. Las sociedades mercantiles (anónimas, de responsabilidad limitada, colectivas, laborales, etc.).
2. Las sociedades civiles que tengan objeto mercantil<sup>1</sup>.
3. Las sociedades estatales, autonómicas, provinciales y locales.
4. Las sociedades cooperativas.
5. Las sociedades unipersonales.
6. Las agrupaciones de interés económico.
7. Las asociaciones, fundaciones e instituciones de todo tipo, tanto públicas como privadas.
8. Los entes públicos (Administración del Estado, Administraciones de las CCAA, Corporaciones Locales, organismos autónomos, etc.).

Se incluyen, además, las siguientes entidades carentes de personalidad jurídica propia:

1. Los fondos de inversión.
2. Las uniones temporales de empresas.
3. Los fondos capital-riesgo.
4. Los fondos de pensiones.
5. Los fondos de titulización.

Las entidades no exentas vienen recogidas en el Índice de Entidades que es un censo de los sujetos pasivos del IS que gestiona la AEAT.

**Exentos** No obstante lo anterior, el IS contempla una serie de exenciones:

Estarán totalmente exentos, entre otros, los diferentes tipos de entes públicos (Estado, AATT, Banco de España, ICO, Fondo de Garantía de Depósitos, etc.).

Estarán parcialmente exentas las entidades sin ánimo de lucro (fundaciones, ONGs, etc.), los colegios profesionales, los sindicatos, etc. Esta exención parcial significa que estarán exentas las rentas procedentes de las actividades que constituyan su objeto social.

**Régímenes especiales** A la hora de tributar en el IS, existen múltiples regímenes especiales. Aquí vamos a mencionar dos por su importancia:

1. Régimen de consolidación fiscal: los grupos de sociedades tienen que tributar conjuntamente. Para incluir a una entidad en el perímetro de consolidación, se exige que se posea la mayoría de los derechos de voto.
2. Régimen de empresas de reducida dimensión. Tendrán la consideración de entidades de reducida dimensión aquellas cuya cifra de negocios en el período anterior hubiese sido inferior a 10 M€ (art. 101). Las entidades que cumplan este requisito se beneficiarán de una serie de ventajas fiscales que iremos viendo más adelante (ajustes extracontables, la nueva figura de la “reserva de nivelación”, etc.).

### **2.4.3 Las actividades básicas**

Se definen en la ley dos tipos de actividades básicas: la actividad económica y la entidad patrimonial.

Se entiende por actividad económica la ordenación por cuenta propia de los medios de producción y de recursos humanos o de uno de ambos con la finalidad de intervenir en la producción o distribución de bienes o servicios.

Por su parte, será una entidad patrimonial y, por tanto, no realizará una actividad económica, aquella en la que más de la mitad de su activo esté constituido por valores o no esté afecto a una actividad económica. Esto es, cuando su actividad principal consista en la gestión de un patrimonio mobiliario o inmobiliario.

La consideración de una entidad como patrimonial tiene trascendencia a efectos de la compensación de bases impositivas negativas, tipo de gravamen o aplicación del régimen especial para las entidades de reducida dimensión, entre otros.

## **2.5 La base imponible**

El artículo 10 de la LIS establece que la base imponible «estará constituida por el importe de la renta obtenida en el periodo impositivo minorada por la compensación de bases impositivas negativas de periodos impositivos anteriores». La base imponible del IS se determinará, con carácter general, en régimen de estimación directa y a través del principio de devengo. Una de las principales dificultades de cálculo del impuesto de sociedades radica en las diferencias existentes entre el cálculo del beneficio contable y el fiscal. Así, será necesario realizar ajustes contables para equiparar ambas definiciones.

### **2.5.1 Ajustes extracontables**

**Amortización** Los gastos de amortización influyen sobre el resultado del ejercicio de manera que un uso inapropiado de éstos puede permitir diferir de manera injustificada el pago de impuestos, pagando menos en el presente. Para evitar esto, la normativa del IS estipula cuál es la amortización admisible para el ejercicio desde un punto de vista fiscal, de modo que:

a. Si la amortización contable es mayor que la amortización fiscal admisible, se deberá realizar una corrección al alza (aumento de la base imponible).

b. Si la amortización contable es menor que la amortización fiscal admisible, se deberá realizar una corrección a la baja (disminución de la base imponible).

Según la normativa del IS, se considerarán gastos de amortización fiscalmente admisibles los que cumplan los siguientes 3 requisitos:

1. Que se refieran a amortización de inmovilizado material, intangible o a inversiones inmobiliarias.
2. Que hayan sido contabilizados (i.e. que aparezcan en los estados contables).
3. Que reflejen la depreciación efectiva.

**Insolvencia de créditos** Las provisiones por posible insolvencia de créditos y similares no son fiscalmente deducibles, por lo que deberá realizarse una corrección al alza de la base imponible. Sí serán fiscalmente deducibles las pérdidas por insolvencia declarada.

**Gastos no deducibles** Hay diversos gastos que pueden aparecer en los estados contables pero que no se consideran gastos fiscalmente deducibles, por lo que darán lugar a un ajuste al alza de la base imponible:

1. Retribución de los gastos propios (p.ej. dividendos). Por lo tanto, que parte de las rentas se distribuyan a los socios no implica que éstas no deban tributar por el IS.
2. Gasto en el propio IS.
3. Multas y sanciones penales y administrativas.
4. Pérdidas del juego.

**Gastos financieros** Los gastos financieros (i.e. intereses de deuda) serán deducibles con el límite del 30% del beneficio operativo del ejercicio.

**Arrendamientos financieros (leasing)** Los gastos en concepto de leasing son fiscalmente deducibles.

**Dividendos recibidos de otras entidades, residentes o no** Para evitar la doble imposición, el art. 21 LIS contempla la exención de las rentas de dividendos o las participaciones en beneficios de entidades residentes y de no residentes. Así, estarán exentos al 95% los dividendos o participaciones en beneficios de entidades cuando proceden de:

- a. Entidades residentes si el porcentaje de participación es de al menos el 5% y la participación se ha mantenido durante más de un año.



b. Entidades no residentes, si cumplen los requisitos anteriores y además la entidad ha estado sujeta a un impuesto extranjero de naturaleza análoga con un tipo nominal de al menos el 10%.

En particular estos ajustes se refieren al sistema de amortizaciones, la contabilidad de provisiones, la no-deducibilidad de gastos concretos como multas, reparto de dividendos o gastos financieros dentro del propio grupo, o las discrepancias entre el valor contable y el de mercado. En todo caso, las valoraciones se harán conforme al Código de Comercio salvo lo dispuesto en la LIS.

Serán deducibles las cantidades que, en concepto de amortización del inmovilizado material, intangible y de las inversiones inmobiliarias, correspondan a la depreciación efectiva que sufran los distintos elementos por funcionamiento, uso, disfrute u obsolescencia. Las pérdidas por deterioro, sin embargo, sólo serán deducibles en caso de estar recogidas contablemente y sólo en ciertos supuestos.

### **2.5.2 Reducciones por reservas**

Las reservas de capitalización y de nivelación son dos nuevas reducciones introducidas por la Ley 27/2014.

**Reserva de capitalización** La reserva de capitalización sustituye a la antigua deducción por reinversión de beneficios, y consiste en la no tributación de aquella parte del beneficio que se destine a la constitución de una reserva indisponible, sin que se establezca requisito de inversión alguno en algún tipo de activo. Tiene como finalidad potenciar la capitalización empresarial mediante el incremento del patrimonio neto y, con ello, incentivar el saneamiento de las empresas. En general, la reducción será del 10% del importe de la reserva, siempre que la reserva se mantenga durante, al menos, 5 años.

**Reserva de nivelación** Las entidades de reducida dimensión podrán minorar su base imponible hasta el 10% de su importe, sin que la minoración pueda superar 1 M€. A cambio, dicha minoración se revertirá en alguno de los 5 años siguientes si en alguno de ellos presenta base imponible negativa.

### **2.5.3 Compensación de bases negativas**

Si la base obtenida (BASE IMPONIBLE PREVIA) tras los ajustes es positiva, ésta podrá compensarse con las bases imponibles negativas de cualquier ejercicio anterior hasta el límite del 70% (60% para los que se inicien en 2016) de la base imponible positiva (admitiéndose, como máximo, una compensación de 1 M€).

La compensación de bases negativas no aplica si la entidad que obtuvo una base negativa es absorbida por otra. La idea es evitar adquisiciones que respondan únicamente a motivos fiscales (i.e. compensación de bases imponibles entre empresas). Tras realizar las compensaciones pertinentes, se obtiene la base imponible definitiva, sobre la que se aplicará el tipo de gravamen.

## 2.6 Gravamen y doble imposición

El tipo de gravamen es el porcentaje que multiplicado por la Base Imponible (BI) permite obtener la cuota íntegra. El resultado puede ser positivo (cuando así lo sea la BI) o cero (BI cero o negativa).

Los tipos de gravamen aplicables son los siguientes

- Tipo de gravamen general: 25%  
Cooperativas de crédito, Cajas rurales, Mutuas de seguros generales , Mutualidades de previsión social , Sociedades de garantía recíproca, Sociedades de reafianzamiento de SGR , Entidades parcialmente exentas, Partidos políticos, Comunidades titulares de montes vecinales en mano común: 25%
- Tipos de gravamen especiales, destacan:
  - Entidades de reducida dimensión: 25%
  - Microempresas: 25%
  - Entidades de nueva creación (excepto las que deban tributar a un tipo inferior), que realicen actividades económicas, en el primer período impositivo en que la BI resulte positiva y en el siguiente: 15%
  - Cooperativas fiscalmente protegidas: 20% (los resultados extra-cooperativos irán al tipo general)
  - Entidades de crédito y exploradoras y explotadoras de hidrocarburos: 30%
  - Entidades sin fines lucrativos que apliquen el régimen fiscal previsto en la Ley 49/2002: 10%
  - Sociedades y Fondos de Inversión y Fondos de activos bancarios: 1%

El tipo en los territorios forales es más alto que el general, al 28%.

### 2.6.1 La doble imposición

Para el cálculo de la cuota líquida, a la cuota íntegra hay que practicarle ajustes para evitar la doble imposición cuando este no se hubiese practicado en la base imponible. Por doble imposición se entiende el hecho de que sobre una misma manifestación de riqueza incidan varios impuestos en un mismo período impositivo.

En el impuesto de sociedades se arbitran dos mecanismos para evitar la doble imposición:

- Exención: las rentas percibidas de entidades (dividendos, plusvalías, beneficios de establecimientos permanentes, etc.) no se integran en la base imponible de la entidad que las recibe. Es decir, tales rentas tributan exclusivamente en sede de la entidad que las genera y, cuando son recibidas por otro contribuyente, no se produce ninguna imposición adicional en el mismo.
- Imputación: las rentas señaladas se integran en la base imponible de la entidad que las percibe, deduciendo de su cuota íntegra cierto importe satisfecho en concepto de impuesto de la misma naturaleza, para así evitar

la doble imposición.

Del mismo modo, se pueden aducir deducciones en caso de soportar la doble imposición.

**Tipos de doble imposición** Se prevén 2 tipos de deducciones para los 2 tipos de doble imposición a los que se puede enfrentar la empresa:

1. Doble imposición legal, que implica que quien ya ha tributado en el extranjero, no debe volver a tributar. Para ello, se prevé que si la empresa española ya ha tributado por sus rentas en el extranjero, no lo vuelva a hacer en España. Cuando en la base imponible del contribuyente se integren rentas positivas obtenidas y gravadas en el extranjero, se deducirá de la cuota íntegra la menor de las dos cantidades siguientes:
  - (a) El importe efectivo de lo satisfecho en el extranjero por razón del gravamen de naturaleza idéntica o análoga a este Impuesto.
  - (b) El importe de la cuota íntegra que en España correspondería pagar por las mencionadas rentas si se hubieran obtenido en territorio español.
2. Doble imposición económica: cuando la empresa española reciba dividendos procedentes de filiales gravadas en el extranjero, se deducirá de la cuota íntegra el impuesto pagado por los beneficios respecto a los cuales se abonan los dividendos.

## 2.7 Deducciones

Se trata de deducciones que se conceden para incentivar determinadas actividades empresariales (arts. 33 a 39). Sólo es deducible un porcentaje de la inversión efectuada (% de deducción) cuyo valor varía de unas modalidades a otras de inversión. Son un incentivo fiscal para estimular la realización de diversas actividades tales como la Investigación y desarrollo, la Innovación tecnológica o las Producciones cinematográficas -españolas y extranjeras- y espectáculos en vivo.

Las más importantes son:

1. Bonificación por rentas obtenidas en Ceuta o Melilla: 50% de la parte de la cuota íntegra que corresponda a las rentas obtenidas en estas ciudades.
2. Bonificaciones por prestación de servicios públicos locales: 99% de la parte de la cuota íntegra que corresponda a las rentas derivadas de la prestación de los servicios que sean competencia de las entidades locales.
3. Deducción por investigación y desarrollo. La base de deducción está constituida por el importe de los gastos de investigación y desarrollo, incluidas las amortizaciones de los bienes afectos. De dicha base se minorará el importe de las subvenciones recibidas. La deducción es, con carácter general, del 25%.
4. Deducción por innovación tecnológica. La deducción será del 12% de los gastos efectuados por este concepto.

5. Deducción por inversiones en producciones cinematográficas: 30% del primer millón de gastos; 25% sobre el exceso de dicho importe.

6. Deducción por inversiones en espectáculos en vivo de artes escénicas y musicales: 20% de los gastos.

7. Deducción por creación de empleo.

7.1. Si la empresa no tiene trabajadores, por contratar su primer trabajador menor de 30 años a través de un contrato por tiempo indefinido de apoyo a los emprendedores: 3.000 € de la cuota íntegra.

7.2. Si la empresa tiene menos de 50 trabajadores, por contratar trabajadores en situación de desempleo a través de un contrato por tiempo indefinido de apoyo a los emprendedores: 50% del importe de la prestación por desempleo restante, ó 50% por el importe de 12 mensualidades de la prestación por desempleo que tuviera reconocida.

8. Deducción por creación de empleo para trabajadores con discapacidad: 9.000 € de la cuota íntegra si la discapacidad es superior al 33%, y 12.000 € si la discapacidad es superior al 65%.

Las Leyes de Presupuestos de cada año pueden modificar los incentivos fiscales oportunos para la ejecución de la política económica.

### **3 La imposición a entidades no residentes**

El Impuesto sobre la Renta de No Residentes contiene el régimen tributario general aplicable a las rentas obtenidas en España por personas físicas o jurídicas no residentes en los supuestos en que no exista Convenio de Doble Imposición o, existiendo éste, determine que ciertas categorías de rentas serán gravadas sin limitación por el Estado de la fuente.

#### **3.1 Consideraciones generales**

El Impuesto sobre la Renta de No Residentes es un impuesto de carácter directo que grava la renta obtenida en territorio español por las personas físicas o jurídicas no residentes en el mismo.

Las personas físicas y entidades no residentes en territorio español se sujetan a lo dispuesto en la le del IRNR que establece un doble régimen de tributación en función de si disponen de establecimiento permanente (más de 6 meses de instalación de actividades principales de la empresa) o no lo disponen.

#### **3.2 Regímenes de tributación**

##### **3.2.1 Establecimiento permanente**

Los contribuyentes que obtengan rentas mediante EP en España tributarán por la totalidad de la renta imputable al mismo. En términos generales, los EPs en España de personas físicas o entidades no residentes tributan sobre la base de su renta neta al igual que las sociedades residentes en España, aplicándoseles el mismo tipo que los

recogidos en el IS. Existe un gravamen adicional que grava al 19% las cuantías transferidas al extranjero con cargo a las rentas obtenidas por EPs de entidades no residentes (se establecen relevantes excepciones).

### **3.2.2 Establecimiento no permanente**

Los contribuyentes que obtengan rentas sin mediación de EP tributan de forma separada por cada devengo total o parcial de renta obtenida en territorio español. Existen ciertas exenciones, entre las que destacan:

- Los intereses y otros rendimientos derivados de la cesión a terceros de capitales propios, así como las ganancias patrimoniales derivadas de bienes muebles, obtenidos sin mediación de EP por residentes de otros Estados miembros de la UE o por establecimientos permanentes de dichos residentes situados en otro Estado miembro de la Unión Europea (excepto paraísos fiscales).
- Los dividendos distribuidos por la filial española a su matriz UE o en los Estados integrantes del Espacio Económico Europeo en ciertos casos.
- Las rentas satisfechas por razón de compraventas internacionales de mercancías.
- Los cánones o regalías satisfechos por una sociedad residente en territorio español (o por un establecimiento permanente situado en dicho territorio de una sociedad residente en otro Estado miembro de la Unión Europea) a una sociedad “asociada” residente en otro Estado miembro (o a un establecimiento permanente situado en otro Estado miembro de una sociedad residente de un Estado miembro) cuando concurren una serie de requisitos (esta exención resulta de aplicación a las rentas devengadas a partir del 1 de julio de 2011).

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

Tema 34. La imposición patrimonial en España: el impuesto sobre el patrimonio, el impuesto sobre sucesiones y donaciones, impuesto sobre transmisiones patrimoniales y actos jurídicos documentados, y el impuesto sobre bienes inmuebles.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

La imposición sobre el patrimonio es una de las imposiciones más discutidas en los últimos tiempos. La naturaleza redistributiva de este tipo de imposiciones -por la existencia de otras figuras impositivas más beneficiosas para cierto conjunto de riqueza- así como las afectaciones al ahorro y a la acumulación de capital son elementos a debate en este tipo de impuestos, lo cuál ha provocado que, en la práctica, su recaudación sea baja por las altas bonificaciones autonómicas y por la relativa falta de hechos imponible.

El Impuesto de Bienes Inmuebles, de ejecución municipal, constituye, por contra, uno de los principales ingresos en el subsistema local de tributación.

## 2 El impuesto sobre el patrimonio

### 2.1 Notas generales

El impuesto sobre el patrimonio (IP) es un impuesto personal, directo, sintético, progresivo, objetivo, y periódico que grava el patrimonio neto de las personas físicas.

Su ámbito de aplicación es todo el territorio español, sin perjuicio de los regímenes tributarios forales (País Vasco y Navarra). Viene regulado por la Ley 19/1991. En cuanto a sus competencias, El IP es un impuesto cedido a las CCAA, de manera que la gestión, recaudación y gran parte del diseño se realiza a nivel autonómico.

### 2.2 Hecho imponible

El hecho imponible consiste en la titularidad del patrimonio neto del sujeto pasivo a 31 de diciembre, es decir, el conjunto de bienes y derechos de contenido económico, deducidas cargas, gravámenes y deudas.

El impuesto grava todos los bienes y derechos de contenido económico que sean susceptibles de valoración monetaria y, además, establece una presunción en el sentido de que se entiende que forman parte del patrimonio los bienes y derechos que hubieran pertenecido al sujeto pasivo en el momento del anterior devengo, salvo prueba de transmisión o pérdida patrimonial.

Quedan exentos de este impuesto ciertos elementos patrimoniales:

1. Vivienda habitual, hasta 300.000 €.
2. Obras de arte realizadas por el sujeto pasivo y no vendidas.
3. Propiedad intelectual generada por el sujeto pasivo y no vendida.
4. Ajuar doméstico (i.e. efectos personales y del hogar, utensilios, muebles, etc.).

5. Los bienes y derechos afectos a actividades empresariales o profesionales si éstas constituyen su principal fuente de renta.

## **2.3 Sujetos pasivos**

El IP distingue dos sujetos:

- Por obligación personal. Las personas físicas que tengan su residencia habitual en territorio español, exigiéndose el impuesto por la totalidad de su patrimonio neto con independencia del lugar donde se encuentren situados los bienes o puedan ejercitarse los derechos.
- Por obligación real. Cualquier otra persona física por los bienes y derechos de los que sea titular cuando los mismos estuvieran situados, pudieran ejercitarse o hubieran de cumplirse en territorio español. En este caso, el impuesto se exigirá exclusivamente por estos bienes o derechos del sujeto pasivo y solo serán deducibles las cargas y gravámenes que afecten a los bienes y derechos que radiquen en territorio español o puedan ejercitarse o hubieran de cumplirse en el mismo, así como las deudas por capitales invertidos en los indicados bienes.
  - Los sujetos pasivos no residentes deberán nombrar a una persona física o jurídica residente en España para que actúe como “representante del sujeto pasivo” ante la Administración tributaria en relación con sus obligaciones por este impuesto.

Para la determinación de la residencia, se seguirán las normas del IRPF.

### **2.3.1 Obligación de declarar**

Tienen obligación de declarar los que

- Su cuota tributaria, determinada de acuerdo con las normas reguladoras de este impuesto, y una vez aplicadas las deducciones o bonificaciones que procedieren, resulte a ingresar.

A efectos de la aplicación del primer límite téngase en cuenta que si la base imponible, determinada según las normas del impuesto, es igual o inferior al mínimo exento establecido, bien con carácter general en 700.000 euros, bien en el importe que en ejercicio de sus competencias normativas sobre el citado mínimo exento han aprobado las Comunidades Autónomas para sus residentes, no existirá obligación de declarar.
- Cuando, no dándose la anterior circunstancia, el valor de sus bienes o derechos, determinado de acuerdo con las normas reguladoras del impuesto, resulte superior a 2.000.000 de euros.



## **2.4 Base imponible y liquidable**

### **2.4.1 Base imponible**

La base imponible de este impuesto está constituida por el valor del patrimonio neto del que sea titular el sujeto pasivo en el momento de devengo del impuesto. Para su cuantificación se procede con las siguientes reglas de valoración.

La regla más lógica de valoración de los bienes y derechos sería según mercado, pues este método ofrecería la medición más correcta de la capacidad contributiva del sujeto pasivo. Sin embargo, en la práctica ésta es una cuestión difícilmente aplicable, ya que supondría que cada contribuyente debería discutir anualmente con la Administración el valor de sus bienes y derechos. Por ello, en la práctica las reglas de valoración serán las siguientes:

- a. Bienes inmuebles. El valor de estos bienes será el mayor de los 3 siguientes: valor catastral, valor comprobado por la Administración a efectos de otros tributos, o valor de adquisición.
- b. Bienes y derechos de personas físicas afectos según el IRPF a actividades económicas (si no están exentas): valor contable (i.e. diferencia entre el activo y el pasivo).
- c. Depósitos en cuentas corrientes, de ahorro, a plazo, etc.: saldo que arrojen en la fecha del devengo (salvo que éste resulte inferior al saldo medio del último trimestre del año, en cuyo caso se aplicará este último).
- d. Valores de renta fija y variable: valor medio de negociación del último trimestre del año.
- e. Joyas, pieles, vehículos, obras de arte y antigüedades: valor de mercado.

### **2.4.2 Base liquidable**

La base liquidable se obtiene restando a la base imponible el mínimo exento aprobado por cada CCAA. Si la CCAA no hubiera regulado el mínimo exento, éste será de 700.000 €. Para los sujetos pasivos por obligación real, no hay mínimo exento.

## **2.5 Cuota íntegra**

La cuota íntegra se obtiene aplicando a la base liquidable una escala progresiva que definen las CCAA. Sólo unas pocas CCAA han aprobado su propia escala (Andalucía, Asturias, Murcia, etc.). Si la CCAA no ha aprobado ninguna escala (o si se está declarando por obligación real), la aplicable será la estatal. La escala estatal consta de 8 tramos, que van desde el 0,2% al 2,5%.

Límite a la cuota íntegra. La cuota íntegra de este impuesto conjuntamente con las cuotas del IRPF, no podrá exceder, para los sujetos pasivos sometidos al impuesto por obligación personal, del 60% de la suma de la base imponible del IRPF.

## **2.6 Deuda tributaria**

La deuda tributaria se obtiene aplicando a la cuota íntegra una serie de deducciones y de bonificaciones, tanto estatales como autonómicas (pero éstas no podrán modificar las estatales):

### **2.6.1 Deducciones por doble imposición**

Con el fin de evitar la doble imposición por el patrimonio, cuando los sujetos pasivos sometidos al IP por obligación personal hayan pagado impuestos en el extranjero por bienes y derechos situados o que puedan ejercitarse fuera del territorio español, se podrá deducir de la cuota íntegra la cantidad menor de las 2 siguientes:

1. El importe efectivo de lo satisfecho en el extranjero por este motivo.
2. El resultado de aplicar el tipo medio efectivo del IP a la parte de la base liquidable gravada en el extranjero.

### **2.6.2 Bonificaciones de la cuota en Ceuta y Melilla**

Si entre los bienes o derechos de contenido económico computados para la determinación de la base imponible figurase alguno situado o que debiera ejercitarse o cumplirse en Ceuta y Melilla, se bonificará en el 75% la parte de la cuota que proporcionalmente corresponda a los mencionados bienes o derechos.

### **2.6.3 Deducciones y bonificaciones autonómicas**

Bonificación de la cuota. En 2008 el Gobierno eliminó el IP a través de una bonificación del 100% de la cuota íntegra. Lo recuperó en 2011 eliminando dicha bonificación, y desde entonces el impuesto sigue vigente. Las CCAA, que también lo habían bonificado al 100%, también lo fueron recuperando durante la crisis, aunque no todas.

## **3 El impuesto sobre sucesiones y donaciones**

### **3.1 Cuestiones generales y sujeto pasivo**

En lo que se refiere a la legislación estatal, el impuesto sobre sucesiones y donaciones (ISD) se encuentra regulado en la Ley 29/1987, de 18 de diciembre (ley del impuesto), y en el Real Decreto 1629/1991, de 8 de noviembre (reglamento del impuesto).

El impuesto grava:

- La adquisición de bienes y derechos por herencia, legado o cualquier otro título sucesorio.
- La adquisición de bienes y derechos por donación o cualquier otro negocio jurídico a título gratuito e inter vivos (por ejemplo, la condonación de deuda con ánimo de liberalidad o la renuncia de derechos a favor de persona determinada).

- La percepción de cantidades por los beneficiarios de contratos de seguros sobre la vida cuando el contratante (el que paga la prima) sea persona distinta del beneficiario (el que recibe el capital), salvo que estas cantidades deban tributar como rendimientos del trabajo en el IRPF.

### **3.1.1 Sujeto pasivo**

Serán sujetos pasivos las personas físicas beneficiarias del incremento patrimonial:

- a. Por obligación personal, las personas físicas que tengan su residencia en territorio español, exigiéndose el ISD por los bienes y derechos que tengan la consideración de hecho imponible, con independencia del lugar donde se encuentren situados los bienes y del lugar donde puedan ejercitarse los derechos.
- b. Por obligación real, las personas físicas no residentes, exigiéndose el ISD por los bienes y derechos que tengan la consideración de hecho imponible y que estén situados o puedan ejercitarse en territorio español.

Si el beneficiario del incremento de patrimonio a título lucrativo, mortis causa o inter-vivos, es una persona jurídica, ésta tributará por dicho incremento no en el ISD, sino en el IS o el IRNR.

Es un impuesto cuyo diseño y recaudación está cedido a las Comunidades Autónomas.

### **3.1.2 Fecha de devengo**

Sucesiones: día del fallecimiento del causante. Donaciones: día de la celebración del contrato.

## **3.2 Base imponible, liquidable y deuda tributaria**

### **3.2.1 Base imponible**

La base imponible se determina, por defecto, a través de la estimación directa.

1. Sucesiones: la base imponible será igual al valor bruto de la masa hereditaria, al cual se le restarán las deudas que deja contraídas el causante, así como los gastos deducibles en concepto de última enfermedad del causante y entierro.
2. Donaciones: la base imponible será igual al valor bruto del conjunto de bienes y derechos cedidos, al cual se le restarán las deudas ligadas a dichos bienes y derechos

### **3.2.2 Base liquidable**

La base liquidable es el resultado de aplicar a la base imponible ciertas reducciones:

## **Sucesiones**

1. Reducciones por familiares cercanos:

- (a) Cuando los beneficiarios son descendientes menores de 21 años, se aplica una reducción que puede ir desde los 16.000 € hasta los 48.000 € en función de la edad del descendiente.
- (b) Cuando los beneficiarios son descendientes mayores de 21 años, cónyuges o ascendientes, se aplica una reducción de 16.000 €.
- (c) Cuando los beneficiarios sean familiares de segundo o tercer grado, habrá una reducción de 8.000 €.

2. Reducciones por discapacidad. Además de las anteriores, también se aplicarán reducciones por discapacidad:

- (a) Cuando los beneficiarios tengan una discapacidad entre el 33% y el 65%, se aplica una reducción de 48.000 €.
- (b) Cuando los beneficiarios tengan una discapacidad mayor del 65%, se aplica una reducción de 150.000 €.

3. Reducción por vivienda habitual o empresa familiar. En los casos en que la masa patrimonial heredada esté formada por la vivienda habitual del beneficiario o por una empresa familiar, se aplica una reducción del 95% a los descendientes, ascendientes y cónyuges.

**Donaciones** Cuando la donación sea una empresa familiar a los descendientes, cónyuge o ascendientes, se aplicará una reducción del 95%. Hay que recordar que las mencionadas son las reducciones estatales, pues las CCAA podrán añadir reducciones adicionales a éstas si lo estiman conveniente.

### 3.2.3 Cuota Íntegra y cuota tributaria

**Cuota íntegra** La cuota íntegra se obtiene aplicando a la base liquidable una escala progresiva que definen las CCAA. Al igual que el IP, si la CCAA no ha aprobado ninguna escala (o si se está declarando por obligación real), la aplicable será la estatal.

La escala estatal consta de 16 tramos, que van desde el 7,65% al 34%.

Con el fin de evitar que se eluda la progresividad del impuesto fraccionando las donaciones en el tiempo, todas las transmisiones que otorgue un mismo donante a un mismo donatario sin que haya más de 3 años entre ellas, se considerarán, a efectos del ISD, como una sola transmisión.

**Cuota tributaria** La cuota tributaria se obtiene multiplicando la cuota íntegra por un coeficiente multiplicador (que va desde el 1 hasta el 2,4). Y es que el ISD no sólo tiene en cuenta la cantidad cedida, sino también el patrimonio preexistente del beneficiario y el grado de parentesco del causante. Por ello, la cuota íntegra se ajusta, multiplicándola por un coeficiente que varía en función del patrimonio previo del sujeto pasivo y de su grado de parentesco con el causante.

### 3.2.4 Deuda tributaria

La deuda tributaria se obtiene aplicando a la cuota tributaria una serie de deducciones y de bonificaciones, tanto estatales como autonómicas.

**Deducciones por doble imposición** Con el fin de evitar la doble imposición por las sucesiones y donaciones, cuando los sujetos pasivos sometidos al ISD por obligación personal hayan pagado impuestos en el extranjero por bienes y derechos situados o que puedan ejercitarse fuera del territorio español, se podrá deducir de la cuota íntegra la cantidad menor de las 2 siguientes:

1. El importe efectivo de lo satisfecho en el extranjero por este motivo.
2. El resultado de aplicar el tipo medio efectivo del ISD a la parte de la base liquidable gravada en el extranjero.

**Bonificaciones de la cuota en Ceuta y Melilla** a. Sucesiones: cuando el causante hubiera tenido su residencia habitual en Ceuta o Melilla durante los 5 años anteriores, se aplicará una bonificación del 100% de la cuota tributaria.

b. Donaciones: cuando el beneficiario de la donación hubiera tenido su residencia habitual en Ceuta o Melilla, o cuando se reciban inmuebles situados en estos territorios, se aplicará una bonificación del 50% de la cuota tributaria.

**Deducciones y bonificaciones autonómicas.** Junto con las anteriores, serán de aplicación aquellas deducciones y bonificaciones que prevean las Comunidades Autónomas.

## 4 Impuesto sobre transmisiones patrimoniales y actos jurídicos documentados

el impuesto sobre transmisiones patrimoniales y actos jurídicos documentados (ITP y AJD) se encuentra regulado en el Real Decreto legislativo 1/1993, de 24 de septiembre (texto refundido de la ley del impuesto), y en el Real Decreto 828/1995, de 29 de mayo (reglamento del impuesto).

Se puede decir que existen en el ITP y AJD tres impuestos diferentes agrupados bajo un solo título. Así, podríamos hablar de impuesto sobre transmisiones onerosas (TPO), impuesto sobre operaciones societarias (OS) y AJD.

Respecto a su implantación territorial, salvo en País Vasco y Navarra, que lo regulan de forma particular, en el resto de las comunidades autónomas, el ITP y AJD es un impuesto estatal, cuyo rendimiento se cede a las mismas, haciéndose cargo por delegación del Estado de la gestión y liquidación, recaudación, inspección y revisión en vía administrativa.

También pueden asumir determinadas competencias normativas.

## **4.1 Transmisiones Patrimoniales Onerosas**

### **4.1.1 Hecho imponible**

El hecho imponible de las TPO se divide en:

- Transmisiones patrimoniales por naturaleza. Caracteriza a todos estos actos y negocios jurídicos la nota de onerosidad siempre (hay contraprestación), diferenciándolos de los gratuitos o a título lucrativo sujetos a otro impuesto distinto, el ISD.
- Transmisiones patrimoniales por equiparación. Se trata de figuras jurídicas que el legislador fiscal califica como transmisiones patrimoniales formando parte de la modalidad de TPO vía asimilación, sin necesidad de discutir si jurídicamente son auténticas transmisiones.

No estarán sujetas a este impuesto sino al IVA cuando las transmisiones se hagan por parte de empresas o profesionales en el ejercicio de su actividad. Aunque sí lo estarán cuando éstas no soporten IVA.

### **4.1.2 Sujeto pasivo, base imponible y tipo de gravamen**

Será sujeto pasivo en caso de transmisión de un bien, el adquirente del mismo; en la constitución de derechos reales, aquel a cuyo favor se realice el acto (por ejemplo, el usufructuario o habitacionista). También serán sujetos pasivos el arrendatario en la constitución de arrendamiento o el concesionario en la concesión administrativa.

La base imponible se determina por el valor real del bien transmitido o del derecho que se constituya o ceda. Serán deducibles las cargas que disminuyan el valor real de los bienes, pero no las deudas aunque estén garantizadas con prenda o hipoteca.

El tipo de gravamen es variable en cada CCAA, sin embargo los tipos de referencia que marca la ley son para la transmisión de inmuebles o la constitución y cesión de derechos reales sobre los mismos –excepto los derechos reales de garantía que tributan al 1%– del 6%. La transmisión de bienes muebles como, por ejemplo, un vehículo vendido por un particular, tiene el tipo del 4%.

## **4.2 Operaciones societarias**

### **4.2.1 Hecho imponible**

El hecho imponible de por esta modalidad lo suponen:

- La constitución de sociedades, el aumento y disminución de su capital social y la disolución de sociedades.
- Las aportaciones que efectúen los socios que no supongan un aumento del capital social.
- El traslado a España de la sede de dirección efectiva o del domicilio social de una sociedad cuando ni una ni otro estuviesen previamente situados en un Estado miembro de la Unión Europea.

No estarán sujetas:

- Las operaciones de reestructuración.
- Los traslados de la sede de dirección efectiva o del domicilio social de sociedades de un Estado miembro de la Unión Europea a otro.
- La modificación de la escritura de constitución o de los estatutos de una sociedad y, en particular, el cambio del objeto social, la transformación o la prórroga del plazo de duración de una sociedad.
- La ampliación de capital que se realice con cargo a la reserva constituida exclusivamente por prima de emisión de acciones.

#### **4.2.2 Sujeto pasivo, base imponible y gravamen**

Estará obligado al pago del impuesto a título de contribuyente y cualesquiera que sean las estipulaciones establecidas por las partes:

En la constitución, aumento de capital, traslado de sede de dirección efectiva o domicilio social y aportaciones de los socios que no supongan aumento de capital, es sujeto pasivo la sociedad. En la disolución de sociedades y reducción del capital social, los socios, copropietarios comuneros o partícipes, por los bienes y derechos recibidos.

La base imponible será:

- Constitución y aumento de capital de sociedades que limiten de alguna manera la responsabilidad de los socios, el importe nominal en que aquel quede fijado inicialmente o ampliado con adición de las primas de emisión en su caso exigidas.
- Operaciones realizadas por sociedades distintas de las anteriores y en las aportaciones de los socios que no supongan aumento del capital social, la base imponible se fijará en el valor neto de la aportación.
- Traslados de sede de dirección efectiva o de domicilio social, la base imponible coincidirá con el haber líquido que la sociedad cuya sede de dirección efectiva o dominio social se traslada tenga el día en que se adoptó el acuerdo.
- Disminuciones de capital y disolución de sociedades, la base imponible coincidirá con el valor real de los bienes y derechos entregados a los socios, sin deducción de gastos y deudas.

El tipo de gravamen es del 1%.

#### **4.3 Actos Jurídicos Documentados**

Como su propio nombre indica, se trata de someter a gravamen actos jurídicos pero documentados en tres tipos de documentos distintos; se somete a gravamen la formalización del acto jurídico de determinada manera.

Se sujetan a gravamen, pues, por este impuesto:

Los documentos notariales, los documentos mercantiles y los documentos administrativos.

Estos documentos notariales tributarán al tipo de gravamen que haya sido aprobado por la comunidad autónoma y en su defecto al 0,50%.

El sujeto pasivo será el adquirente del bien o derecho y, en su defecto, las personas que insten o soliciten los documentos notariales, o aquellos en cuyo interés se expidan.

Por el concepto «documentos mercantiles» se sujetan con carácter general las letras de cambio y los documentos que realicen función de giro o suplan aquellas.

Son documentos administrativos sujetos:

La rehabilitación y transmisión de grandezas y títulos nobiliarios, satisfaciéndose el impuesto a través de una escala de gravamen. Las anotaciones preventivas que se practiquen en los registros públicos cuando tengan por objeto un derecho o interés valuable (por ejemplo, una anotación preventiva de embargo) y no vengán ordenadas de oficio por la autoridad judicial o administrativa competente. El tipo de gravamen es del 0,50%.

## **5 Impuesto de Bienes Inmuebles**

El IBI es uno de los tres impuestos obligatorios que exigen los ayuntamientos junto con el IAE y el IVTM.

El régimen jurídico del IBI permite calificarlo como un impuesto directo de carácter real, que exigen los ayuntamientos de forma obligatoria, aunque tienen un significativo margen de maniobra para singularizar el impuesto que se exige en cada término municipal

### **5.1 Hecho imponible y devengo**

Constituye el hecho imponible de este impuesto la titularidad de los siguientes derechos sobre los bienes inmuebles rústicos y urbanos y sobre los inmuebles de características especiales.

Su periodo impositivo coincide con el año natural devengándose el primer día del año.

### **5.2 Sujeto pasivo, exenciones y base liquidable**

El sujeto pasivo es el propietario del bien inmueble sobre el que existe el hecho imponible, ya sea una persona física o jurídica.

Los ayuntamientos pueden aplicar tres tipos de exenciones:

- Exenciones aplicables de oficio.



- Exenciones rogadas.
- Exenciones potestativas.

La base imponible estará constituida por el valor catastral de los bienes inmuebles.

En el IBI solo existe un supuesto de reducción en la base imponible que es la aplicación progresiva de los incrementos catastrales.

### **5.3 Cuota y bonificaciones**

En virtud del artículo 72.1 de la LRHL, los ayuntamientos, en la ordenanza fiscal del IBI, podrán establecer el tipo de gravamen del impuesto, que no podrá ser inferior al 0,42%, ni superior al 1,12%.

Se podrán aplicar bonificaciones en virtud de una serie de parámetros de corte social, de impulso económico, de sensibilidad medioambiental o de eficiencia recaudadora.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 35. La imposición indirecta en España: el IVA y los impuestos especiales. La armonización fiscal en la UE en los impuestos directos e indirectos.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

El Impuesto sobre el Valor Añadido, incorporado al ordenamiento tributario español como consecuencia de la entrada de España en la Comunidad Económica Europea, supone, por recaudación, el impuesto indirecto más importante en España. Junto a él, los impuestos especiales configuran las herramientas básicas de recaudación indirecta y de intervención en la asignación a través de la tributación selectiva de bienes.

## 2 El impuesto sobre el valor añadido

El Impuesto sobre el Valor Añadido constituye en España y en toda la Unión Europea uno de los pilares fundamentales del sistema tributario. Además, se trata de un impuesto comunitario, es decir, de una figura regulada en sus líneas básicas por la propia Comunidad y de cuya recaudación nacional participa la Unión Europea como tal para la financiación de sus costes de funcionamiento y de los costes de sus políticas económicas.

### 2.1 Naturaleza y hecho imponible

El impuesto sobre el valor añadido (IVA) es un tributo personal, indirecto, analítico, proporcional, objetivo, instantáneo, general (i.e. recae sobre una amplia base de bienes y servicios), multifásico (i.e. recae sobre todas las etapas del proceso productivo), no acumulativo (i.e. en cada etapa se grava sólo el valor añadido generado) que recae sobre el consumo como manifestación indirecta de la riqueza.

Viene regulado por la Ley 37/1992 y su ámbito de aplicación es todo el territorio español, incluyendo en él las islas adyacentes, el mar territorial hasta el límite de 12 millas náuticas y el espacio aéreo correspondiente, con excepción de Canarias, Ceuta y Melilla, por lo que existen mecanismos de ajuste fiscal en frontera. Es un tributo cedido parcialmente donde el Estado se reserva las competencias normativas y de gestión pero que cede a las CCAA el 50% de la recaudación en su territorio.

#### 2.1.1 Hecho imponible

El impuesto grava, en la forma y condiciones previstas por la ley, las siguientes operaciones:

- Las entregas de bienes y prestaciones de servicios efectuadas por empresarios o profesionales.
- Las adquisiciones intracomunitarias de bienes (AIB).
- Las importaciones de bienes.

Para que una entrega de bienes o prestación de servicios quede sujeta al IVA, deben concurrir, conforme al artículo 4 de la Ley 37/1992 (LIVA), los siguientes requisitos:

Que se realice en el ámbito espacial, es decir, en la Península o las islas Baleares, que se realice por empresarios o profesionales y que la operación se efectúe a título oneroso, aunque la propia ley establece una excepción a este

requisito en el supuesto de autoconsumo.

### **Especialidades** Sobre la entrega de bienes y prestación de servicios

Entrega de bienes. En las entregas de bienes, por lo general, es más sencillo determinar cuándo ocurre esto, aunque hay casos curiosos y complejos (p.ej. las ventas de bienes realizadas en un avión en el trayecto Madrid-París están sujetas al IVA español cuando el origen sea Madrid, y al IVA francés cuando el origen sea París).

Prestación de servicios. En cambio, las prestaciones de servicios son más complicadas. Se tributará por IVA español:

1. Cuando el destinatario es un particular, si el prestador tiene su sede en España. Ejemplo: un taller con sede en España que arregla un coche a un particular (español, alemán, o ruso).
2. Cuando el destinatario es un empresario o profesional, si éste tiene su sede en España. En este caso, el empresario o profesional con sede en España es el que se tendrá que autorrepercutir el IVA español. El destinatario se convierte en sujeto pasivo, en lo que se conoce como “regla de inversión del sujeto pasivo”.

**No sujeción** Las operaciones no sujetas se contienen en el art. 14 de la Ley. Podemos mencionar, entre otras:

1. Las entregas gratuitas de muestras de mercancías sin valor comercial estimable y las prestaciones de servicios de demostración gratuitas con fines de promoción<sup>1</sup>.
2. Las prestaciones de servicios a título gratuito que resulten obligatorias por Ley (p.ej. servicios de abogacía prestados en el turno de oficio).

**Exención** Las operaciones exentas se contienen en los arts. 20 y ss. de la Ley, y, a diferencia de las no sujetas, sí entran en el perímetro del hecho imponible, pero la Ley las exime de gravamen. En el IVA hay dos tipos de exenciones: plenas y limitadas.

1. Exenciones plenas: el empresario o profesional que no repercuta el IVA por estar exento puede deducirse el IVA soportado en las adquisiciones relacionadas con la operación exenta.
2. Exenciones limitadas: no se permite deducir el IVA soportado.

Las exenciones se clasifican en interiores y exteriores:

1. Exenciones en operaciones interiores. Las exenciones en operaciones interiores son siempre limitadas, por lo que no generan el derecho a deducir el IVA soportado. Las más destacadas son (art. 20):
  - (a) Servicios médicos y sanitarios.
  - (b) Actividades educativas.

- (c) Actividades sociales, culturales y deportivas.
  - (d) Operaciones financieras y de seguros (p.ej. concesión de créditos).
  - (e) Actividades inmobiliarias, entre las que destacan:
    - i. Segundas y ulteriores entregas de inmuebles. Se consideran primeras entregas (y, por lo tanto, no exentas) las realizadas por el promotor. Pero si el inmueble se ha utilizado durante un plazo de 2 años o más (p.ej. por él mismo o por arrendamiento) y lo adquiere persona distinta, entonces se considerará segunda entrega y estará exenta.
    - ii. Arrendamientos.
2. Exenciones en operaciones exteriores. Las exenciones en operaciones exteriores son siempre plenas, por lo que sí generan el derecho a deducir el IVA soportado. Las más destacadas son (arts. 21 y ss.):
- (a) Operaciones en zonas francas.
  - (b) Exportaciones de bienes
  - (c) Entregas intracomunitarias, pues, por la normativa europea, la entrega va a estar sujeta en destino (siendo el sujeto pasivo el destinatario, no el vendedor).

## **2.2 Sujeto pasivo y devengo**

### **2.2.1 Sujeto pasivo**

El sujeto pasivo varía según la modalidad de hecho imponible:

- a. Operaciones interiores: el sujeto pasivo será el empresario o profesional que vende los bienes o presta los servicios (salvo en el caso de inversión del sujeto pasivo antes visto).
- b. Adquisiciones intracomunitarias: el sujeto pasivo será el adquirente de los bienes.
- c. Importaciones: el sujeto pasivo será, de nuevo, el adquirente de los bienes.

Obligaciones del sujeto pasivo en el IVA:

- 1. Repercutir el IVA. El sujeto que carga legalmente con el impuesto no tiene por qué coincidir con el que carga económicamente, pues esto último va a depender de las reglas de la traslación impositiva (concretamente, de las elasticidades relativas de la demanda y oferta).
- 2. Presentar liquidaciones periódicamente.
- 3. Expedir y entregar facturas.
- 4. Llevar la contabilidad y los registros que se establezcan.

### **2.2.2 Devengo**

El devengo es el momento exacto en que se realiza la operación que serán en cada caso:

- En las entregas de bienes, cuando se pongan a disposición del comprador.
- En las prestaciones de servicio, cuando se presten, ejecuten o efectúen las operaciones. En las adquisiciones intracomunitarias de bienes, en la entrega de los bienes.
- En las importaciones: cuando se abonen los derechos de importación.

No obstante, cuando en una operación se originen pagos anticipados anteriores a la entrega del bien o la prestación de servicios, el IVA se devengará en el momento del cobro de cada pago anticipado.

### **2.3 La base imponible y liquidable**

La base imponible se determina por el valor de la contraprestación que constituye el hecho imponible, que incluye, entre otros:

1. Resto de tributos de cualquier clase que recaigan sobre la misma (como los impuestos especiales).
  2. Envases y embalajes.
  3. Subvenciones recibidas vinculadas al volumen.
  4. En el caso de las importaciones, se añadirán los gastos accesorios (comisiones, transporte, flete, seguro, etc.).
- La base imponible se determinará conforme al método de estimación directa (i.e. análisis de documentación).

#### **Reglas especiales**

1. Operaciones cuya contraprestación no sea dinero: la base imponible será igual al valor de mercado.
2. Autoconsumos: la base imponible será igual al valor de adquisición o al coste de producción.
3. Operaciones cuya contraprestación consista en moneda extranjera: se aplicará el “tipo de cambio vendedor”, fijado por el Banco de España, que esté vigente en el momento del devengo.

Se excluyen los descuentos, indemnizaciones y las subvenciones no vinculadas al precio.

La base liquidable se obtiene de tomar la base imponible y practicarle las reducciones de minoración de esta en función de la devolución de envases, los descuentos y bonificaciones y resolución ulterior de la operación por resolución firme alterandose el precio.

Tampoco formarán parte de la base los impagos.

## **2.4 El tipo impositivo**

Existen tres tipos impositivos que gravan distintos tipos de bienes y servicios a razón de su utilidad social y la especial protección que determine el legislador.

El 21% supone el tipo general que será de aplicación cuando no se disponga lo contrario.

Al 10% -tipo reducido- se gravarán, entre otras operaciones, las entregas de alimentos y bebidas no alcohólicas, el agua, la hostelería, los transportes de viajeros o a las obras de arte entregadas por los artistas o las flores y plantas vivas.

Se extiende la aplicación de este tipo reducido también a:

Los servicios mixtos de hostelería, espectáculos, discotecas, salas de fiesta, barbacoas u otros análogos. Espectáculos culturales en vivo, como los celebrados en teatros, circos, festejos taurinos y conciertos. Las monturas de gafas graduadas. La entrada a salas cinematográficas.

Al 4% -tipo superreducido- entre otros, a alimentos de primera necesidad como pan, leche, queso, huevos, frutas o verduras, a vehículos de minusválidos, libros o medicamentos para uso humano, a las viviendas de protección oficial, y a servicios de teleasistencia, ayuda a domicilio y atención residencial a personas en situación de dependencia.

### **2.4.1 Deducciones**

Los sujetos pasivos del IVA pueden restar de las cuotas devengadas las cuotas que han soportado en sus operaciones interiores no exentas, adquisiciones intracomunitarias e importaciones, siempre que se cumplan determinados requisitos. Este derecho de deducción del IVA soportado constituye un elemento fundamental en el esquema de funcionamiento de este tributo. Esto será posible siempre y cuando los bienes y servicios adquiridos estén afectos directa y exclusivamente a actividades empresariales-profesionales y se traten de operaciones gravadas por IVA.

No podrán ser deducibles aquellas que provengan de

1. Desplazamientos, viajes, hostelería, y restauración (salvo que tengan la consideración de gastos deducibles a efectos del IRPF o del IS).
2. Alimentos, bebidas, tabaco, y servicios recreativos.
3. Joyas, piedras preciosas, perlas, etc.

## **2.5 El IVA en Canarias, Ceuta y Melilla**

Los impuestos sustitutivos en estos territorios son:

1. Impuesto General Indirecto Canario (IGIC). Este impuesto sustituye al IVA en Canarias. La principal diferencia son sus tipos más bajos (p.ej. el general es del 7%).
2. Impuesto sobre la Producción, los Servicios y la Importación (IPSI). Este impuesto sustituye al IVA en Ceuta y Melilla. El IPSI grava un espectro más reducido de operaciones que el IVA, y sus tipos son más bajos (y variados).

### **3 Los impuestos especiales**

Al igual que el IVA, los impuestos especiales son impuestos que como el resto de impuestos indirectos, gravan la manifestación indirecta de la capacidad económica de los consumidores finales a través del gasto pero que son ingresados a Hacienda por los productores. Son de carácter lineal y no tienen relación con la renta disponible.

Los impuestos especiales tienen una aplicación específica ya que afectan solamente a un determinado grupo de bienes y servicios que, dadas sus características o efectos son elegidos por el gobierno o la autoridad tributaria para ser sujetos de un impuesto particular.

El diverso conjunto de impuestos que componen los llamados Impuestos Especiales hace que exista una pléyade de hechos impositivos, definido cada uno para cada tipo de impuesto, por lo que las bases imponibles también difieren entre sí.

Del mismo modo, los tipos impositivos a los que se someten estos impuestos son muy dispares entre sí, y pueden oscilar desde un 3-5% para los impuestos sobre la electricidad, a cerca de un 70% como ocurre con los impuestos especiales que se gravan sobre las labores del tabaco. Además, la Ley de Impuestos Especiales habilita a la Ley de Presupuestos Generales a modificar tipos, exenciones, supuestos de no sujeción, sanciones y estructura de las tarifas.

#### **3.1 Características y función**

Los impuestos especiales son indirectos, reales, analíticos, proporcionales o específicos, objetivos y monofásicos. Se consideran, según la ley de impuestos especiales 38/1992, impuestos especiales los Impuestos Especiales de Fabricación, el Impuesto Especial sobre la Electricidad, el Impuesto Especial sobre Determinados Medios de Transporte y el Impuesto Especial sobre el Carbón. Siendo los impuestos especiales de fabricación El Impuesto sobre la Cerveza, el Impuesto sobre el Vino y Bebidas Fermentadas, el Impuesto sobre Productos Intermedios, el Impuesto sobre el Alcohol y Bebidas Derivadas, el Impuesto sobre Hidrocarburos y el Impuesto sobre las Labores del Tabaco.

Son impuestos cedidos parcialmente pero el Estado conserva las competencias normativas y de gestión. En el caso del Impuesto sobre la electricidad la cesión es del 100% (resto, 58%).

Además de la función recaudadora, los Impuestos Especiales pueden formar parte de la estrategia política del gobierno en materias de sanidad o medioambiente. Su establecimiento y regulación -aunque la mayoría armonizados



por la UE- permite establecer impuestos disuasorios para el consumo de ciertos bienes socialmente indeseables como el tabaco, el alcohol o los productos azucarados así como ser útiles para la estrategia de transición energética a través del gravamen sobre cierto tipo de energías.

Comentaremos someramente el impuesto de fabricación, por contener los impuestos que más peso tienen sobre el total de los impuestos especiales, el de hidrocarburos y labores del tabaco.

## **3.2 Impuestos especiales de fabricación**

Componen los impuestos especiales de fabricación:

1. IE sobre el alcohol
2. IE sobre los hidrocarburos
3. IE sobre las labores del tabaco
4. IE sobre la electricidad

### **3.2.1 Hecho imponible**

El hecho imponible es la fabricación o la importación de una serie de bienes.

### **3.2.2 Sujeto pasivo**

1. Fabricación: en el caso de productos fabricados, el sujeto pasivo será el titular de la fábrica o del depósito fiscal (luego explicaremos esto en más detalle).
2. Importación: en el caso de productos importados, el sujeto pasivo será la persona obligada al pago de la deuda aduanera.

### **3.2.3 Devengo**

En principio, la fecha de devengo será el momento en el que se culmina la fabricación o se produce la importación. No obstante, con el fin de no penalizar innecesariamente a los fabricantes e importadores de estos productos, el legislador ha diseñado un régimen suspensivo que permite que los impuestos correspondientes a los productos fabricados o importados no se devenguen hasta el momento de su puesta a consumo. Hasta ese momento, tales productos permanecerán en el interior de las fábricas o en unos establecimientos (denominados “depósitos fiscales”).

### **3.2.4 Devoluciones**

La Ley de los IIEE permite la devolución de los impuestos de fabricación pagados en casos en los que no se produzca el consumo (p.ej. exportación).

### **3.2.5 Base imponible**

1. Alcohol: volumen de producto expresado en hectolitros a la temperatura de 20° C (salvo para las bebidas espirituosas, para las que la base imponible es el volumen de alcohol puro –expresado también en hectolitros a la temperatura de 20° C–).
2. Hidrocarburos: volumen de producto expresado en miles de litros a la temperatura de 15° C.
3. Labores del tabaco: precio de venta al público, incluidos todos los impuestos. Además, en el caso de los cigarrillos, que están gravados simultáneamente con un tipo específico, existe otra base imponible adicional: volumen de cigarrillos expresados en miles.
4. Electricidad: precio de venta al público, incluidos todos los impuestos.

### **3.2.6 Tipos**

Los tipos son específicos o proporcionales:

1. Específicos: cuando la base imponible se mide en unidades físicas (i.e. volumen, peso, número de unidades, etc.). Es el caso del alcohol, los hidrocarburos, y los cigarrillos.
2. Ad-valorem: cuando la base imponible se mide en unidades monetarias. Es el caso de las labores del tabaco (incluidos los cigarrillos) y de la electricidad (5,11%).

## **3.3 Impuesto especial de matriculación**

El hecho imponible primera matriculación en España de ciertos tipos de vehículos: automóviles, embarcaciones y buques de recreo, y aeronaves y aviones, siendo el sujeto pasivo la persona a nombre de la cual se realiza la matriculación.

La base imponible viene dada por el valor de adquisición siendo el tipo impositivo variable en función del tipo de vehículo y el nivel de emisiones de CO<sub>2</sub>.

## **4 La armonización fiscal en Europa**

Uno de los riesgos del establecimiento de una Unión Económica y Monetaria como la UE es la existencia de áreas económicas no homogéneas o suficientemente dispares que provoque asimetrías en los patrones de consumo, producción, distribución y recaudación en la UE.

Sin embargo, por la configuración histórica de la UE -donde la noción de Estado-nación es importante y diversa- la armonización fiscal es vista como una cesión muy elevada de soberanía que presenta ciertos recelos por parte de los Estados. No obstante, se ha conseguido avanzar en ciertos puntos para acercar las formas de gravar los fenómenos económicos de una manera conjunta en la UE.

Este avance ha tenido mucho más éxito en la armonización de los impuestos al consumo (IVA y Especiales) que en el resto, fruto de la competencia que blinda el TFUE (en su artículo 113) sobre este tipo de fiscalidad.

## **4.1 La armonización de los tributos directos**

### **4.1.1 La imposición del patrimonio**

En el caso del Impuesto de Sucesiones y Donaciones, si bien no existe una armonización del impuesto a nivel europeo, el TJUE se ha pronunciado respecto a la diferencia de trato que existe en España entre CCAA y la posibilidad de que los ciudadanos de la Unión no-residentes tuviesen un trato discriminatorio por razón de ubicación de sus herencias. Así, el legislador estableció un mecanismo de compensación en la ley, si bien en sentido estricto no se puede hablar de una armonización fiscal en este ámbito.

### **4.1.2 La imposición a las sociedades**

Por su importancia en la localización de la inversión, el impuesto sobre sociedades reviste de especial cuidado en la UE ya que una gestión incorrecta del mismo podría dar lugar a situaciones de dumping fiscal.

En este sentido, la Unión ha tratado de dar respuesta a esta situación proponiendo crear una base imponible común consolidada en el impuesto sobre sociedades, de forma que las empresas que operen en más de un Estado miembro puedan, si así lo solicitan de manera voluntaria, determinar una única base imponible a efectos del impuesto sobre sociedades de todos los países comunitarios. La propuesta de directiva se centra únicamente en el cálculo de una base común, de manera que cada país podría seguir aplicando el tipo impositivo que considere oportuno.

El objetivo de la propuesta es reducir significativamente la carga administrativa, los costes de cumplimiento y la incertidumbre legal que genera tener que cumplir con 28 sistemas impositivos diferentes a la hora de determinar los beneficios a tributar.

No obstante, la UE no ha querido avanzar mucho más en la línea de unificación tributaria respecto al IS, por lo que las situaciones de dumping fiscal se mantienen en la UE.

### **4.1.3 El ahorro**

Respecto al ahorro, la imposición europea está más armonizada, en el sentido de la cooperación que debe existir entre entidades bancarias para el traslado de la información para su tributación en los países de la UE, así como la limitación de la fiscalidad que propone la UE a los rendimientos del ahorro en forma de pago de intereses sobre créditos, excluyéndose las pensiones y prestaciones de seguros.

## **4.2 Los impuestos indirectos**

### **4.2.1 El IVA**

El impuesto sobre el valor añadido es un impuesto con un corte claramente europeo. Desde su introducción en España a través de la política europea hasta los últimos desarrollos de las directivas que fijan el sistema común del impuesto. Este impuesto, por sus efectos sobre el consumo y el desarrollo del mercado interior -así como por sus efectos neutrales-, presenta una mayor armonización a nivel europeo.

En concreto, la Directiva 2006/112/CE regula el sistema común del IVA, que complementa otras anteriores donde se delimitan ciertas definiciones legales. Esta directiva fija los tipos mínimos, aunque deja libertad a los Estados Miembros para fijar sus propios tipos, siempre respetando este mínimo. Así como el establecimiento de dos tipos -el general y el reducido, aunque puede existir un tercer tipo como sucede en España y Francia, entre otros-. También fija ciertas exenciones.

El tipo mínimo general se fija en el 15% y el reducido en el 5%.

### **4.2.2 Los impuestos especiales**

Como impuestos al consumo que son, los impuestos especiales sufren en parte los mismos problemas que el IVA a la hora de la regulación europea. De hecho, la UE se ha limitado a fijar unos tipos mínimos, así como a clarificar ciertas denominaciones referentes a qué es un impuesto especial y cuáles deben ser considerados como tales. Así, sucede que en el caso español, existen impuestos especiales que no están bajo la influencia de la armonización europea.

No obstante, los principales -alcohol, tabaco y energía- sí se ajustan a las regulaciones de la UE.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 36. El gasto público. El saldo presupuestario estructural. Factores explicativos y política económica.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

El objetivo fundamental del gasto que realiza el sector público consiste en incrementar el bienestar de los individuos mediante la producción y/o provisión de bienes preferentes y los programas de prestaciones económicas (transferencias monetarias del sector público hacia los individuos, por ejemplo, el subsidio de desempleo, las pensiones, etc...). Este es la expresión de la actividad del gobierno y a través de éste es posible conocer el rol que el gobierno decide jugar en el ciclo económico. Su volumen da indicaciones sobre el tamaño del sector público en la economía y, por tanto, su incidencia. A través del gasto público el Estado puede cumplir con las tres funciones clásicas que Musgrave imputa al sector público: estabilizadora, asignativa y redistributiva.

## 2 El gasto público

### 2.1 Aspectos microeconómicos del gasto público

El gasto público representa en las economías mixtas la forma en la que el gobierno trata de equilibrar los distintos fallos que el mercado presenta así como incidir en una mayor equidad entre los ciudadanos.

Respecto a la eficiencia, una de las principales aplicaciones del gasto público es la provisión de bienes públicos. En este sentido, dado que el mercado no tiene incentivos para la provisión de cierto tipo de bienes (como la seguridad y defensa) el Estado se hace cargo de ellas para asegurar su provisión y aumentar el bienestar de los ciudadanos. Otros elementos que son propios de los Estados (su burocracia o la diplomacia) pueden ser considerados bienes públicos aunque en ningún caso tendría sentido -aun siendo factible- la provisión privada.

Respecto a la equidad, el gasto público juega un papel importante a través de la redistribución de la renta, fundamentalmente mediante los programas de sustitución de rentas y otros programas de transferencias en especie o monetarias. De este modo, mediante el gasto público se redistribuye la riqueza entre los sectores que aportan ingresos y los sectores que mayoritariamente reciben el gasto.

### 2.2 Delimitación

El gasto público es aquel realizado por el sector público en sentido estricto, esto es, el realizado por las Administraciones Públicas (i.e. sin considerar el gasto de las empresas públicas). El Sector Público puede ser entendido de forma amplia o de forma estricta en su definición.

En sentido estricto nos referimos a las Administraciones Públicas. De acuerdo con el Sistema Europeo de Cuentas, las AAPP son el conjunto de unidades institucionales cuyas funciones principales son: i) producir bienes y servicios no destinados a la venta; y ii) efectuar operaciones de redistribución de la renta y la riqueza.

En sentido amplio podemos catalogar al sector público como las Administraciones Públicas y su sector institucional (fundaciones, empresas, organismos). De esta forma, la regla para distinguir entre una empresa pública y una

privada es que la pública será aquella que esté bajo propiedad o control de los poderes públicos. Mientras que distinguiremos entre la empresa pública y las AAPP en que la empresa pública suele tener criterios de mercado y financiarse con sus ingresos en un porcentaje elevado.

### **2.3 Clasificación del gasto público**

Las clasificaciones que se pueden realizar sobre el gasto público son muy diferentes en función de qué criterio se utilice.

De acuerdo con las clasificaciones económicas, orgánicas y funcionales que se recogen en los Presupuestos Generales del Estado, se pueden distinguir, someramente:

- Orgánica. Recoge las asignaciones presupuestarias según qué órganos del Estado efectúe los gastos (Ministerios, Entes y otras instituciones de derecho público).
- Económica. Se recogen en la clasificación económica las asignaciones presupuestarias en función de si los gastos se corresponden a bienes y servicios corrientes, transferencias, operaciones de capital y operaciones financieras, independientemente de qué órgano del Estado efectúe el gasto.
- Funcional. En esta clasificación se organizan los gastos de toda índole en función de a qué propósito político-social se destine. Se recogen programas de actuación y áreas de política tales como seguridad, sanidad, educación entre otras.

### **2.4 Evolución histórica del gasto público**

La evolución del gasto público es pareja al avance de los estados modernos a nivel político. A principios del siglo XX el gasto público se concentraba en los ámbitos de la defensa, la propia administración y las obras públicas, rondando aproximadamente el 10% del PIB. Durante el periodo de Entreguerras, el gasto público se mantiene aproximadamente en los mismos niveles pero aumenta enormemente durante la Gran Depresión y la preparación hacia la II GM, aumentando la ratio hasta el 25%.

Tras la II GM, los estados avanzados viven un periodo de expansión sostenida, de la misma forma que el conjunto de la economía. La Guerra Fría también se dejará notar, obligando a los países occidentales a elevar las condiciones de bienestar social, tanto como compensación por los esfuerzos bélicos como por contrarrestar la propaganda soviética. Así pues, las décadas de 1960 a 1980 son el período de gran expansión del gasto público. La ratio aumenta en muchos países hasta cerca del 45% debido a: i) nuevas funciones del sector público (Estado del Bienestar); y ii) factores relacionados con el comportamiento y la interacción de los diferentes agentes que participan en el mismo (políticos, burócratas, grupos de presión, etc.), que son los que veremos en el apartado de causas del crecimiento del gasto.

La senda de crecimiento se atenúa en los años 90 donde se imponen las medidas de contención del gasto y del presupuesto público -a través de la Nueva Gestión Pública-, triunfando las ideas liberales que, frente a los fallos de

mercado, ponen también el énfasis en los fallos del sector público. Se busca, pues, la contención y racionalización del gasto público, produciéndose una oleada de privatizaciones y liberalizaciones.

## **2.5 Principales partidas de gasto público**

El gasto público es variable de un país a otro y su volumen expresa el papel que se le reserva al Estado en la economía. Aquellos países donde el mercado tiene un peso preponderante sobre el Estado, el gasto público será relativamente menor. Así, de entre la OCDE, se observa una brecha importante entre países anglosajones y tendentes a un mayor liberalismo político y social (con porcentajes de gasto público inferiores al 40% del PIB) y aquellos de un corte más socialdemócrata o donde el Estado ha ejercido tradicionalmente un papel más activo con valores cercanos al 60% del PIB en los países nórdicos o Francia, por ejemplo.

Dentro de las partidas más relevantes, tomando en cuenta la clasificación funcional del gasto, el 40% del gasto se destina en España a la protección social (fundamentalmente, pensiones). Siguiéndole, a gran distancia, el gasto en salud (14,5%), los gastos de gestión ordinaria (13,6%) y la educación (9,7%). Estos niveles relativos están aproximadamente al nivel del conjunto de la UE. El Estado presenta, por tanto, una estructura claramente asistencialista.

### **2.5.1 La estructura territorial del gasto**

Esto en España la descentralización se fue edificando al mismo tiempo que el Estado crecía para hacerse cargo de un incipiente Estado del Bienestar que pretendía incorporarse a niveles de las economías avanzadas, por lo que la elevación del gasto público en este periodo no puede tomarse como referencia para señalar una ineficiencia derivada del modelo territorial español.

El español es un sistema con una estructura competencial-fiscal descentralizada. Así, se describen tres niveles en España, el estatal, el autonómico y el local.

Los inicios del autonomismo constitucional tuvieron un marcado carácter asimétrico -con Autonomías potentes como la catalana o la vasca y otras de menor desarrollo autonómico-, con el paso de los años y especialmente tras las sucesivas reformas de los estatutos en la década del 2000, el gasto autonómico -y sus competencias- se han incrementado y estabilizado, suponiendo aproximadamente entre un 35 y un 40% del gasto total de las Administraciones Públicas por un 13-15% de las entidades locales. El gobierno central gestiona aproximadamente el 55% del gasto público total.

## **3 El saldo estructural**

Dado que la política fiscal es la política que ejerce el gobierno a través de la expansión o contracción de su gasto e ingresos, el saldo presupuestario emite información sobre cuál está siendo el rol del Estado en el momento actual del ciclo. No obstante, es posible que el gasto público esté influido por buena parte de los gastos públicos que son invariantes respecto al ciclo y que, por tanto, reducen la eficacia del Estado en su labor estabilizadora.



La medición del efecto macroeconómico del presupuesto trata de determinar la orientación/tono de la política fiscal, que viene dada exclusivamente por las actuaciones discrecionales, esto es, por el saldo presupuestario estructural, que no es directamente observable. Por lo tanto, tenemos que llevar a cabo un ejercicio de descomposición del saldo presupuestario observable en saldo cíclico (i.e. efecto de los estabilizadores automáticos) y saldo estructural. Así, por ejemplo, un saldo estructural negativo (i.e. déficit estructural) será indicador de una política fiscal discrecional expansiva que, de darse en un contexto de recesión, tendría además el carácter de contracíclica (es decir, el sector público estaría llevando a cabo medidas explícitas de estabilización del ciclo).

### **3.1 Saldo presupuestario nominal**

El saldo presupuestario nominal recoge el conjunto de gastos e ingresos de un Estado. Su medición depende del tipo de gastos e ingresos que se computen. Se distinguen cuatro tipos de saldos presupuestarios nominales, siendo el saldo no financiero el que se suele usar en sentido estricto.

1. Saldo no financiero. Capacidad o necesidad de financiación.

El saldo no financiero se refiere a la diferencia de entre los ingresos y los gastos no financieros y coincide con el saldo de la cuenta de capital.

2. Saldo primario.

El saldo primario tiene en cuenta el saldo no financiero y, además, le imputa la carga neta de intereses de la deuda pública.

3. Capacidad o necesidad de endeudamiento (variación de pasivos financieros).

Este saldo es más amplio que el no financiero y representa el importe por el que el Sector Público debe endeudarse para atender todas sus operaciones, ya sean corrientes o de capital o financieras.

4. Capacidad o necesidad de financiación excluida la inversión.

Esta medida del saldo presupuestario tiene su razón de ser en la idea de que es aceptable mantener un déficit si este se traduce en un aumento de la inversión pública por lo que su uso está relacionado con la aplicación de la llamada regla de oro de las finanzas públicas.

### **3.2 El saldo cíclicamente ajustado y estructural**

Del saldo presupuestario nominal se puede inferir la existencia de una parte que está influido directamente por el ciclo económico (el saldo cíclico o coyuntural) mientras que la otra parte es aquella que, de algún modo, el gobierno puede controlar (el saldo estructural). Así, dentro de una batería de medidas ante un shock, la parte estructural vendría a suponer el gasto discrecional del gobierno frente a la parte cíclica que es aquella que se debe a la actuación de los estabilizadores automáticos.

El saldo ajustado del ciclo es un paso intermedio, una vez queda descontado el impacto del ciclo económico. De esta magnitud es necesario detraer el saldo no recurrente para obtener el saldo estructural.

La Ley de Estabilidad Financiera y Sostenibilidad Financiera plantea que el déficit estructural deberá ser 0, aunque deja abierta la posibilidad de incurrir en déficit estructural cuando las operaciones tengan efectos a largo plazo.

### 3.2.1 La medición

Una de las principales problemáticas que enfrenta la medición del saldo estructural o ajustado por el ciclo es la definición del óptimo de la economía o producción estimada potencial, pues esta desviación es la que permite concretar el déficit coyuntural como una función del output gap en base a las elasticidades de ciertas variables como reacción del ciclo y, a partir de este y el total, hallar el déficit estructural.

Hasta ahora, la metodología utilizada por los países de la UE, entre ellos España tal como figuraba en el anexo II de la Orden ECC/2741/2012, de 20 de diciembre, se basaba en el concepto de «sensibilidad» de las finanzas públicas al ciclo económico, lo que equivalía a expresar el saldo estructural en porcentaje del PIB observado en lugar del PIB potencial. La metodología revisada por la Comisión Europea implica sustituir el concepto de «sensibilidad» por el de «semielasticidad» en el cálculo del saldo presupuestario cíclico, a partir del cual se deriva el saldo estructural y sus componentes de ingresos y gastos. En consecuencia, formalmente, se pasa de la elasticidad que en una función  $y=f(x)$ , será igual al cociente de variaciones porcentuales de  $y$  y de  $x$  ( $\% \Delta y / \% \Delta x$ ), a la semielasticidad que es igual a  $\% \Delta y / \Delta x$ , esto es, la variación porcentual de  $y$  por unidad de aumento de  $x$ . La nueva metodología viene dada por la Orden ECC/1556/2016

**Output gap** Para el cálculo del output gap es habitual tomar la función de producción de estilo Cobb-Douglas.

$$Y_{pot} = L_{pot}^{\alpha} K_{pot}^{1-\alpha} PTF_{pot} \quad (1)$$

Que en el caso español el valor de  $\alpha = 0,65$

A cada uno de los componentes se les ajusta el valor potencial.

1. Para  $L$ ,  $L_{pot} = POB \cdot PART_{pot} \cdot (1 - NAWRU) \cdot H_{pot}$

- (a) POB es la población en edad de trabajar (15-64 años),  $PART_{pot}$  la tasa de actividad potencial,  $H_{pot}$  el número de horas potenciales trabajadas al año por ocupado y NAWRU la tasa de desempleo no aceleradora de los salarios.
- (b) A su vez, la tasa de participación y el número de horas potenciales se obtienen aplicando un filtro de Hodrick-Prescott (HP) a la tasa de actividad y al número de horas trabajadas al año por trabajador, respectivamente, mientras que la NAWRU se estima como componente no observable en una curva de Phillips que incluye como regresores la aceleración de la participación de los salarios en el PIB, la productividad del factor trabajo y los términos de comercio definidos como la diferencia entre las tasas de crecimiento de los deflatores del PIB y del consumo privado.

2. Para K, se aplica la ecuación dinámica de acumulación del modelo de Solow, dado que se asume que el potencial coincide con el observado
3. Por último, la productividad total de los factores potencial se determina extrayendo cada año la productividad total de los factores observada a partir de los valores del PIB, stock de capital y trabajo, y se estima su tendencia, como residuo.

**Semielasticidades** Para descomponer el saldo presupuestario en sus componentes cíclico y estructural, siguiendo la metodología de la Comisión Europea, primero se obtienen las semielasticidades de los ingresos y de los gastos públicos.

La semielasticidad de los ingresos vendrá dada por la siguiente expresión

$$\epsilon_I = (\eta_I - 1) \frac{I}{Y} = \sum_{i=1}^5 (\eta_{Ii} \frac{I_i}{I} - 1) \frac{I}{Y}$$

Donde la semielasticidad de los ingresos es una función de la elasticidad del nivel de ingresos respecto del output gap  $\eta_R$  ponderada por las elasticidades individuales de las cinco elasticidades individuales respecto a la brecha de producción de las categorías de ingresos  $\eta_{R,i}$  (IRPF, IS, Impuestos indirectos, Cotizaciones e Ingresos no impositivos), usando el peso de cada una en el total de ingresos. Se considera nula la elasticidad de los ingresos no impositivos por su poca significancia estadística.

La semielasticidad de los gastos viene dada por la expresión

$$\epsilon_G = (\eta_G - 1) \frac{G}{Y} = (\eta_{Gu} \frac{G_u}{G} - 1) \frac{G}{Y}$$

donde la única categoría de gasto sensible al ciclo es la prestación por desempleo.

La semielasticidad del saldo es la diferencia entre ambas semielasticidades que, multiplicadas por el OG como porcentaje del PIB potencial da el saldo cíclico en términos del PIB nominal.

El saldo ajustado al ciclo es la diferencia entre el saldo observado y el saldo cíclico, donde el saldo estructural se obtiene como la exclusión de los ingresos no recurrentes y la inclusión de los gastos no recurrentes a dicho saldo ajustado al ciclo.

### 3.2.2 La LOEPSF

De acuerdo con el artículo 11 de la Ley Orgánica 2/2012 de Estabilidad Presupuestaria y Sostenibilidad Financiera, ninguna Administración Pública podrá incurrir en déficit estructural, definido como déficit ajustado del ciclo, neto de medidas excepcionales y temporales salvo en las siguientes excepciones:

- Conjunto de las Administraciones Públicas: en caso de reformas estructurales con efectos presupuestarios a largo plazo podrá alcanzarse un déficit estructural del 0,4% del PIB, o el establecido en la normativa europea cuando este fuera inferior.

- Estado y CCAA: si concurren circunstancias excepcionales: catástrofes naturales, recesión económica grave o situaciones de emergencia extraordinaria que escapen al control de las Administraciones Públicas y perjudiquen considerablemente su situación financiera o su sostenibilidad económica o social. En estos casos deberá aprobarse un plan de reequilibrio que permita la corrección del déficit estructural.

Adicionalmente esta LO define una regla de gasto consistente en que el gasto computable no puede superar la tasa de referencia del crecimiento del PIB a medio plazo (según la metodología de la UE y que se determine en el Informe de situación que elaborará el Ministerio de Economía y Competitividad) o al que se derive del cumplimiento de los planes si fuera más exigente.

### 3.3 El impacto del efecto discrecional del presupuesto

Las medidas discrecionales se pueden adoptar por el lado de los ingresos (alterando la estructura impositiva) y/o de los gastos (alterando la cuantía y/o composición del gasto público). Supongamos que, ante un shock negativo, los estabilizadores automáticos producen un aumento del gasto y una reducción de los impuestos, pero que dichos efectos compensadores de la actividad económica se consideran insuficientes por el Gobierno. Pondrá, pues, en marcha una política fiscal expansiva discrecional, siguiendo el siguiente proceso:

1º. Determinar cuánto se quiere aumentar la renta,  $\Delta Y$ .

2º. Definir el modelo de la economía. Supongamos una economía sencilla cerrada con impuestos de suma fija:

$$Y = C + I + G = C_0 + C(Y - T) + I_0 - vr + G \quad (2)$$

3º. Estimar los multiplicadores keynesianos:

$$\frac{\Delta Y}{\Delta G} = \frac{1}{1 - c} \quad \frac{\Delta Y}{\Delta T} = \frac{-c}{1 - c} \Rightarrow \Delta Y = \frac{1}{1 - c} \Delta G - \frac{-c}{1 - c} \Delta T \quad (3)$$

4º. Decidir el saldo presupuestario. Por ejemplo, si decidimos mantener un saldo presupuestario equilibrado,  $\Delta G = \Delta T$ , la variación de la renta será positiva e igual a la variación del gasto público (i.e. el aumento del gasto público se trasladará íntegramente al PIB).

Estas simplificaciones pueden dar lugar a equívocos dado que, por ejemplo, los impuestos no suelen ser de suma fija.

Igualmente, el destino del gasto importa: así el efecto expansivo del consumo público es mayor que el de las transferencias al sector privado dado que el consumo público afecta directamente a la demanda agregada mientras que una parte de las transferencias no se consumen. Además, en el caso de una economía abierta, el multiplicador del gasto público es aún menor.

Por último, no podemos olvidar que el impacto de la política fiscal discrecional así como la de cualquier otra política estabilizadora discrecional debe enfrentarse a retardos, por lo que su acción puede terminar siendo procíclica.

### **3.3.1 El problema del gasto comprometido**

Finalmente, un problema de la política fiscal es que gran parte del gasto es comprometido: en el Proyecto de Presupuestos Generales del Estado español consolidados para 2017, ~2/3 del gasto público presupuestado es gasto comprometido: pensiones (45%), intereses de deuda (9%), gastos de personal (6%), y prestaciones por desempleo (5%).

## **4 El gasto y la política económica**

### **4.1 El crecimiento del gasto público**

Los motivos del crecimiento a lo largo del tiempo del peso del gasto público en el conjunto de la economía son variados y de causas no unívocas por lo que la variedad de teorías sobre el comportamiento del gasto público es elevada. En general se pueden dividir en dos grandes áreas según si su naturaleza es por efectos de demanda o de oferta.

#### **4.1.1 Demanda**

Dentro de los crecimientos debidos a la demanda se destacan los siguientes

**Wagner** Para Wagner el motivo fundamental para que el gasto público crezca es el desarrollo de las sociedades industriales donde las transiciones sociales hacia economías más maduras provoca un alza en la demanda de bienes sociales.

**Peacock y Wiseman** Para estos autores, una vez el gasto público sube -por ejemplo tras shocks sociales importantes como guerras o crisis- no es socialmente aceptable que vuelva a su nivel previo.

**Redistribución de la renta** Las diferencias entre la renta media y la mediana junto con la extensión del derecho al voto provocan que haya una competencia entre partidos para elevar el gasto y contentar al votante mediano.

**Grupos de interés** La existencia de grupos de presión organizados (lobbies, sindicatos) provoca un aumento del gasto como fruto de su incidencia en el electorado.

**Ilusión fiscal** Dado que el aumento del gasto público no tiene un coste directamente percible por el contribuyente por la complejidad del sistema fiscal, existen incentivos para que los gobiernos aumenten el gasto al no tener una penalización directa por parte del electorado.

**Problemas de productividad** El bajo crecimiento de la productividad en el sector público y aumentos salariales similares a los registrados en el sector privado estimulan el crecimiento secular del coste relativo de provisión de los bienes públicos. Cuando la demanda de éstos es relativamente inelástica ante cambios en “precios”, el gasto público tiende a aumentar en términos nominales.

Este efecto es combinado entre oferta y demanda.

#### 4.1.2 Oferta

Entre el crecimiento debido a la oferta destacan:

**Ciclo político** La proximidad de las elecciones puede estimular políticas de gasto contracíclicas, especialmente si no existen poderes compensadores fuertes (bancos centrales, mayorías cualificadas) o en presencia de parlamentos fragmentados.

**El papel de la burocracia** Cuando los funcionarios actúan como agentes cuyo objetivo es la maximización del presupuesto que gestionan, hay una tendencia a elevar el gasto público.

**El signo del partido en el poder** Generalmente, los partidos de ideología socialdemócrata tienden a incrementar el gasto público más que los partidos liberales, que prefieren un mayor papel del mercado en la economía.

**Centralización del poder político** La descentralización fiscal puede tanto aumentar el gasto (cuando existen duplicidades o la financiación del gasto procede de niveles superiores, es decir, cuando hay escasa corresponsabilidad fiscal) como reducirlo (al existir un control más directo de los gastos locales por los votantes, es decir, cuando existe un alto grado de corresponsabilidad fiscal).

### 4.2 Las políticas económicas

El sentido del saldo estructural determina la posición de las políticas económicas del gobierno. Un déficit estructural implicará que el gobierno está aumentando el gasto público por encima del nivel de ingresos ordinarios, situando actuando de manera expansiva, tratando de incrementar la demanda agregada. En el corto plazo, este movimiento expansivo puede elevar el nivel de producción total, salvo que -como sucede en el largo plazo- el nivel de producción sea cercano al de pleno empleo y, en consecuencia, sólo conseguirá una subida del nivel de precios.

En particular, las políticas de gasto público del gobierno pueden tener una serie de objetivos específicos como son el empleo, el nivel de inflación, la salud de sus ciudadanos, la inversión en capital humano a través de la educación, etc.

El enfoque anterior de medidas discrecionales para la acción pública (keynesiana) tuvo una respuesta en los años 80 por parte, entre otros, de los monetaristas que sintetizan que la formulación de políticas no es un ajuste simple de variables sino que existen ciertas características que limitan la eficacia de las medidas discrecionales tales

como los distintos objetivos privados de los hacedores de políticas públicas, el desconocimiento de la mayoría de reacciones de los agentes (y el retardo subyacente tras la aplicación de la política), la alta variedad de objetivos y los limitados instrumentos que maneja el Estado y la intención de los agentes de anticiparse a las políticas del gobierno.

#### **4.2.1 Reglas vs discreción**

Expuesto lo anterior, a la hora de la formulación de políticas económicas se considera más importante la formulación de reglas permanentes que aumenten la certidumbre de los agentes en lugar de actuaciones discrecionales. Por ejemplo, la decisión de limitar el déficit estructural responde a una idea de regla, pues los agentes saben que aunque haya presiones, el gobierno no va a mantener una política expansiva alta por lo que pueden actuar en un ámbito de mayor certidumbre, no sobrereaccionando a la actividad del gobierno.

Estas reglas pueden reaccionar ante nueva información (activistas) o mantener una constante (no activistas).

Precisamente, una característica central de la regla es la de ser creíble y sostenible en el tiempo.

En general, una política de reglas exige:

1. Sencillez
2. Precisión
3. De obligado cumplimiento
4. Transparente
5. Robusta. Consistente con otras reglas.
6. No-perturbadora

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 37. El déficit público en España. Financiación del déficit público.

La financiación del déficit mediante deuda pública: concepto e instrumentos de deuda pública. La sostenibilidad de la deuda pública.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social



# 1 Introducción

Las finanzas públicas en su función de estabilización de la economía, a menudo, puede incurrir en posiciones deudoras respecto al resto de agentes que le prestan recursos. El déficit público se considera, por tanto, una herramienta del Estado en su intervención sobre la economía. Dentro de las funciones básicas del Estado (redistribución, asignación y estabilización), el gasto público a través de su política fiscal, juega un papel crucial en la alteración del ciclo económico. No obstante, un recurso excesivo y no planificado del déficit puede comprometer las finanzas de los años siguientes.

## 2 El déficit público

### 2.1 Concepto y tipología

El déficit público es un concepto relativo ya que su definición dependerá de qué variables incorporemos al análisis. De este modo, una aproximación general en la que se define el déficit como aquella situación en la que el monto de ciertos gastos es mayor que ciertos ingresos queda un poco escueta. Así, se pueden diferenciar 4 escalas distintas:

1. Según las instituciones públicas que se contemplen

Es posible distinguir, de entre los agentes, diversos niveles de los que integran el Sector Público, sus instituciones y empresas. Sin embargo, es común referirse a las Administraciones Públicas, dejando de lado el sector público empresarial por motivos de dificultad para la delimitación de este.

2. Según las operaciones

De acuerdo con este criterio se encuentran cuatro tipos de saldo presupuestario (déficit o superávit):

- (a) Capacidad o necesidad de financiación (déficit o superávit no financiero). Que se representa por el saldo de la cuenta de capital, obtenido como diferencia entre los ingresos y los gastos no financieros. Es la medida más usual en comparaciones internacionales.
- (b) Saldo primario. Se calcula como la suma del saldo de la cuenta de capital y la carga neta de intereses de la deuda pública.
- (c) Capacidad o necesidad de endeudamiento. Este concepto es más amplio que el saldo no financiero y recoge el importe por el que el Sector Público ha de endeudarse para atender todas sus operaciones (corrientes, de capital y financieras).
- (d) Capacidad o necesidad de financiación sin gastos de inversión. Este concepto es usado para contrastar la llamada «regla de oro de las finanzas públicas» donde los gastos de inversión podrían estar justificados por su futuro rendimiento, por lo que se excluyen del análisis.

3. Según cuándo se evalúe el déficit, podemos hablar de saldos reales (descontada la inflación) o si se debe a

un análisis del flujo de caja o se aplica el principio de devengo (saldo de gestión).

4. Según su carácter cíclico o estructural.

De acuerdo con esta clasificación, el déficit puede corresponderse a la actuación ordinaria del gobierno o, por el contrario, verse influido por el ciclo económico. De este modo, el déficit público presenta dos componentes, por un lado el déficit estructural, que es aquel que se debe a la acción discrecional del gobierno y el déficit cíclico o coyuntural, debido a la actuación de los estabilizadores automáticos.

El déficit público (no financiero) del conjunto de administraciones públicas españolas para 2018 fue del 2,6% del PIB.

### **3 La financiación del déficit público**

La financiación del déficit público puede ser sostenida a través de tres herramientas fundamentales, la monetización del mismo, el recurso a la deuda pública y el recurso a los ingresos tributarios. En España, como en muchos países de economías avanzadas, la institución monetaria es independiente por lo que la monetización de la deuda no es una herramienta a disposición del Estado.

#### **3.1 La monetización de la deuda. Señoreaje**

El primer recurso que históricamente se utilizó para la financiación de los gastos públicos es la emisión de nueva moneda. A través de una acuñación expansiva de moneda, los gobiernos pueden incrementar su déficit público por el valor de dicha expansión sin coste nominal.

Sin embargo, la emisión de moneda como sostén de la política gubernamental provoca inevitablemente un aumento de la masa monetaria y, por tanto, un aumento de la inflación.

Este recurso puede ser visto como un impuesto de la inflación. Y, de hecho, es una de las principales causas de la hiperinflación al ser un recurso aparentemente gratuito para el gobierno en bajas cantidades pues no genera en los ciudadanos ni en las propias arcas una merma perceptible directamente (aunque exista).

#### **3.2 La deuda pública**

La deuda pública es otra fuente de financiación de las que posee el Estado. En este caso, la deuda es una fuente de financiación externa a través de la cuál el gobierno adquiere un compromiso de pago frente a terceros en un momento futuro del tiempo. No obstante, este recurso no es ilimitado. Si bien un Estado puede emitir cuanta deuda quiera, unos niveles elevados de deuda, con perspectivas de seguir las condiciones estructurales que obligan al recurso a deuda inalteradas, serán cada vez más caros de ser financiados, provocando que los intereses de la deuda sean cada vez una proporción mayor del gasto público, haciendo que no sólo engrose el nivel de deuda sino también el de déficit (y, en consecuencia, redunde en el nivel de deuda), el efecto bola de nieve si el tipo de interés crece más que el PIB.

Una acumulación elevada de deuda pública, sin perspectivas de posible reducción, puede conllevar a mayor deuda pública provocando, en casos extremos, un esquema de tipo Ponzi o a una crisis de deuda.

### 3.3 El recurso a los impuestos

La otra opción que tienen los gobiernos dada la imposibilidad de la impresión de moneda es el recurso a la imposición para conseguir aumentar el caudal de ingresos públicos. Este recurso también plantea límites en tanto en cuanto no es posible someter una presión fiscal muy elevada sin que se resienta la producción. Así pues, este método plantea un límite importante ya que puede generar una contracción que obligue a incrementar el gasto público, haciéndose insostenible.

Si se observan los impuestos como el segundo paso tras la deuda -es decir, una subida impositiva para pagar la deuda del pasado- se puede decir que la deuda es realmente un impuesto sobre las generaciones futuras.

## 4 La sostenibilidad de la deuda pública

La sostenibilidad de la deuda pública significa que los servicios de la deuda pública acumulada deben poder ser atendidos en cualquier momento. Ello exige, por lo tanto, que los Gobiernos sean solventes y que dispongan de liquidez

La «solvencia» es un concepto de medio a largo plazo y requiere que se cumpla la restricción presupuestaria del valor actual neto, que estipula que el valor actual neto de los futuros saldos presupuestarios primarios debe ser, como mínimo, igual al valor actual neto de la deuda pública viva («concepto de flujo»).

La «liquidez» es un concepto de corto plazo y se refiere a la capacidad del Gobierno para mantener el acceso a los mercados financieros, garantizando su capacidad de atender el pago de todas las obligaciones a las que tenga que hacer frente en el corto plazo.

Un país que encuentre cada vez más dificultades para acceder a los mercados financieros en el corto plazo, podría tener problemas de sostenibilidad de la deuda en el medio plazo, ya que, al aumentar los rendimientos de la deuda, se incrementará gradualmente la carga.

### 4.1 Análisis convencional de la sostenibilidad de la deuda pública

Partiendo de la restricción presupuestaria del gobierno, la dinámica de acumulación de la deuda es

$$\Delta b_t = \frac{i_t - g_t}{1 + g_t} b_{t-1} - p b_t + d d a_t$$

donde la variación de la ratio deuda/PIB es igual al diferencial «interés-crecimiento» que mide el impacto del tipo de interés (real) que incrementa la ratio de deuda, así como el impacto de la tasa de crecimiento del PIB (real) que reduce dicha ratio; el saldo primario  $p b_t$  y una variable auxiliar que recoge el ajuste entre deuda y déficit que se refiere a la parte de la variación de la ratio de deuda con respecto al PIB que no se refleja en el déficit.

En general, el análisis convencional de la sostenibilidad de la deuda se basa en un concepto de deuda bruta de las Administraciones Públicas y no en un concepto de deuda neta, que resta de aquella los activos financieros del Gobierno.

De la ecuación de la sostenibilidad de la deuda se infieren las distintas trayectorias que deben tomar tanto el crecimiento económico como el saldo presupuestario (suponiendo que la variable de ajuste es igual a 0) para reducir la deuda pública o sostenerla en el tiempo. La trayectoria será convergente a un equilibrio en el volumen de deuda cuando la tasa de crecimiento económico sea superior al tipo de interés.

Un escenario de alto volumen de deuda, bajas tasas de crecimiento y altas de interés es un escenario claramente perjudicial para la reducción de la deuda, provocando el llamado efecto bola de nieve que antes se mencionaba.

Una de las principales limitaciones de este enfoque es que presenta las variables como no interrelacionadas, lo cual no es del todo realista ya que mayores niveles de deuda suelen venir acompañados de mayores niveles de tipos de interés. Incluso es posible que el volumen de deuda pública afecte a la predisposición del gobierno al gasto. En este sentido, su simplicidad -principal ventaja comunicativa de la ecuación- es precisamente su debilidad.

## **4.2 El saldo estructural**

Como se ha señalado, uno de los principales motivos del incremento de la deuda es la posición del saldo primario del gobierno. Este saldo puede ser descompuesto en dos tomando en cuenta el grado de discrecionalidad de la política del gobierno. Si el gasto aumenta como consecuencia del estado del ciclo económico (saldo cíclico) es previsible que, una vez el ciclo cambie, el gasto se contraerá y aumentarán los ingresos gracias a los estabilizadores automáticos; por lo que, en promedio, el saldo cíclico afecta al saldo primario, pero en un grado bajo, en teoría, cercano a cero.

Sin embargo, el saldo estructural, es decir, aquel que mide el grado de discrecionalidad del gobierno, sí que tiene una afectación que no necesariamente se compensará según el momento del ciclo económico. De este modo se ha señalado al saldo estructural como el principal factor que incrementa o disminuye el nivel de deuda pública.

## **4.3 La sostenibilidad de la deuda en España**

A raíz de la crisis de deuda en Europa, España acometió en cumplimiento con las directivas europeas una serie de medidas para promover la sostenibilidad de la deuda pública. Éstas se enuncian en la reforma del artículo 135 de la Constitución y se desarrollan en la Ley Orgánica de Estabilidad Presupuestaria y Sostenibilidad Financiera 2/2012.

Entre las medidas planteadas para el conjunto de las Administraciones Públicas en España, la LOEPSF señala que:

- El saldo estructural debe ser no negativo. Salvo en el caso de medidas excepcionales y temporales.
- La deuda pública debe estar limitada al 60% del PIB.

- Regla de gasto. El gasto computable no puede superar la tasa de referencia del crecimiento del PIB a medio plazo.

Estas tres medidas responden a las características deseables de un marco de sostenibilidad de deuda pública (reducción del saldo deficitario, reducción del montante de deuda, ajuste al crecimiento del PIB).

En este sentido, lo que se pretende, además, es la fijación de reglas que permitan reducir la discrecionalidad gubernamental y favorecer la certidumbre de los agentes.

## **5 Aspectos monetarios de la financiación del déficit público**

Como ya se ha mencionado, los distintos tipos de financiación del déficit público afectan a las variables monetarias a través de la expansión de la oferta monetaria, del alza de tipos y de la inflación. A pesar de que existe cierto grado de debate en la intensidad de la relación entre déficit e inflación, que esta relación existe es algo comúnmente aceptado.

### **5.1 El efecto crowding-out**

Dentro del marco keynesiano, el modelo IS-LM, un aumento de la política fiscal que requiera de la financiación del déficit a través de deuda pública puede provocar, además de -en el corto plazo- una elevación de la renta disponible y de la inflación, un comportamiento particular de los agentes. Este comportamiento particular se denomina crowding-out el cual consiste en la expulsión de las inversiones privadas en detrimento de las públicas, vía variación de los tipos de interés para colocar la deuda.

Al recurrir el Estado a políticas de gasto, los inversores tienen fuertes incentivos -por los tipos de interés, garantías, etc.- a preferir adquirir títulos de deuda del Estado provocando una disminución de la inversión privada. Este es el efecto crowding-out o expulsión.

### **5.2 La reconversión deuda-impuestos**

En la disyuntiva deuda-impuestos, algunos autores han señalado que un déficit presente financiado con deuda pública se convertirá en el largo plazo en una deuda que deberá ser cubierta con impuestos. En este sentido, se plantea que si las generaciones futuras tendrán que soportar un alza impositiva, las generaciones presentes ahorrarán más para ayudar a su prole a afrontar la subida impositiva. De este modo, un aumento del déficit público puede llevar a un aumento de los activos financieros haciendo que el los tipos de interés varíen.

Estos efectos sólo se dan en el corto plazo, ya que en largo plazo lo que plantea este enfoque es que es indiferente recurrir a financiación por deuda o por impuestos.

### **5.3 El riesgo de una política discrecional**

Desde el artículo de Sargent y Wallace y otros posteriores, el objetivo de mantener una política monetaria transparente y libre de distorsiones es una prioridad para la mayoría de autoridades monetarias. Sin embargo, a pesar de que pueda existir independencia entre los gobiernos y las autoridades monetarias, un recurso permanente y elevado de deuda puede hacer que los agentes duden de que la autoridad monetaria va a mantenerse realmente independiente ya que el default gubernamental puede ser un riesgo cierto.

En este sentido, la incorporación de expectativas de los agentes que puedan anticipar una reducción de tipos o algún método de monetización de la deuda encubierto puede elevar bien las presiones sobre la deuda -inutilizando la política monetaria- o bien provocando alzas inflacionarias.

De este modo, un nivel suficientemente elevado de deuda pública a unos tipos de difícil sostenimiento en el medio plazo puede provocar en los agentes reacciones similares al recurso de los gobiernos al señoreaje, y, por tanto, un proceso inflacionario.

Un efecto derivado del posible default, especialmente lesivo cuando la deuda está denominada en moneda extranjera, es la interrupción del flujo de capital, una devaluación del tipo de cambio y un aumento de la razón entre la deuda y el PIB lo que desencadena un aumento en las expectativas inflacionarias.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 38. Seguridad Social en España. Niveles de protección.

#### Organización de la protección social. Financiación.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# **1 Introducción**

La Seguridad Social en España supone el principal sistema de protección social de los ciudadanos. Los orígenes de los sistemas de Seguridad Social modernos se remontan al seguro social bismarckiano, de orientación contributiva. Desde los años 60 se comienza a construir el Sistema de Seguridad Social en España -de orientación mixta, con niveles de protección contributivos y también universales (a lo Beveridge)-.

Su regulación básica contemporánea se encuentra en los artículos 41 y 129 de la Constitución Española y en el Real Decreto Legislativo 8/2015 del texto refundido de la Ley General de la Seguridad Social.

La concepción de la Seguridad Social puede ser estricta, refiriendonos exclusivamente a los conceptos protegidos por la Seguridad Social en sus distintos niveles (fundamentalmente, sustitución de rentas) o desde una perspectiva amplia, incluyendo aquí la protección social contra la pobreza o la sanidad.

## **2 La Seguridad Social en España**

Como se ha dicho, la Seguridad Social en España viene reflejada en la Constitución en sus artículos 41 y 129, no obstante, podemos hablar de 3 fases destacadas en el marco del desarrollo del sistema de Seguridad Social.

### **2.1 Etapa anterior a 1975**

La configuración del Sistema de Seguridad Social en España ha sido un proceso lento, de construcción modular y ligado a los problemas acuciantes de la población más vulnerable. Así, podemos intuir un inicio de la protección social en las leyes que pusieron en marcha el retiro obrero, el paro forzoso y el Seguro Obligatorio de Vejez e Invalidez.

No es hasta la ley de bases de 1963 cuando la Seguridad Social empieza a comportarse como un sistema articulado. Dicho sistema cobra mayor importancia a través de la Ley General de la Seguridad Social de 1966 que, sin embargo, carece de una financiación adecuada por lo que, en la práctica, no consigue cumplir los objetivos que se propone. Para paliar esta situación, muy precariamente, viene la Ley de Financiación y Perfeccionamiento de la Seguridad Social de 1973, con resultados dispares.

### **2.2 1975-1995**

En 1978, de acuerdo con los Pactos de la Moncloa, se aprueba el Real Decreto Ley 36/1978 sobre gestión institucional de la Seguridad Social, la salud y el empleo que simplificaba y racionalizaba las funciones de las Entidades Gestoras. Igualmente se excluían algunas funciones que no correspondían a la Seguridad Social (en materia de empleo, educación y servicios sociales) y se reforzaba el concepto de caja única.

Así, paulatinamente, el catálogo de prestaciones de la Seguridad Social y su financiación van modificandose legalmente, particularmente vía leyes de acompañamiento presupuestarias, hasta que en 1994 se aprueba el nuevo TRLGSS.



Esta es la época de la definición y desarrollo del Sistema de la Seguridad Social en España.

## **2.3 1995-actualidad**

El gran hito para la Seguridad Social en España son los Pactos de Toledo de 1995.

Se denomina Pacto de Toledo a la aprobación por el pleno del Congreso de los Diputados de España, durante la sesión del 6 de abril de 1995, del documento previamente aprobado por la Comisión de Presupuestos el 30 de marzo de 1995, referente al «análisis de los problemas estructurales del sistema de seguridad social y de las principales reformas que deberán acometerse». La Comisión del Pacto de Toledo, oficialmente Comisión de Seguimiento y Evaluación de los Acuerdos del Pacto de Toledo, es una comisión parlamentaria con carácter permanente y no legislativa que tiene como objetivo el control del cumplimiento de los objetivos del Pacto de Toledo y la propuesta de recomendaciones para el mantenimiento y mejora del sistema de pensiones. Fue creada en 1999 y constituida como permanente en 2012. Las recomendaciones iniciales del Pacto de Toledo fueron un total de 15 entre las que se incluían, entre otras, la separación de la financiación y fuentes de las vertientes contributivas (a cargo de las cotizaciones) y las no contributivas (a cargo del Estado), la constitución de un fondo de reserva, tender a una equiparación contribución-protección entre regímenes, la fijación de la edad de jubilación a los 65 años, el mantenimiento del nivel adquisitivo de las pensiones, reforzamiento del principio de solidaridad, la apertura a un sistema complementario de prestaciones y la creación de un mecanismo de seguimiento de base quinquenal.

Las grandes reformas del Sistema de Seguridad Social en estos últimos años ha sido la equiparación de las prestaciones de maternidad y paternidad, las sucesivas reformas en las pensiones contributivas (con modelos de sostenibilidad paramétricos y su posterior sustitución) y el Ingreso Mínimo Vital.

En 2020 las recomendaciones del Pacto han sido revisadas y aprobadas 22 nuevas recomendaciones que, entre otras, recogen una intensificación de la separación de fuentes de financiación, la simplificación de los regímenes de la Seguridad Social y el impulso de la complementariedad de las pensiones privadas.

## **3 Niveles de protección**

En base al artículo 41 de la Constitución española, se establece que los poderes públicos mantendrán un régimen público de Seguridad Social para todos los ciudadanos, que garantice la asistencia y prestaciones sociales suficientes ante situaciones de necesidad, especialmente en caso de desempleo. La asistencia y prestaciones complementarias serán libres.

A esta protección acceden todos los ciudadanos, en idénticas condiciones, con independencia de que hayan contribuido o no al Sistema de la Seguridad Social, y se completa, por una parte, con el sistema de prestaciones económicas en el que, se integra la modalidad contributiva, en la que se ofrecen rentas de sustitución de los salarios percibidos en activo (proporcionalidad entre salario-cotización y prestación) y, por otra, con la modalidad no contributiva, dirigida a proporcionar rentas de compensación de las necesidades básicas en favor de aquellos ciudadanos

que, encontrándose en situación de necesidad, no acceden a la esfera contributiva. A estos dos niveles de carácter público y obligatorio hay que añadir un tercer nivel complementario de carácter libre, constituido principalmente por las Entidades de Previsión Social y los Fondos de Pensiones.

### **3.1 Nivel básico de protección**

El nivel básico o no contributivo comenzó a configurarse a partir de la década de los ochenta, en la que el Estado inicia una lenta reforma progresiva del Sistema de la Seguridad Social.

#### **3.1.1 Ámbito subjetivo**

Están incluidas en el campo de aplicación del sistema no contributivo todas aquellas personas que, por cualquier causa, no hubieran cotizado nunca o lo suficiente para poder causar derecho a sus prestaciones, y que no dispusieran de recursos suficientes para mantener un mínimo nivel de vida.

#### **3.1.2 Prestaciones**

**Sanitarias y farmacéuticas** La sanidad tiene un carácter universalista. Así, si bien la prestación sanitaria una vez aprobada la Ley General de Sanidad no se liga de modo alguno a las contribuciones sociales sino al cargo vía impuestos, su forma de acceso es distinta si se accede como cotizante o como persona sin recursos. Los extranjeros, empadronados o no, tienen acceso a la sanidad en el caso de urgencia los no empadronados y con carácter general los empadronados. Igualmente la Seguridad Social cubre un porcentaje de cierto tipo de fármacos y prestaciones sanitarias divididos en la cartera común básica (actividades asistenciales de prevención, diagnóstico, tratamiento y rehabilitación que se realicen en centros sanitarios o sociosanitarios, así como el transporte sanitario urgente, cubiertos de forma completa por financiación pública), Cartera común complementaria (prestaciones cuya provisión se realiza mediante dispensación ambulatoria y están sujetas a aportación del usuario –Farmacéutica, Ortoprotésica, Dietética, Transporte sanitario no urgente–) y la cartera común de servicios accesorios (actividades, servicios o técnicas, sin carácter de prestación, que no se consideran esenciales y/o de apoyo para la mejora de una patología de carácter crónico, estando sujetas a aportación y/o reembolso por parte del usuario).

**Pensiones** Mediante Ley, se extiende el derecho a las pensiones de jubilación e invalidez del Sistema de la Seguridad Social, a todos los ciudadanos, aún cuando no hayan cotizado nunca o el tiempo suficiente para alcanzar prestaciones de nivel contributivo. Pueden asimilarse también a pensiones no contributivas, las pensiones asistenciales por ancianidad en favor de emigrantes españoles, si bien teniendo en cuenta que no forman parte del entramado institucional de la Seguridad Social.

**Subsidio especial por maternidad** Es similar a la prestación del nivel contributivo pero sin ser necesario un mínimo de tiempo de contribución.

**Protección familiar** Entre ellas se recogen la asignación económica por hijo o menor acogido; prestación por nacimiento o adopción; prestación por parto o adopción múltiples.

## **Ingreso Mínimo Vital**

### **3.1.3 De desempleo**

El nivel asistencial está destinado a desempleados que por diferentes motivos no han podido volver a trabajar o acceder a la prestación contributiva de desempleo; se financia a través de las aportaciones del Estado, y consta de una prestación económica y del abono a la Seguridad Social de la cotización correspondiente a algunas contingencias.

A ella se pueden acoger, bajo ciertos requisitos, quienes no puedan acceder a las prestaciones contributivas por haberlas agotado.

A este conjunto de prestaciones se les añaden otras de tipo social como la orientación familiar o residencias y hogares comunitarios.

## **3.2 Nivel profesional o contributivo**

Al nivel contributivo podrán acceder todas las personas que hayan cotizado, según los requisitos, a los distintos Régimenes de la Seguridad Social. Las sanitarias, salvo algunas diferencias, son similares al espectro no contributivo.

### **3.2.1 Incapacidad**

Dentro del programa de sustitución de rentas por incapacidad se distinguen dos niveles: la temporal y la permanente.

**Temporal** Es la situación en la que se encuentra el trabajador cuando está imposibilitado temporalmente para trabajar y precisa asistencia sanitaria de la Seguridad Social.

**Permanente** En la modalidad contributiva, es incapacidad permanente la situación del trabajador que, después de haber estado sometido al tratamiento prescrito y de haber sido dado de alta médicamente, presenta reducciones anatómicas o funcionales graves, susceptibles de determinación objetiva y previsiblemente definitivas, que disminuyan o anulen su capacidad laboral.

Esta incapacidad puede ser parcial (si puede realizar su profesión habitual, aunque con reducción del rendimiento); total (si no puede realizar su profesión habitual); o absoluta (si no puede realizar ningún trabajo). Existe también el grado de Gran Invalidez cuando se precisa asistencia permanente.

### **3.2.2 Jubilación**

La pensión de jubilación es la prestación económica que se reconoce, una vez alcanzada la edad establecida (67 años y con un mínimo de 15 cotizados), a quienes cesen o hubiesen cesado, total o parcialmente, en la actividad por la que estaban incluidos en el Sistema de la Seguridad Social y acrediten el período de cotización fijado. Dentro de los sistemas de jubilación contributiva se distinguen: Jubilación Ordinaria; Parcial; Anticipada; Flexible. Constituyen el grueso del gasto público en protección social. En ellas se incluye, en todo caso, el complemento a mínimos.

### **3.2.3 Muerte y supervivencia**

En este tipo de prestaciones se distingue entre sujeto causante (y cotizante) y los beneficiarios.

De entre el conjunto de prestaciones de este tipo se encuentran: Auxilio de defunción; Viudedad; de Orfandad; En favor de familiares.

### **3.2.4 Desempleo**

Protege la contingencia de desempleo en que se encuentran quienes, pudiendo y queriendo trabajar, pierdan el empleo de forma temporal o definitiva, o vean reducida, al menos en una tercera parte, su jornada laboral, con la correspondiente pérdida o reducción de salarios por alguna de las causas establecidas como situaciones legales de desempleo. La protección de esta situación en el nivel contributivo se denomina prestación por desempleo.

El acceso a la prestación está determinado por un mínimo de días cotizados que dan derecho a la prestación hasta un máximo, momento a partir del cual se pierde el derecho a la cotización.

Otras prestaciones son las concedidas a víctimas de terrorismo (en invalidez o muerte y supervivencia); las de maternidad y paternidad, embarazo y lactancia; cuidado de menores enfermos.

## **4 Organización de la protección social**

### **4.1 Los entes de la Seguridad Social**

La Seguridad Social desarrolla sus funciones de protección social a través de los siguientes entes:

#### **4.1.1 Entidades Gestoras**

**El Instituto Nacional de la Seguridad Social (INSS)** Es el organismo responsable de la concesión y del cálculo de todas las prestaciones en metálico previstas en todos los regímenes (a excepción de las del Régimen Especial de los Trabajadores del Mar, las pensiones no contributivas de vejez e invalidez y las prestaciones por desempleo) y las prestaciones familiares en todos los regímenes (incluido el Régimen Especial de los Trabajadores del Mar).

**El Instituto Social de la Marina (ISM)** Desarrolla las siguientes funciones: La gestión, administración y reconocimiento del derecho a las prestaciones del Régimen Especial de la Seguridad Social de los Trabajadores del Mar. En colaboración con la Tesorería General, la inscripción de empresas, afiliación, altas y bajas de trabajadores, recaudación y control de cotizaciones. La asistencia sanitaria de los trabajadores del mar y sus beneficiarios dentro del territorio nacional. La asistencia sanitaria de los trabajadores del mar a bordo y en el extranjero, utilizando sus propios medios o acordando la evacuación y repatriación de trabajadores enfermos o accidentados.

**Instituto Nacional de Gestión Sanitaria (INGESA)** La prestación de asistencia sanitaria se gestiona mediante los Servicios Sanitarios dependientes de las Comunidades Autónomas. No obstante, el INGESA administra y proporciona asistencia sanitaria en las ciudades de Ceuta y Melilla. No depende del Ministerio de Inclusión.

**El Instituto de Mayores y Servicios Sociales (IMSERSO)** Junto con las correspondientes Comunidades Autónomas, gestiona las pensiones de la modalidad no contributiva, las prestaciones destinadas a personas mayores y discapacitadas y los servicios sociales. También gestiona los programas de atención a personas en situación de dependencia. No depende del Ministerio de Inclusión.

#### **4.1.2 Servicios Comunes**

**La Tesorería General de la Seguridad Social (TGSS)** Es responsable de la inscripción de las empresas, de la afiliación de los trabajadores por cuenta ajena y por cuenta propia, y de la verificación de su situación de «alta» como contribuyentes activos, del cobro de las cotizaciones, así como del pago de todas las prestaciones. También gestiona el Fondo de Reserva de la Seguridad Social.

**Gerencia de Informática** La Gerencia de Informática de la Seguridad Social es un servicio común para la gestión y administración de las tecnologías de la información y las comunicaciones en el sistema de Seguridad Social, con personalidad jurídica propia y plena capacidad de obrar para el cumplimiento de sus fines, dependiente del Ministerio de Inclusión, Seguridad Social y Migraciones y adscrita a la Secretaría de Estado de Seguridad Social y Pensiones, con rango de Subdirección General.

**Servicio Jurídico de la Administración de la Seguridad Social** Es un Servicio Común de la Seguridad Social y nivel orgánico de subdirección general, le corresponde el ejercicio de las funciones y competencias relativas al asesoramiento jurídico, así como a la representación y defensa en juicio, de las Entidades Gestoras y Servicios Comunes de la Seguridad Social, en los términos previstos en el Reglamento del Servicio Jurídico de la Administración de la Seguridad Social, aprobado por el Real Decreto 947/2001, de 3 de agosto.

#### **4.1.3 Organismos autónomos no dependientes del Ministerio de Inclusión**

**El Servicio Público de Empleo Estatal (SPEE)** Es responsable de la gestión y el control de las prestaciones de desempleo y, junto con las Comunidades Autónomas, de elaborar políticas de empleo para buscar trabajo a las

personas a través de las Oficinas de Empleo.

#### **4.2 Las mutuas y las entidades colaboradoras**

Otro pilar del sistema de Seguridad Social son las Mutuas Colaboradoras con la Seguridad Social y las empresas colaboradoras, las cuales se pueden arrojar el cumplimiento de ciertas prestaciones del sistema. En el caso de las Mutuas de Accidentes de Trabajo y Enfermedades Profesionales son asociaciones empresariales sin ánimo de lucro que colaboran en la gestión de la SS, en concreto en la gestión de las prestaciones de incapacidad temporal por contingencias comunes y profesionales, las prestaciones de riesgo durante el embarazo y riesgo durante la lactancia natural, el cese de actividad de los trabajadores autónomos y la prestación de cuidado de menores afectados por cáncer u otra enfermedad grave. Se financian a través de:

- a. Las cuotas a cargo de las empresas, que recauda para ellas la TGSS. Por contingencias profesionales
- b. Un porcentaje de la “cuota por contingencias comunes” que pagan los trabajadores, que reciben como contraprestación por la gestión realizada.

### **5 Financiación**

La Seguridad Social española se vale de un sistema mixto de financiación ya que se nutre de muy distintos medios para reunir los recursos necesarios que permitan atender sus obligaciones.

Los recursos para la financiación de la Seguridad Social española estarán constituidos por:

- Las aportaciones progresivas del Estado, que se consignarán con carácter permanente en sus Presupuestos Generales, y las que se acuerden para atenciones especiales o resulten precisas por exigencia de la coyuntura.
- Las cuotas de las personas obligadas.
- Las cantidades recaudadas en concepto de recargos, sanciones u otras de naturaleza análoga.
- Los frutos, rentas o intereses y cualquier otro producto de sus recursos patrimoniales.
- Cualesquiera otros ingresos, sin perjuicio de lo previsto en la disposición adicional vigésima segunda de esta Ley

El recurso económico más importante son las cotizaciones o cuotas a la Seguridad Social, que consisten en una aportación económica de los empresarios y de los trabajadores, aportación que se define sobre un porcentaje de las retribuciones de los trabajadores.

Tras las cotizaciones de empresarios y trabajadores, siguen en importancia las aportaciones del Estado para el sostenimiento de la Seguridad Social.

Estas aportaciones tienen carácter finalista, de manera que no se dedican al pago del conjunto de las obligaciones de la Seguridad Social, sino sólo a la financiación de alguna de ellas; la asistencia sanitaria, los complementos para mínimos de las pensiones y el presupuesto del Instituto de Mayores y Servicios Sociales, fundamentalmente.

El volumen de recursos que canaliza la Seguridad Social, la convierten por si misma en un importante factor económico con influencia en la competitividad, productividad, consumo e inflación.

En relación con los recargos, sanciones u otras de naturaleza análoga, se refiere esta fuente de ingresos a aquellos que se producen en concepto de los recargos previstos de intereses de demora, por retraso desde el cumplimiento del plazo reglamentario del ingreso de la deuda y se hacen exigibles transcurridos 15 días desde la notificación de la providencia de apremio, si no se efectúa el ingreso de lo adeudado), así como las que se obtengan por aplicación de sanciones.

Respecto a los frutos, rentas o intereses y cualquier otro producto de sus recursos patrimoniales constituyen los conceptos indicados una fuente de financiación que puede ser calificada de marginal.

El análisis de las normas determinantes de la financiación del presupuesto de gastos del sistema de la Seguridad Social, permiten efectuar las siguientes consideraciones:

El "nivel contributivo" de protección, integrado por las prestaciones económicas de los diferentes Regímenes que integran el sistema de la Seguridad Social y las derivadas de las contingencias de accidentes de trabajo y enfermedades profesionales, así como "los gastos derivados de su gestión y los de funcionamiento de los servicios correspondientes a las funciones de afiliación, recaudación y gestión económico-financiera y patrimonial", serán financiadas "básicamente" con las cuotas, el importe de los recargos y sanciones, los frutos, rentas e intereses de sus recursos patrimoniales y el producto de otros ingresos, completándose, si fuera necesario, con las aportaciones del Estado que puedan establecerse de forma específica.

En resumen, la tendencia actual del sistema de Seguridad Social es que los recursos indicados -sin la aportación del Estado- permitan la financiación del nivel contributivo y de los gastos de gestión y administración del mismo.

La financiación del "nivel no contributivo o asistencial" estará a cargo del Estado, fijando su financiación las respectivas Leyes de Presupuestos para cada año, mediante aportaciones finalistas y, por lo que se refiere a los complementos a mínimos de pensiones, también están a cargo del Estado una vez concluya el período transitorio indicado y, entre tanto, contribuirá con aportaciones finalistas fijadas cada año en las Leyes de Presupuestos, cubriendo el Presupuesto de la Seguridad Social la diferencia.

La asistencia sanitaria y los servicios sociales cuya gestión se halle transferida a las Comunidades Autónomas, la financiación se efectuará de conformidad con el sistema de financiación autonómica vigente en cada momento.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 39. La Unión Económica y Monetaria (I). Antecedentes. La evolución y funcionamiento del SME. La convergencia nominal al euro.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social



# 1 Introducción

La construcción de la Unión Europea ha sido un largo proceso, aún en marcha, en el que es imposible separar los acontecimientos históricos, políticos y sociales de los avances en materia económica dentro de la Unión. Así mismo, los distintos esquemas de pensamiento económico hegemónicos han ido dando forma a los distintos procesos por los que transitó lo que hoy llamamos como Unión Europea. Desde el fin de la Segunda Guerra Mundial hasta el día de hoy han sido distintas las etapas y los métodos pero siempre con el objetivo de conseguir una unión estable, pacífica y duradera entre los distintos países de Europa.

## 2 Antecedentes

### 2.1 La declaración de Schuman y el Tratado de Roma

La Segunda Guerra Mundial dejó en Europa más de 30 millones de muertos entre soldados y civiles de todas las nacionalidades. Treinta años antes, la Primera Guerra Mundial acabó con la vida de más de 20 millones de europeos. Cuarenta años atrás, la guerra franco-prusiana, más atrás en el tiempo, las guerras napoleónicas. La historia de Europa es una historia de guerra.

Sin embargo, la experiencia de la Primera Guerra Mundial donde la humillación en la rendición de Alemania sirvió como carburante para la preparación de la Segunda Guerra Mundial, hizo que la configuración del nuevo orden europeo fuese distinta, más dialogada y más fraternal entre los pueblos.

Así, comenzaron a surgir foros de discusión y debate sobre qué camino debía seguir Europa tras la II GM, particularmente en un contexto de tutela estadounidense (políticamente por la presencia militar de EEUU en más de medio continente y económicamente por la influencia del Plan Marshall) y de presión del campo soviético, con presencia militar en la otra parte del continente e importantes destacamentos partisanos en el territorio occidental.

En estos foros se colocaron dos perspectivas que ya preexistían antes de la IIGM. Por un lado, la necesidad de una Europa federal, con amplias competencias a un gobierno europeo (federalistas) y, por otro, la idea de una suerte de concertación entre Estados en materias concretas pero sin grandes cesiones de soberanía (funcionalistas).

Así, en 1947 se constituye la Unión Aduanera del Benelux (Bélgica, Holanda y Luxemburgo) y comienza a mostrar síntomas de la posibilidad de un acuerdo multilateral de beneficio mutuo, al mismo tiempo, Francia e Italia sellaron una propuesta similar aunque fracasó. Apenas 3 años después, Robert Schuman -ministro francés- propone un plan para constituir una autoridad separada de Francia y Alemania que velase por el aprovechamiento conjunto de las cuencas mineras de carbón y acero -parte de la causa de la I y la II GM-. La declaración de Schuman constituye el primer proyecto de integración supranacional para Europa.

Esta primera idea funcionalista se concreta poco después en el acuerdo de la Comunidad Económica del Carbón y el Acero (entre el Benelux, Italia, Francia y Alemania), que tiene una Alta Autoridad, un Parlamento (en Estrasburgo),

un Consejo de Ministros donde están representados los intereses de los gobiernos nacionales y con derecho a veto.

A esta le sucede el proyecto (rechazado finalmente) de la Comunidad Europea de Defensa.

El rechazo francés a la CED provocó un shock en el tímido proceso de cooperación formado por la CECA. Sin embargo, como respuesta a esta crisis, se produce un salto cualitativo en 1957 cuando se aprueban los tratados de Roma que constituyen la ratificación de la CECA, la creación de una nueva Comunidad para el control de la energía nuclear (Euratom) y el principal acuerdo entre los miembros de la CECA para constituir progresivamente un mercado único con libre circulación de personas, mercancías y capitales (La Comunidad Económica Europea). Cada una de estas Comunidades tenía su propia Alta Autoridad y el Consejo de Ministros, si bien compartían el Parlamento y el Tribunal de Justicia. En 1965 se fusionan las instituciones separadas de las tres Comunidades.

## **2.2 La Comunidad Económica Europea y la crisis monetaria**

También conocida como Mercado Común, la Comunidad Económica Europea se movió permanentemente entre las tensiones federalistas y las funcionales. La creación de una unidad económica única a través del Mercado Común implicaba un aumento de la cesión de competencias cuestión que los gobiernos franceses siempre fueron bastante reacios.

No obstante, la depreciación acusada del franco en 1968 hace que el Mercado Común apueste de forma más decidida por avanzar hacia una integración no sólo económica sino también monetaria.

En 1969 se elabora el primer Plan Barre que propone la coordinación de planes económicos y las ayudas a miembros del Mercado Común y, poco después un segundo Plan que desarrolla estas medidas y que se acuerda en la Cumbre de La Haya de 1969 donde se idea una unión económica y monetaria por etapas. De este plan se deriva la creación de un grupo de alto nivel presidido por el entonces primer ministro de Luxemburgo Pierre Werner cuyos trabajos se plasman en el Informe Werner cuyo título era «Informe Preliminar sobre la Realización por Etapas de la Unión Económica y Monetaria en el seno de la Comunidad».

Hasta 1971 la política monetaria no era una preocupación central para la CEE. De hecho, las ideas keynesianas en vigencia contribuían a no poner el foco sobre ellas, especialmente gracias a la protección del tipo fijo que aseguraba la convertibilidad oro-dólar. No obstante, en 1971 con la quiebra del sistema de Bretton Woods y los inicios de los desequilibrios macroeconómicos previos a la crisis de 1973 suponen un nuevo reto para la CEE. Las tensiones proteccionistas crecieron ante la dificultad de mantener la estabilidad monetaria propia y se recurrió a políticas de empobrecimiento del vecino poniendo en riesgo la continuidad de la CEE y el bloqueo de facto de las ideas recogidas en el informe Werner.

## 3 El Sistema Monetario Europeo

### 3.1 La serpiente europea

El riesgo que supuso la crisis de Bretton Woods se intentó paliar con lo que se denominó la serpiente europea. A pesar de que el Mercado Común afectaba directamente a seis países, los efectos comerciales de este Mercado tenían repercusión en bastantes países de Europa por lo que la serpiente, de facto, era una flotación conjunta de varias monedas europeas incluso fuera de la CEE. Tanto Reino Unido como Irlanda y Dinamarca decidieron participar por su pronta adhesión a la CEE. En 1972 se pone en marcha la serpiente europea. En dos fases distintas (dentro del túnel y fuera), el sistema de la serpiente europea consistía en un mecanismo de flotación conjunta de los tipos de cambio entre las monedas europeas y de éstas frente al dólar. Las monedas europeas no podían variar entre sí más de un  $\pm 2,5\%$  dentro de los límites máximos del  $\pm 4,25\%$  establecidos frente al dólar (la serpiente en el túnel). Se trataba de crear alguna estabilidad en los tipos de cambio dentro de la Comunidad Europea con una mezcla de tipos de cambio flexibles y fijos que permitiera cierta flexibilidad a las políticas económicas sin los costes de una excesiva volatilidad cambiaria. La agudización de la crisis en 1973 provocó que la serpiente monetaria perdiese los límites superiores con respecto al dólar (fuera del túnel). Esta situación no duró demasiado ya que la crisis económica supuso que el recurso a devaluaciones competitivas fuese constante.

Aunque el sistema logró cierta estabilidad, acabó debilitándose por 2 razones:

1. Externa: los países empezaron a mostrar mayor interés por las ventajas propias del sistema de tipos de cambio flexibles, pues facilitaban la estabilización ante shocks reales (como los del petróleo de la época) (ver Anexo 1). Esto acaba plasmándose en los Acuerdos de Jamaica.
2. Interna: efecto arrastre, por el cual los movimientos de las monedas con más peso arrastraban al resto. Las monedas fuertes no se preocupaban por su superávit y no hacían nada por moderar la apreciación, por lo que el resto de monedas debía apreciarse para mantenerse en la Serpiente<sup>1</sup>.

Por todo esto, se produjo un continuo proceso de abandono de las monedas, hasta que en 1976 el sistema quedó reducido a una “zona marco”, formada por el marco alemán, el florín holandés, el franco belga y la corona danesa.

#### 3.1.1 EL FECOM

El Fondo Europeo de Cooperación Monetaria (EMCF, por sus siglas en inglés) fue creado en 1973 para aumentar la cooperación entre los Estados miembros en su camino hacia la Unión Económica y Monetaria. Con sede en Basilea, contaba con el apoyo administrativo y técnico del Banco de Pagos Internacionales.

Su objetivo principal era promover el buen funcionamiento de la reducción progresiva de los márgenes de fluctuación entre las monedas de los Estados miembros de la Comunidad Económica Europea (la denominada «serpiente monetaria»). También realizaba un seguimiento de las intervenciones en monedas comunitarias sobre los mercados cambiarios. Por último, era responsable de la gestión de la financiación a corto plazo y de las liquidaciones entre

bancos centrales que tuvieran por objeto una política concertada de reservas.

En 1976 se hizo cargo de la administración de los préstamos comunitarios en apoyo de las balanzas de pagos de algunos Estados miembros. Desde 1979, con la introducción del Sistema Monetario Europeo y de la unidad de cuenta europea (ECU), desempeñó todas las tareas relacionadas con la creación, el uso y la remuneración del ECU.

El Consejo de administración del Fondo estaba formado por los gobernadores de los bancos centrales que eran miembros del Comité de Gobernadores, además de un miembro de la Comisión, que podía ser sustituido por un suplente. Tras su primera reunión, el 14 de mayo de 1973, el Consejo de administración encomendó al Banco de Pagos Internacionales la función de agente para las operaciones del Fondo de acuerdo con las directivas aplicables.

El Fondo fue disuelto el 1 de enero de 1994, fecha en que el Instituto Monetario Europeo (IME) asumió sus funciones, si bien el Banco de Pagos Internacionales continuó actuando como agente durante un período transitorio que concluyó el 15 de mayo de 1995.

### **3.2 El Sistema Monetario Europeo**

La crisis del Sistema de la Serpiente Monetaria, con la salida de Francia en 1974 y su reentrada un año después, las devaluaciones conjuntas de varias monedas frente a reevaluaciones del marco provocó una distorsión muy importante en la CEE, que ya se componía desde 1974 de 9 miembros con la entrada de UK, Irlanda y Dinamarca.

Así pues, se comienza a trabajar en el desarrollo del Informe Werner para construir por etapas una unión monetaria que sustentase al Mercado Común.

Desde 1974 se comienzan los trabajos para la constitución de esta unión monetaria que culmina en 1978 en el Consejo Europeo de Bremen donde se decidió el establecimiento de una cooperación monetaria que estabilizara los tipos de cambio. Surgió así el Sistema Monetario Europeo (SME), que entró en vigor al año siguiente, fruto de un acuerdo entre los Bancos Centrales de los Estados miembros, pero fundamentalmente por el entendimiento franco-alemán.

El Sistema Monetario Europeo nació con dos objetivos, uno de estabilidad interna y otro externa

1. Estabilidad externa: mantener la paridad en un contexto internacional de inestabilidad, con el fin de evitar distorsiones cambiarias como el overshooting o el desajuste:
  - (a) Overshooting: se debe a que los mercados de capitales son más flexibles que los de bienes y servicios, lo que puede conducir a una sobre-reacción del tipo de cambio en el corto plazo.
  - (b) Desajuste: se trata de una desviación a largo plazo del valor de una moneda respecto a sus condiciones de equilibrio.
2. Estabilidad interna: reducir los niveles de inflación al impedir las devaluaciones.

### 3.2.1 Funcionamiento

El SME fue un sistema de tipos de cambio fijos, pero ajustables: los países determinaban un tipo de cambio oficial respecto al ecu (European Currency Unit) y unas bandas de fluctuación o zonas objetivo entre ellas, dentro de las cuales las monedas podían flotar libremente.

El funcionamiento del Sistema Monetario Europeo se basaba en tres instrumentos:

- La Unidad de Cuenta Europea (ECU), (una cesta de monedas formada por una proporción de las monedas de los miembros del SME).
- El Mecanismo de Cooperación Monetaria, cuyo objetivo era intervenir en los mercados para estabilizar la flotación de las monedas.
- El Mecanismo de Tipos de Cambio. Este último contenía un conjunto de disposiciones para mantener la cotización de las monedas dentro de ciertos límites (una oscilación del  $\pm 2,5\%$  respecto del valor del ECU), sobre la base de la cooperación y el apoyo recíproco entre Bancos Centrales.

### 3.2.2 El ECU

En la época de la Serpiente Europea, las monedas fluctuaban respecto al dólar, mientras que ahora los tipos de cambio se fijarían respecto al ecu (e, indirectamente, respecto al resto de monedas). Por lo tanto, el SME marca el comienzo de una etapa de mayor independencia europea frente al dólar. El ecu no era una moneda, sino una cesta de monedas de los países miembros del SME. La composición de la cesta se determinaba en función de 3 indicadores de cada país:

1. PIB
2. comercio intracomunitario
3. la cuota en el Fondo Europeo de Cooperación Monetaria (FECOM).

La cotización del ecu era, pues, la cotización media ponderada de las monedas que lo componían. Así, las monedas con más peso ejercían un mayor efecto arrastre. El ecu se concibió para uso oficial (i.e. como reserva de los bancos centrales de las CEE), aunque su amplia aceptación hizo que también se acabara usando de forma privada (i.e. bancos comerciales).

### 3.2.3 Funcionamiento del Mecanismo de Tipos de Cambio

Cuando una moneda alcanza el límite máximo o mínimo permitido de la banda de fluctuación, se habla entonces de intervenciones marginales, pues los bancos centrales de dichas monedas tienen que intervenir obligatoriamente. Estas intervenciones han de ser realizadas en monedas comunitarias del siguiente modo: el banco emisor de la moneda fuerte debe comprar la moneda débil en su mercado de tipos de cambio, y el banco central emisor de la

moneda débil debe intervenir vendiendo moneda fuerte en su mercado de tipos de cambio. No obstante, es posible realizar intervenciones antes de llegar a los límites de la banda de fluctuación; son las conocidas como intervenciones intramarginales, intervenciones que contra los dictámenes del FECOM, suelen hacerse a menudo en dólares, contrariamente al mecanismo propuesto por el SME. El país con moneda más débil es aquel que en principio sufre más los efectos de la intervención puesto que será su moneda la que debe ser comprada para mantener su cotización dentro de los márgenes. Esta situación no puede mantenerse indefinidamente pues incidiría en sus reservas exteriores.

**Realineamientos** el SME era un sistema de tipos de cambio fijos, pero ajustables. Esto implicaba que, en ciertas ocasiones, si el tipo de cambio de un país se acercaba mucho al límite de la banda, el país también tenía la opción, tras realizar consultas, de modificar su tipo de cambio central (es decir, de llevar a cabo un realineamiento de su tipo de cambio).

Hay que distinguir entre los países que participaban en la composición del ecu (todos los comunitarios) y los que se integraban en el MTC (no todos, pues la pertenencia a éste último no era obligatoria). La libra esterlina, por ejemplo, no entró en el MCI hasta 1990, y salió de él en 1992 tras la crisis del SME, pero formó parte del ecu desde el principio.

### **3.2.4 El papel del FECOM en el SME**

La Resolución del Consejo Europeo de Bremen de 1978 otorgó competencias al FECOM que lo convirtieron en un elemento importante del SME:

1. Contabilización, compensación y liquidación de las intervenciones realizadas por los bancos centrales en los mercados de divisas. Las intervenciones marginales de los bancos centrales consistían en compras de moneda débil y ventas de moneda fuerte. Estas operaciones eran contabilizadas por el FECOM en cuentas denominadas en ecus, que se encargaba además de la compensación y liquidación de las posiciones activas y pasivas de los bancos centrales.
2. Recepción de reservas de los miembros de las CEE, emitiendo ecus contra estos activos. Los bancos centrales de los países participantes en el MCI del SME depositaron en el FECOM el 20% de sus tenencias de oro y dólares, y el FECOM emitió a cambio ecus, que se abonaron en las cuentas de los bancos centrales. Los ecus emitidos podían ser utilizados para liquidar deudas producidas por las intervenciones o por las facilidades de crédito.
3. Mecanismo de financiación. El FECOM concedía financiación a muy corto plazo para que los bancos centrales pudiesen atender sus necesidades de intervención. Además, otorgaba apoyo financiero a corto plazo para ayudar a los países a financiar déficits importantes de balanza de pagos.

### **3.3 La crisis del SME**

El ECU como unidad de cuenta no resolvía del todo los problemas de asimetrías en la devaluación/revaluación ya que el marco alemán seguía teniendo un papel preponderante en la cesta y ejercía el papel de valor ancla.

Esta debilidad práctica era importante ya que si bien el modelo del SME era teóricamente multilateral y simétrico, el hecho de que hubiese una moneda distanciadamente fuerte convertía el sistema en bilateral (el resto vs el marco) y asimétrico ya que las correcciones de política generalmente descansaban contra las monedas débiles.

No obstante, la estabilidad económica de la década de los 80 permitió mitigar las inestabilidades de la década anterior e incluso la CEE pudo ampliarse añadiendo países cuyas economías eran bastante más débiles como España, Portugal y Grecia.

Sin embargo, a final de los 80 y principios de los 90, coincidiendo con el proceso de reunificación de Alemania, la lira y la libra tienen que abandonar el SME por ataques especulativos contra sus monedas y la peseta tuvo que devaluarse un 11% junto con el escudo portugués. En mayo de 1993, la peseta, el escudo, los francos belga y francés y la corona danesa sufrieron nuevos ataques especulativos, lo que obligó a la ampliación de las bandas hasta el  $\pm 15\%$ . Lo que de facto supuso el fin del SME incapaz de asegurar una estabilidad monetaria suficiente para el desarrollo eficaz de la Unión Económica.

No obstante, este fracaso es relativo si se tiene en cuenta que, por un lado, las bandas de fluctuación conjuntas del SME fueron inferiores a las del yen o el dólar y, por otro, supuso el primer experimento formal de integración monetaria y que puso las bases de una cierta disciplina común en materia monetaria.

## **4 La convergencia nominal al euro**

### **4.1 Del SME a Maastricht**

En 1986 se aprueba el Acta Única Europea que recoge por primera vez la pretensión de superar el Mercado Común hacia una Unión mayor, mencionando por primera vez expresamente la cuestión monetaria. Fue una aceleración de los procesos muy estancados de liberalización de la circulación de capital, mercancías y personas.

En 1989 -con el SME en crisis- se presenta el documento denominado “Informe sobre la Unión Económica y Monetaria en la Comunidad europea” (Informe Delors). En él se establecen una suerte de tres etapas para la construcción de una Unión Económica y Monetaria. Estas etapas no tenían un calendario detallado marcando sólo el inicio de la primera etapa en julio de 1990. El Informe Werner se amparaba en la Teoría de las Áreas Monetarias Óptimas, mientras que el Informe Delors era más ambicioso, incluyendo beneficios dinámicos (especialmente en materia de competitividad).

La primera de ellas sería el fin de las restricciones al movimiento de capitales (1990). La segunda, la creación de un Instituto Monetario Europeo así como disciplinar y hacer independiente de las decisiones políticas a los Bancos

Centrales Nacionales y una tercera etapa en la que se fijarían los tipos de cambio de forma irrevocable y se pondría en circulación una moneda única para toda la Unión.

Estos elementos fueron incorporados al Tratado de la Unión Europea que, en esencia, es un tratado que clarifica y da soporte institucional a los principios enunciados en el Acta Única Europea. Este tratado es conocido como el tratado de Maastricht.

Con intención de evitar que los fuertes desequilibrios entre naciones pudiesen poner en riesgo la Unión Monetaria (dadas las experiencias del SME), se fijan en el TUE los denominados criterios de convergencia, según los cuales, si se cumplen, darían derecho a los estados miembro a incorporarse a la tercera fase, a adoptar el euro como moneda, bajo el principio de «one size fits all».

## **4.2 Los criterios de convergencia**

Los criterios de convergencia son:

1. Estabilidad de precios: La inflación no podía situarse por encima del 1,5% del valor de la media de los tres países comunitarios con menores tasas de inflación. Esto implicó una necesaria moderación salarial y un aumento de la competencia en los mercados de bienes y de servicios
2. Tipos de interés a largo plazo. El tipo de interés a largo plazo no podía superar en un 2% a la media de los tres países comunitarios con tipos más bajos.
3. Sostenibilidad de las finanzas públicas.

(a) El déficit presupuestario no podía superar el 3% del PIB

(b) La deuda pública no podía ser mayor que el 60% del PIB

El tratado contenía una versión más laxa en la que si los umbrales no se conseguían, era suficiente con que hubiese una senda de aproximación a ellos de forma satisfactoria.

4. Tipo de cambio. Durante los dos años anteriores a la fecha de inicio de la UEM, la moneda no debía haberse devaluado en más de un 2,5%. Las propias expectativas de entrada a una moneda fuerte fueron suficientes en la mayoría de los casos para conseguir la estabilidad del tipo de cambio.

A las dos primeras se les conoce como los criterios monetarios; la tercera son los criterios fiscales, mientras que la última es el criterio de estabilidad cambiaria.

### **4.2.1 Motivos de una convergencia nominal y no real**

¿Por qué el Tratado de Maastricht se centró solo en la convergencia nominal exclusivamente? Al fin y al cabo, la Teoría de las Áreas Monetarias Óptimas recomienda no sólo la convergencia nominal, sino también la real. El Tratado de Maastricht se enfocó en la nominal por 3 razones:



1. Se creía que los países tendrían incentivos suficientes para llevar a cabo procesos de reforma, pues, ante un shock negativo, éstos no podrían recurrir ya a devaluaciones de su moneda.
2. Se creía que los efectos desbordamiento de las políticas estructurales eran muy limitados, a diferencia de lo que sucede con las políticas fiscales.
3. Ya existían otros instrumentos para favorecer la convergencia real (mercado único, política de cohesión, etc.).

Además de estas condiciones, los distintos Estados venían obligados a ajustar sus legislaciones internas para asegurar la independencia de los respectivos Bancos Centrales, con prohibición de financiar los déficit públicos y monetizar la deuda pública. Adicionalmente, las políticas económicas de los Estados miembros pasaban a considerarse como una cuestión de interés común.

### **4.3 Los procesos de integración**

Las fases descritas se centraron, por tanto en

#### **4.3.1 Primera fase**

Los movimientos de capitales se liberalizan en 1990, el mercado único se consigue en 1993, y se inicia la aplicación de los Programas de Convergencia nominal para conseguir la estabilidad de precios y el control presupuestario

#### **4.3.2 Segunda fase (1994-1998)**

**IME e independencia de los BCN** IME e independencia de los BCN. Se crea el Instituto Monetario Europeo en 1994, que sustituye al Comité de Gobernadores de Bancos Centrales creado en 1964. Se promueve la independencia de los bancos centrales nacionales. Se obliga a los miembros de la Unión Europea (que es el nuevo nombre de las CEE tras el Tratado de Maastricht) a garantizar la independencia de sus bancos centrales, con el objetivo de evitar problemas de inconsistencia dinámica. En España esto se llevó a cabo en 1994.

**El examen de la convergencia** El Instituto Monetario Europeo y la Comisión Europea eran los encargados de evaluar los progresos en el proceso de convergencia nominal para determinar qué países pasaban a la tercera fase. En el período 1994-1996, algunos países mostraron un progreso muy poco satisfactorio, por lo que se empezó a hablar de “una Europa a dos velocidades” (unos países que adoptarían la moneda común, y otros –los de Europa del Sur– que lo harían más tarde). No obstante, en este período crítico, la voluntad política (el Consejo Europeo manifiesta la voluntad de avanzar hacia la UEM) y la bonanza económica ayudan a acelerar el proceso.

Así pues, en marzo de 1998, la Comisión y el Instituto Monetario Europeo examinaron qué países estaban preparados para entrar en la UEM y, en base a su trabajo, el Consejo Europeo aprobó en la “Cumbre del euro” de mayo de 1998 en Bruselas que 11 países podían entrar en la fase 3 (Alemania, Austria, Bélgica, España, Finlandia, Francia, Irlanda, Italia, Luxemburgo, Países Bajos, y Portugal).

Los únicos países de la UE-15 que quedaban fuera eran Reino Unido y Dinamarca (que habían firmado cláusulas de no participación), Suecia (con el pretexto de que no había realizado los cambios necesarios para que su banco central fuese independiente) y Grecia (que no satisfacía ninguno de los criterios de convergencia). Para tomar esta decisión, las instituciones comunitarias se basaron en la versión laxa del criterio de sostenibilidad de las finanzas públicas (si no, sólo Francia, Luxemburgo y Finlandia habrían entrado en el euro).

**Adopción del Euro 1999-2002** La tercera etapa, que supuso la introducción de la moneda única, se dividió en 3 fases:

1. Primera fase (1 enero 1999 a 31 diciembre 2001): el ecu desaparece, nace el euro, y se fijan los tipos de cambio irrevocables. Se crea el BCE y éste empieza a aplicar la política monetaria única, que queda transferida al Sistema Europeo de Bancos Centrales. El nombramiento del primer Presidente crea una tensión franco-alemana (imponiéndose el candidato holandés «alemán»). Este enfrentamiento franco-alemán alertó a los mercados financieros, que consideraron que esas diferencias se podrían traducir en discrepancias sobre la política monetaria y en la existencia de un BCE debilitado por intrigas políticas. Finalmente la solución pactada de legislatura de 4 años holandesa para dejar a Trichet después allana el camino.

2. Segunda fase (1 enero a 30 de junio de 2002). Los billetes y monedas en euros comienzan a circular paralelamente con los nacionales. Los países podían acortar este período (y, de hecho, muchos de ellos pusieron fin a esta fase el 28 de febrero).

3. Tercera fase (1 julio 2002, como muy tarde). Queda completado el proceso de introducción de la moneda única. Los billetes y monedas en euros se convierten en los únicos de curso legal.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 40. La Unión Económica y Monetaria (II). El Pacto de Estabilidad y Crecimiento y sus implicaciones sobre la política fiscal de los estados miembros.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

Tras la crisis del Sistema Monetario Europeo y la propuesta de la construcción de la Unión Económica y Monetaria que se extraía del Informe Delors y que culminó en el Tratado de la Unión Europea, los países que quisieron adoptar el euro como su moneda nacional debían someterse a un riguroso examen económico-fiscal a través del cumplimiento de los llamados «criterios de convergencia».

Sin embargo, los criterios de convergencia suponían una meta que alcanzar sin embargo, nada aseguraba que una vez alcanzada la meta y participando en la Unión Monetaria, los Estados Miembros fuesen a mantener la disciplina en el gasto público y la deuda.

## 2 El Pacto de Estabilidad y Crecimiento

### 2.1 Los criterios económicos y políticos del PEC

Dado que, como los criterios de convergencia se efectuaron sobre criterios nominales y no reales, el objetivo último de la UE era que paulatinamente la observancia de los criterios nominales llevase a un cumplimiento de cierta homogeneidad real entre los países del euro. En este contexto, y dentro de una amalgama de países habituados a monetizar la deuda (ya prohibido por el TUE), se decide que es necesario articular un instrumento que garantice de forma efectiva la disciplina presupuestaria de los Estados participantes en el euro, una vez iniciada la tercera fase de la unión monetaria con el objetivo de evitar que las posibles externalidades negativas de una mala praxis monetaria comprometiese la inflación y estabilidad de países más rigurosos con sus cuentas.

Así, los spillover effects resultado de políticas fiscales irresponsables en un EM, pueden afectar al tipo de cambio de la moneda común, dado que los efectos de una depreciación perturbarían al conjunto de los miembros y no únicamente al causante. Este era un factor especialmente relevante dado que, al verse reducido el impacto individual de las decisiones de cada EM, éstos pudieran abandonar el límite de déficit establecido en Maastricht. Especialmente, teniendo en cuenta el fracaso relativo del Sistema Monetario Europeo.

En general, los problemas relacionados con el fenómeno de las externalidades que podrían surgir se resumen en la iniquidad de los gobiernos de los EEMM de que pudiesen surgir free-riders.

Además, el problema de la puesta en marcha de la UEM coincide con que muchos de los países venían de haber puesto en marcha medidas fiscales expansivas durante varios años previos, lo que había hecho elevar los tipos de interés.

Por otro lado, las finanzas públicas de varios EEMM no gozaban históricamente de estabilidad, presentando procesos caóticos y sujetos al ciclo político.

Además de los problemas económicos señalados más arriba, existían otro conjunto de fenómenos políticos que hacían necesaria la existencia de un programa compensador y que asegurase el cumplimiento de los acuerdos.

De un lado, la propia incompletitud (consciente) del Tratado de Maastricht, que señalaba un destino pero no un mantenimiento del mismo. Los motivos políticos de esto son que era más fácil sacar adelante el Tratado dejando abierto el mecanismo de control que incluyendolo.

Por otro lado, el conflicto latente entre los países más firmes en su política económica frente a aquellos más laxos hacía que la visión de un mecanismo menos tasado fuese preferido por los últimos sobre los primeros.

### **2.1.1 El pacto de Waigel**

Con el fin de evitar que creciera el rechazo a formar parte de la unión económica y monetaria entre la opinión pública alemana, el entonces Ministro Federal de Finanzas, Theo Waigel, se comprometió a proponer la introducción de reglas para que los demás miembros no adoptasen sendas fiscales irresponsables que pusiera en peligro la estabilidad de la economía del Eurogrupo y, en consecuencia, la de Alemania. Así, el ministro propuso en 1995 un Pacto de Estabilidad para Europa que serviría como referencia (aunque no fue completamente tomado en cuenta), que introducía excepciones tasadas sobre el incumplimiento (más estricto que los criterios de convergencia) y que acarrearían en ciertos supuestos la imposición de sanciones pecuniarias.

Finalmente, con las críticas formuladas al plan Waigel de excesivamente duro pero con éste como horizonte, en 1996, la Comisión Europea aprueba dos propuestas de Reglamento (uno de supervisión y otro de sanción) que eran la base del denominado «Pacto de Estabilidad y Crecimiento» (en adelante, PEC), cuya finalidad era asegurar la disciplina presupuestaria una vez entrase en vigor la unión monetaria.

La formalización del PEC se produce en 1998.

## **2.2 Las bases del PEC**

El PEC consta de dos elementos clave: Por un lado, una supervisión permanente de las finanzas públicas (parte preventiva) y por otro una reacción correctora ante las desviaciones (fase correctiva o sancionadora).

### **2.2.1 La fase preventiva**

De acuerdo con los criterios del Pacto de Estabilidad y Crecimiento, los Estados que participasen en el Euro deberían asegurar el mantenimiento de los criterios de convergencia. Para ello, suministran información a las autoridades europeas sobre los llamados Programas de Convergencia que recogen las actuaciones económicas previstas por los países para transitar hacia la senda del déficit inferior al 3% del PIB y la deuda inferior al 60% del PIB.

Éste debía contener determinados parámetros, entre los que se incluían:

1. su objetivo de déficit público expresado en porcentaje de PIB
2. la tendencia prevista del ratio de endeudamiento público

3. las hipótesis sobre la evolución de la situación económica, en especial en relación al crecimiento del PIB, el desempleo y la inflación
4. la descripción de las medidas presupuestarias para alcanzar los objetivos del programa
5. y el compromiso de las medidas adicionales cuando resultase necesario para no desviarse de los objetivos fijados.

Dicho programa de estabilidad debería ser aprobado por el Consejo, aunque si éste considerase que se debe reforzar los objetivos y medidas del programa, podría formular una recomendación para que el Estado miembro se ajustase al programa. El Consejo, además, debía vigilar la correcta aplicación de los programas de estabilidad y, en el supuesto de identificar divergencias respecto a los objetivos del programa, debía adoptar una recomendación al Estado afectado para que adoptase las medidas presupuestarias oportunas; si las divergencias se mantenían (o empeoraban), el Consejo debía dirigirle otra recomendación para que adoptase con prontitud medidas correctoras, que podrían hacerse públicas.

### **2.2.2 El procedimiento de déficit excesivo**

En el PDE, se establecía un calendario de medidas que debían seguirse en caso de declararse un déficit excesivo en un Estado miembro, todo ello en aras a corregir su desequilibrio presupuestario. Para ello, se articulaba un procedimiento dividido en varias fases. En primer lugar, el Consejo debía declarar la existencia de un déficit excesivo, en el plazo de tres meses desde su notificación por el Estado miembro afectado y, simultáneamente, debía formular recomendaciones para poner fin a esta situación. Si el Estado no adoptaba estas medidas de forma efectiva en un plazo de cuatro meses, el Consejo las haría públicas. Paralelamente, y en el plazo de un mes desde la constatación de la ausencia de efectividad de las acciones, el Consejo debía insistir al Estado afectado para que adoptase medidas de reducción del déficit; si éstas no eran satisfechas, el Consejo podía aprobar la imposición de sanciones contra el Estado infractor, transcurrido un año.

Estas sanciones comportaban la constitución de un depósito obligatorio y sin intereses en el BCE; si bien ésta se podía complementar con otras medidas, como por ejemplo, la exigencia de publicar una información adicional, especificada por el Consejo, antes de emitir obligaciones o de recomendar al Banco Europeo de Inversiones que reconsiderase su política de préstamos respecto al Estado infractor. En principio, los depósitos ascendían a una parte fija correspondiente al 0,2% del PIB, aumentándose una décima por cada punto de déficit público excesivo hasta un máximo del 0,5% del PIB. Si en el plazo de dos años no se había corregido el déficit público excesivo, el Consejo, como criterio general, había de convertir el depósito en multa.

**La cláusula de excepcionalidad** fija una cláusula de excepcionalidad a la cual podían acogerse los EEMM en el caso de experimentar en una «circunstancia inusual» o «una grave recesión económica» para incumplir de forma legal el límite de déficit y así tener mayor margen para encajar los efectos negativos de la recesión. Esta existe cuando se produce una disminución del PIB real de al menos 2%. Este porcentaje podía ser inferior si se demostraba que

eran tasas excepcionales a raíz de los datos presentados y por tanto no relacionado con tendencias históricas. Ahora bien, esta excepcionalidad debía solventarse en un año.

## **2.3 La revisión del PEC**

El PEC tuvo un éxito aceptable durante los primeros años de su implantación logrando que los Estados se disciplinasen en materia fiscal, sin embargo, el PEC mostró sus debilidades cuando se abrió un PDE a Alemania y a Francia, países centrales en la política europea.

Se entendió que el PEC, en su concepción original, era excesivamente rígido y que debía ser flexible con los compromisos previos de los países y su evolución. Así, en 2005 se inició una reforma del PEC consistente en individualizar los objetivos del déficit y tener en cuenta un objetivo de medio plazo así como la ejecución de superavit en épocas de crecimiento que podrían ser compensadas con incumplimientos del déficit en momentos de recesión.

Respecto a la parte sancionadora, la flexibilización se amplía tanto a la imposición de sanciones como a la propia activación de la fase de PDE.

### **2.3.1 Revisión del pilar preventivo**

Los cambios introducidos en el pilar preventivo tenían por objeto redefinir el objetivo presupuestario a medio plazo, el procedimiento para alcanzarlo y las cuestiones a tener en cuenta a la hora de valorar la situación fiscal de un EM. En este sentido, las principales modificaciones fueron:

1. Definición del objetivo a medio plazo: ante la indeterminación del requisito de fijar un objetivo presupuestario a medio plazo (en adelante, “OMP”) que fuera «próximo al equilibrio o con superávit», la nueva reforma estableció que los EEMM podían fijar sus propios objetivos específicos que serían valorados posteriormente por el Consejo.
2. Ajuste de la senda para alcanzar los OMP: la nueva redacción flexibiliza el Pacto en relación al cumplimiento de la dicha senda. Si bien los EEMM seguían teniendo la obligación de presentar los pasos y medidas a tomar para cumplir sus OMP, la reforma cambió la forma en que el Consejo debía valorar el cumplimiento del programa. Dicha valoración debía hacerse ahora en atención al ciclo económico, esto es, si se hace un mayor esfuerzo de ajuste en tiempos de bonanza económica. Considerando lo anterior, el Consejo debía considerar la existencia de una «desviación importante de la situación presupuestaria respecto al objetivo a medio plazo o de la trayectoria de ajuste necesaria para lograrlo» únicamente si el EM en cuestión no reducía su saldo presupuestario negativo en un 0,5% anual ajustado cíclicamente.
3. Consideración de las reformas estructurales: con la reforma, se introdujo una “vía de escape” para aquellos EEMM inmersos en la implementación de reformas estructurales (e.g. reformas de los sistemas de pensiones) al permitir, en estos casos, una cierta desviación de su senda de ajuste. No obstante, el EM en cuestión debía probar que dichas reformas implicaban un ahorro fiscal a largo plazo. En ningún caso podía romperse

el margen de seguridad con respecto al valor de referencia del 3%.

### **2.3.2 Reforma del pilar correctivo**

Los cambios en el pilar correctivo tenían el claro objetivo de flexibilizar el Pacto mediante la concreción y clarificación de varios preceptos así como la introducción de varias “vías de escape”. En este sentido, las principales modificaciones fueron:

1. Definición de «grave recesión económica»: la nueva redacción flexibiliza los requisitos para considerar como excepcional y temporal el rebasamiento del valor de referencia al definir una «grave recesión económica» como un periodo prolongado en qué se registre un decrecimiento anual y continuado del PIB real o bien una pérdida acumulada de producción acompañada de un crecimiento modesto del PIB real en relación al crecimiento potencial.
2. Concreción de «todos los demás factores pertinentes»: el Tratado especificaba que la Comisión, en el momento de elaborar el informe que constituye el primer paso de un PDE debía tener en consideración «si el déficit público supera los gastos públicos de inversión, así como todos los demás factores pertinentes [...]» a la hora de valorar el carácter «excesivo» del déficit de cualquiera de los EEMM. La reforma viene a concretar estos factores pertinentes como: el crecimiento potencial, el momento en el ciclo económico, el grado de implementación de la estrategia de Lisboa, o el grado de consolidación fiscal en periodos de bonanza económica entre otros.
3. Ampliación del plazo para la corrección de déficits excesivos: el plazo estándar en el cual los EEMM debían corregir sus déficits excesivos seguía siendo un año a contar desde su constatación a excepción de que existan circunstancias especiales, en virtud de las cuales el plazo se extendería un año más.
4. Aparición de factores económicos adversos e inesperados: la reforma introdujo la posibilidad de revisar una recomendación o advertencia del Consejo en el caso en que, con posterioridad a su emisión, el EM concernido afrontara factores económicos inesperados con un impacto desfavorable en la economía. En ese caso, el Consejo podría, en virtud de la nueva legislación, emitir una nueva recomendación o advertencia revisada y ampliar el plazo para acatar sus medidas si fuera necesario.

## **3 El PEC reforzado y el semestre europeo**

### **3.1 El six-pack (2011)**

El Pacto de Estabilidad y Crecimiento sufre con la crisis de deuda pública de la UE un nuevo reto al que hacer frente, particularmente por los desajustes macroeconómicos de los países de la periferia europea.

Si bien el PEC es un Pacto que afecta a todos los países de la UE, la reforma del PEC reforzado afecta exclusivamente, en su parte sancionadora, a los países miembro cuya moneda es el euro.



El six-pack se trata de un conjunto de 6 actos legislativos (5 reglamentos y 1 directiva) que se adoptan en el año 2011. Este Six-Pack viene a concretar más el método de supervisión y a sancionar a países que falseen sus cuentas (como hizo Grecia).

### **3.1.1 El semestre europeo**

El Six-Pack plantea la formalización del denominado «Semestre Europeo», que representa el componente preventivo del PEC. El Semestre Europeo tiene como finalidad garantizar una coordinación más estrecha de las políticas económicas de los Estados miembros con la intención de incrementar su convergencia y sostenibilidad. En esencia, mediante este mecanismo se sincronizan y armonizan los calendarios de presentación y evaluación de los programas de los Estados miembros.

El procedimiento descrito en el Semestre Europeo consiste en los siguientes pasos: los Estados miembros reciben las Orientaciones Generales de Política Económica de la Unión Europea; acto seguido, presentan sus planes de actuación que contienen los programas de estabilidad y convergencia, que indican la estrategia presupuestaria a medio plazo de los Estados miembros; finalmente, presentan los programas nacionales de reformas que muestran los planes de reforma estructurales destinados a promover el crecimiento y el empleo. Los programas de estabilidad son presentados por los Estados participantes en el euro y los programas de convergencia por el resto de los países de la Unión Europea. Los programas son evaluados por la Comisión y el Consejo. Después del examen, el Consejo aprueba para cada país, unas recomendaciones específicas que deben ser aplicadas por los Estados miembros destinatarios y ser tenidas en cuenta al elaborar los presupuestos nacionales del siguiente año. Es un instrumento que permite a las instituciones comunitarias interferir a priori en la formulación de las políticas económicas de los Estados miembros.

En segundo lugar se establece también un mecanismo de detección, prevención y corrección de los desequilibrios macroeconómicos de los Estados miembros, entendido como cualquier «tendencia que puede dar lugar a una evolución macroeconómica que pueda afectar negativamente al correcto funcionamiento de la economía de un Estado miembro, de la unión económica y monetaria o al conjunto de la Unión Europea». A tales efectos, la Comisión elabora un informe anual basado en un cuadro con un conjunto de indicadores que reflejen los desequilibrios internos (por ejemplo, endeudamiento público y privado, evolución del desempleo, mercados financieros, sector inmobiliario, evolución de los flujos de créditos al sector privado, etc.) y los desequilibrios externos (evolución de la balanza por cuenta corriente, la evolución del sector de la exportación, la evolución de los precios y costes, y la competitividad no asociada a los precios, etc.). Estos indicadores llevan aparejados unos umbrales orientativos que sirven de nivel de alerta que, de ser sobrepasados, inician el denominado Procedimiento de Desequilibrio Macroeconómico.

Todo Estado miembro con un desequilibrio excesivo deberá presentar un programa de reformas correctoras que deberá ser evaluado y aprobado en el marco del Semestre Europeo. En caso de que tales medidas no fueran suficientes, el Consejo, a recomendación de la Comisión, puede decidir la constatación del incumplimiento, lo que abre las puertas a la posibilidad de imponer sanciones al Estado incumplidor, especialmente si se trata de un país participante en la Unión Monetaria.

En tercer lugar, se amplía la capacidad de sanción de la Comisión al PDE y el PDM. Una vez constatado el incumplimiento del déficit público o verificado un desequilibrio macroeconómico excesivo, si no se cumplen con las medidas recogidas en las recomendaciones del Consejo para reducir estos desequilibrios, los países miembro serán objeto de sanciones económicas. Estas sanciones son variadas y pueden representar la constitución de un depósito con intereses, equivalente al 0,2 por 100 del PIB, si se trata de una infracción del componente «preventivo» del PEC; o un depósito sin intereses, equivalente al 0,2 por 100 del PIB, si el Consejo decide que existe un déficit público excesivo; o una multa, también equivalente al 2 por 100 del PIB, si no se adoptan medidas efectivas para corregir el déficit excesivo. Asimismo, en el caso de los países de la zona euro que no realicen las reformas necesarias para evitar los desequilibrios excesivos en sus magnitudes macroeconómicas, también serán objeto de sanciones.

El automatismo de las sanciones implican que el Consejo puede rechazarlas pero sólo a través de una mayoría cualificada.

### **3.1.2 Las reformas del pilar preventivo**

1. Mayor atención a la sostenibilidad de la deuda: aquellos EEMM con un nivel de deuda superior al 60% del PIB o que presenten un riesgo importante de sostenibilidad de esta debían avanzar hacia sus OMP a un ritmo de, al menos, 0,5% del PIB de forma anual.
2. Control del gasto: la reforma incluye una regla de gasto. En este sentido, los EEMM que hubieran logrado su OMP debían limitar el crecimiento de su gasto anual a una tasa igual a la de crecimiento potencial de su PIB a medio plazo. Por otra parte, los Estados que no hubieran logrado su OMP debían limitar el aumento de su gasto en una tasa inferior a la del crecimiento potencial de su PIB a medio plazo. No obstante, estos límites podían incumplirse siempre y cuando el mayor gasto fuera soportado por medidas encaminadas a lograr mayores ingresos fiscales
3. Designación de plazo para tomar medidas en caso de una desviación importante de la senda para lograr el OMP: en caso de percibirse una desviación de la trayectoria de ajuste hacia el objetivo presupuestario a medio plazo, la Comisión debía presentar una advertencia dirigida al Estado Miembro afectado con el fin de evitar la aparición de un déficit excesivo. En el plazo de un mes a contar desde la realización de la advertencia, el Consejo debía examinar la situación y adoptar una recomendación sobre las medidas políticas de ajuste necesarias en el plazo de un mes. Dichas medidas debían cumplirse en un plazo de cinco meses, o tres si la situación fuera muy grave. Como novedad, si se diese el caso en que el EM no sigue las advertencias realizadas por el Consejo, este puede optar por imponer una sanción en forma de depósito con intereses.
4. Mayoría invertida: en relación al apartado anterior, y dado el caso en que el EM no siguiera las indicaciones contenidas en la recomendación del Consejo, la Comisión podía instar a que el primero adoptase una decisión indicando formalmente el incumplimiento por parte del EM. Si el Consejo no adoptara dicha decisión, esta podría considerarse tomada por la Comisión si en un plazo de diez días el Consejo no la anulase mediante una votación por mayoría simple.

### 3.1.3 Reforma del pilar correctivo

Epilar correctivo también se modificó para responder a los objetivos declarados por la Comisión, concretamente el de equiparar el criterio de la deuda al mismo nivel de observancia del criterio relativo al déficit

1. Disminución suficiente' de la deuda: en este sentido, y como elemento más importante, la reforma define el grado de disminución de la proporción entre deuda y PIB que puede considerarse 'suficiente y satisfactorio' aun sin cumplir el valor de referencia (60% del PIB) a los efectos del artículo 216.2.b) TFUE. Así, lo define como una reducción de un 5% del PIB de media por año y en un periodo de tres años, de la diferencia entre el valor de la deuda y el valor de referencia.
2. Sanciones tempranas: el espíritu detrás de la reforma era el de hacer que las sanciones adquiriesen un mayor grado de credibilidad. El Pacto, en su versión anterior, prevé la imposición de sanciones como último paso del PDE, lo que conlleva que únicamente aquellos países con desequilibrios fiscales muy importantes acaben siendo candidatos (es el caso de España). La imposición de una multa a países en estas situaciones sería evidentemente contraproducente en lugar de presionarlos para adoptar medidas correctivas. Por esta razón, ninguna sanción fue adoptada. La reforma introduce un sistema de sanciones graduales, que pueden imponerse antes de la fase final de un PDE cuando la Comisión las estime necesarias para que el EM afectado implemente los ajustes indicados. De igual manera que en el pilar preventivo, las sanciones se consideran adoptadas si el Consejo no las revierte en un plazo de 10 días y por mayoría simple.

Del mismo modo, se altera en virtud del Six-Pack la medición del déficit excesivo, siendo el Objetivo a Medio Plazo el 1% del PIB para el déficit estructural, admitiéndose, en todo caso, variaciones hasta el 3% del PIB. Así mismo, el nivel de deuda deberá transitar hacia la senda del 60%.

## 3.2 El Two-Pack (2012)

El Two-Pack refuerza la gobernanza económica en la Unión a través de dos actos reglamentarios.

El primero de ellos plantea, en el marco del Semestre Europeo un calendario más concreto que unifica el modo de presentación de la documentación macroeconómica por todas las partes.

Además, el Two Pack obliga a la valoración o elaboración de los borradores presupuestarios en previsiones macroeconómicas de instituciones fiscales independientes.

### 3.2.1 Calendario del Semestre Europeo

#### – Fase preparatoria

- Noviembre

- Análisis de la situación, prospectiva y seguimiento del año anterior por parte de la Comisión Europea.

- Primera fase: orientaciones políticas a escala de la UE.
  - Enero y febrero
    - El Consejo de la UE establece orientaciones políticas generales y adopta conclusiones.
  - Marzo
    - La Comisión publica informes por país examinando su situación económica. En base a esos exámenes puede dar recomendaciones.
- Segunda fase: planes, políticas y objetivos específicos por país
  - Abril
    - Los Estados miembros presentan sus planes de actuación (PEConvergencia; PNR)
  - Mayo
    - La Comisión Europea evalúa los planes nacionales de actuación y presenta proyectos de recomendaciones específicas por país.
  - Junio
    - El Consejo de la UE refrenda las recomendaciones individuales de la CE.
  - Julio
    - El Consejo de la UE adopta las recomendaciones específicas por país y se pide a los Estados miembros que las apliquen.
- Tercera fase: aplicación
  - De julio a final del año
    - Semestre Nacional
  - Octubre
    - Presentación a la Comisión de los planes presupuestarios

## **4 El Tratado de Estabilidad, Coordinación y Gobernanza (2012)**

Las reformas realizadas hasta el momento tenían como objetivo principal mejorar la efectividad de los componentes correctivo o preventivo del PEC mediante la introducción de nuevas reglas o haciendo operativo alguno de los aspectos de las ya existentes, al tiempo que introducían incentivos o sanciones para incrementar el grado de implementación. Por el contrario, el denominado Two Pack y el Tratado de Estabilidad, Coordinación y Gobernanza en la

Unión Económica y Monetaria (TECG) adoptan un enfoque algo distinto, al tratar de crear una primera línea de defensa de la disciplina fiscal en los marcos fiscales nacionales e introduciendo y reforzando el papel de las instituciones fiscales independientes en la supervisión fiscal.

En particular, los países firmantes del TECG10, también denominado Fiscal Compact, se obligaron a trasladar a los marcos jurídicos nacionales —preferiblemente, a la Constitución— el compromiso de mantener un saldo presupuestario equilibrado a lo largo del ciclo, y a introducir un mecanismo automático de corrección de las posibles desviaciones. En España esto se ha producido a través de la Ley Orgánica de Estabilidad Presupuestaria y Sostenibilidad Financiera y la reforma del artículo 135 de la CE.

En concreto, este tratado establece un límite del 0,5 % del PIB para el déficit estructural, algo más estricto que el 1 % incorporado en la vertiente preventiva del PEC —en la práctica la mayoría de los países han adoptado objetivos nacionales específicos de medio plazo equivalentes o inferiores a un déficit estructural del 0,5 % del PIB—. Este objetivo se suaviza al 1% para los países con una ratio de deuda inferior al 60%.

Además, el Fiscal Compact introduce con carácter obligatorio un nuevo elemento en los marcos de gobernanza fiscal: las autoridades fiscales independientes. Estas instituciones tienen el mandato de evaluar las previsiones macroeconómicas que subyacen a los presupuestos de las AAPP y el grado de cumplimiento de las reglas fiscales nacionales y supranacionales. Su creación ha venido avalada por un conjunto de trabajos empíricos recientes que apuntan a sus efectos beneficiosos para la disciplina fiscal en los países que disponen de ellas desde hace varias décadas (como Austria, Bélgica y Holanda, en el caso de la UE). El principal argumento a favor de la implantación de estas instituciones es que la realización y la publicación de sus análisis, independientes de los presupuestos y de las medidas fiscales, pueden favorecer el cumplimiento de las reglas y de los objetivos, al proporcionar una mayor información y transparencia a los ciudadanos. De esta forma, en caso de que persigan actuaciones presupuestarias inadecuadas, es más probable que las autoridades perciban los correspondientes costes de reputación

## **5 La reforma del PEC de 2015 y la crisis del COVID-19**

Por último, en 2015 la CE introdujo avances adicionales en la concreción de algunas normas del PEC. El objetivo en esta ocasión era tratar de satisfacer la demanda generalizada de «flexibilidad dentro de las reglas del Pacto» que se había planteado desde distintas instituciones públicas y privadas, ante el deterioro de la situación económica de la UEM [Micossi y Peirce (2014)]. La comunicación de la CE [Comisión Europea (2015b)], que comenzó a aplicarse en enero de 2015, parte del principio de que el ajuste fiscal no tiene que ser igual para todos los países. Asimismo, aclara cómo se puede modular el esfuerzo de ajuste hacia el OMP, en el componente preventivo, para tener en consideración las condiciones cíclicas de los países miembros de la UEM y los niveles de deuda<sup>15</sup>. Al mismo tiempo, se establece la posibilidad de permitir desviaciones transitorias del OMP o del esfuerzo de ajuste hacia él, si el país realiza reformas estructurales o gastos en inversión pública. En definitiva, esta comunicación trata de explotar al máximo el margen existente en el PEC para establecer políticas contracíclicas, sin que el déficit supere el límite del 3 % del PIB. Para los países en el componente correctivo, la CE recuerda la posibilidad de extender el plazo

de corrección del déficit excesivo si se realizan reformas estructurales, siempre y cuando el Estado haya adoptado «acciones efectivas».

## **5.1 EL COVID-19**

Las reglas fiscales han sido profundamente suavizadas debido a la crisis del COVID que ha obligado a los países miembro, y a la propia Unión Europea, a desarrollar potentes paquetes de rescate y de estímulo económicos.

En concreto, el presupuesto a largo plazo de la UE, junto con NextGenerationEU, instrumento temporal concebido para impulsar la recuperación, será el mayor paquete de estímulo jamás financiado a través del presupuesto de la UE. Un total de 1,8 billones de euros ayudará a reconstruir la Europa posterior a la COVID-19, que será más ecológica, digital y resiliente.

El nuevo presupuesto a largo plazo aumentará los mecanismos de flexibilidad para garantizar su capacidad de hacer frente a necesidades imprevistas. Se trata de un presupuesto preparado no solo para las realidades actuales, sino también para las incertidumbres del futuro.

### **5.1.1 Next Generation EU**

NextGenerationEU es un instrumento temporal de recuperación dotado con 750.000 millones de euros que contribuirá a reparar los daños económicos y sociales inmediatos causados por la pandemia de coronavirus.

Mecanismo Europeo de Recuperación y Resiliencia: elemento central de NextGenerationEU, con 672 500 millones de euros en préstamos y subvenciones disponibles para apoyar las reformas e inversiones emprendidas por los países de la UE. El objetivo es mitigar el impacto económico y social de la pandemia de coronavirus y hacer que las economías y sociedades europeas sean más sostenibles y resilientes y estén mejor preparadas para los retos y las oportunidades de las transiciones ecológica y digital. Los Estados miembros están trabajando en sus planes de recuperación y resiliencia para acceder a los fondos en el marco del Mecanismo de Recuperación y Resiliencia. Ayuda a la Recuperación para la Cohesión y los Territorios de Europa (REACT-UE): NextGenerationEU también incluye 47 500 millones de euros para REACT-UE. Se trata de una nueva iniciativa que continúa y amplía las medidas de respuesta y reparación de crisis aplicadas a través de la Iniciativa de Inversión en Respuesta al Coronavirus y la Iniciativa de Inversión en Respuesta al Coronavirus Plus. Contribuirá a una recuperación ecológica, digital y resiliente de la economía. Los fondos se integran en - el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER) - el Fondo Social Europeo (FSE) - el Fondo de Ayuda Europea para las Personas Más Desfavorecidas (FEAD)

Por primera vez, la Unión Europea ha acudido como entidad a los mercados financieros para obtener financiación.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 41. La empresa y su organización interna. La información financiera: estados de situación y circulación económica y financiera de la empresa. Análisis patrimonial y financiero de la empresa.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

En las sociedades democráticas las empresas se constituyen como el principal actor de creación de empleo y dinamización de la economía. Su organización y la forma de relacionarse con otros actores influyen de forma destacada en la marcha de la economía de las naciones.

Sus decisiones de inversión y demanda de factores arrastran la actividad de los mercados y generan crecimiento o provocan estancamientos. Su organización óptima y las señales que emiten sobre su funcionamiento a través de los Estados Contables son herramientas básicas para la caracterización de las mismas.

## 2 La empresa y su organización

### 2.1 La empresa como una organización

Siguiendo a Henry Mintzberg las sociedades contemporáneas son sociedades de organizaciones y las empresas son un tipo particular de organizaciones. Una organización se puede definir como un conjunto de personas con dos elementos claves: una estructura pensada y una serie de objetivos comunes. Así, desde la actividad caza de los humanos prehistóricos hasta la preparación de unas jornadas gastronómicas son formas de organización donde hay una estructura y objetivos en común.

Las empresas, en particular, son organizaciones con una característica diferenciadora que es el ánimo de lucro.

La definición de empresa es muy amplia y depende de los autores que se centren en un aspecto en particular o en otro. No obstante se puede dar una definición amplia en la que una empresa es una organización que administra factores productivos (inputs y outputs) sujeta a un entorno institucional determinado para la obtención de beneficio.

### 2.2 La empresa como un subconjunto de sistemas

El entorno institucional -desde un punto de vista amplio- en el que se mueven las empresas puede ser externo (leyes, mercados, cultura, etc.) o interno (sindicación, recursos humanos, planta, etc.).

El enfoque de la empresa como un subconjunto de sistemas permite entender a la empresa como un ente vivo que se interrelaciona formando un todo. Así, se distinguen los siguientes tipos de subsistemas:

- Subsistema de aprovisionamiento, encargado de adquirir los insumos productivos.
- Subsistema de producción, encargado de la transformación de los inputs en productos o servicios que satisfagan las necesidades del mercado.
- Subsistema de comercialización, al que compete relacionar la organización con el mercado, desde su conocimiento hasta la distribución de los productos demandados.



- Subsistema de recursos humanos, responsable de la administración de los recursos humanos en la empresa.
- Subsistema financiero (financiación e inversión), encargado de determinar la cuantía de los fondos necesarios para la organización, de suministrarlos y de aplicarlos a las inversiones más convenientes.
- Subsistema de dirección o administrativo o de management, encargado de la administración de la empresa en sus niveles estratégicos y de gestión.

La forma en la que estos subsistemas se interrelacionan viene dada por la denominada organización interna de la empresa que establece la jerarquía y la coordinación entre subsistemas.

### **2.3 La organización interna de la empresa**

La función de organización es una de las cuatro funciones administrativas, y tiene por objeto la creación de una estructura organizativa que permita aprovechar eficaz y eficientemente los recursos con los que cuenta una organización.

La organización interna de la empresa también es conocida como la estructura cuya expresión gráfica es el organigrama en el que se detallan las relaciones jerárquicas y competenciales de cada nivel.

De acuerdo con Mintzberg, toda empresa tiene 5 niveles funcionales básicos:

1. **Ápice estratégico.** Lo conforma la alta dirección, que se encarga de establecer los objetivos generales y diseñar y desarrollar la estrategia para conseguirlos
2. **Línea media.** Engloba a todos los directivos que conectan jerárquicamente el ápice estratégico con el núcleo de operaciones. Por tanto, su principal misión es servir de vínculo entre estas dos partes de la organización.
3. **Tecnoestructura.** Formada por unidades de analistas cuya misión fundamental es diseñar y planificar o cambiar el trabajo de otras partes de la organización (principalmente el núcleo de operaciones), además de formar o enseñar a otros trabajadores a realizar su trabajo.
4. **Staff de apoyo.** Contiene unidades que realizan actividades de apoyo que no pertenecen o quedan fuera del flujo de operaciones (mantenimiento, seguridad, etc).
5. **Núcleo de operaciones.** Compuesto por trabajadores (operarios), encargados de realizar las actividades y tareas directamente relacionadas con la producción de los productos/servicios que constituyen el negocio o negocios de la organización (flujo de operaciones).

### **2.4 La dimensión del diseño organizativo**

La forma particular en la que se relacionan las distintas unidades de la empresa son las denominadas dimensiones verticales (que tiene en cuenta todo el conjunto de relaciones que surgirán entre los diferentes niveles jerárquicos

existentes dentro de la organización) y la horizontal (que se encarga de analizar el conjunto de relaciones que existen entre las diferentes unidades que hay dentro de un mismo nivel o entre cadenas de mando diferenciadas).

#### **2.4.1 La dimensión vertical**

En la medida en que el número de niveles sea muy elevado, nos encontramos con estructuras denominadas altas frente a las estructuras planas, con mayor complejidad horizontal pero menor vertical.

Los conceptos clave de la dimensión vertical son:

- Unidad de mando  
El principio de unidad de mando expresa que cada subordinado debe tener un solo supervisor.
- Autoridad y responsabilidad  
Autoridad en el ejercicio del mando, responsabilidad en la ejecución del mandato.
- Tramo de control  
Por tramo de control se entiende el número de subordinados que un responsable de departamento o unidad puede supervisar eficaz y eficientemente.
- Centralización/descentralización  
Los conceptos centralización y descentralización están asociados al grado de concentración o dispersión de autoridad para la toma de decisiones.

#### **2.4.2 La dimensión horizontal**

Los conceptos clave de la dimensión horizontal son:

- División del trabajo  
La división del trabajo es el proceso mediante el cual una tarea o actividad es fraccionada en varias subtarear y cada una es realizada por un individuo diferente. Asociados a la división del trabajo están los conceptos de especialización o ampliación del puesto de trabajo.
- Departamentalización  
Un departamento es un área, división o sucursal específica de una organización sobre la cual un administrador tiene autoridad para el desempeño de las actividades establecidas. La departamentalización se puede agrupar por función, geográficamente, por clientes o por productos.

### **3 La información financiera de la empresa**

La información financiera puede definirse como el canal a través del cual los usuarios pueden comprender la estructura y el funcionamiento de una empresa.

Los usuarios pueden ser internos (directivos y propietarios de la empresa) como externos (inversores, agencias reguladoras o supervisoras, tributarias, etc).

La información financiera de la empresa debe cumplir una serie de principios deseables:

1. Objetiva: debe estar sujeta a estándares de carácter general.
2. Relevante.
3. Fiable: debe reflejar la imagen fiel.
4. Clara.
5. Comparable, tanto a nivel intra-empresarial como inter-empresarial.

De cara a facilitar sus comparabilidad y sistematicidad, a nivel mundial, a través de la International Accounting Standards Board (IASB), que desarrolla las conocidas como “Normas Internacionales de Información Financiera” (NIIF). A nivel europeo, con la adopción de las NIIF en un reglamento que se aplica en la UE desde 2005.

En España, las normas de confección de los estados financieros viene recogida en el Plan General Contable. El primer Plan General de Contabilidad se aprobó en 1973, pero su aplicación era de carácter voluntario. A partir de 1988 tienen lugar una serie de reformas: a. Ley de Auditoría de Cuentas. b. Adaptación de la legislación mercantil a las directivas europeas (ley de sociedades anónimas, código de comercio, etc.). c. Plan General de Contabilidad de 1990, ahora sí obligatorio. d. Normas para la formulación de cuentas anuales consolidadas.

No obstante, apenas concluido este proceso de reforma, comienzan a surgir nuevos acontecimientos (p.ej. rápido proceso de privatización de grandes empresas públicas) que acaban dando lugar a la aprobación de un nuevo Plan General de Contabilidad (PGC) en 2007, que entraría en vigor el 1 de enero de 2008.

Los estados financieros, también denominados estados contables o informes financieros, se denominan cuentas anuales en nuestro país ya que, como mínimo, se presentan una vez cada año.

### **3.1 El Plan General Contable**

#### **3.1.1 Contenido**

El PGC se estructura en 5 bloques:

1. Marco conceptual de la contabilidad, donde se definen los conceptos básicos.
2. Normas de registro y valoración.
3. Cuentas anuales.
4. Cuadro de cuentas, que recoge todas las cuentas y sub-cuentas.

5. Definiciones y relaciones contables, que indica el contenido de cada cuenta y los motivos de cargo y abono.

### **3.1.2 Normas de registro**

Igualmente se dota de unas normas fundamentales para el registro y la valoración. Estas son:

1. Principio de empresa en funcionamiento: se asumirá, salvo que se pruebe lo contrario, que la empresa va a continuar su actividad, por lo que al determinar el valor del patrimonio neto no se considerará su valor liquidatorio.
2. Principio de devengo: la imputación de ingresos y gastos debe hacerse en el momento en el que se generen los derechos de cobro y las obligaciones de pago, no en el momento en que se cobre o se pague.
3. Principio de prudencia: únicamente se contabilizarán los ingresos realizados hasta la fecha de ejercicio. En cambio, los riesgos y las pérdidas previsibles deben contabilizarse tan pronto como se conozcan.
4. Principio de no compensación: las partidas de activos y pasivos no pueden compensarse, ni las de ingresos y gastos.
5. Principio de uniformidad: los criterios adoptados deben mantenerse en el tiempo, a no ser que se produzcan cambios relevantes que justifiquen su modificación.
6. Principio de importancia relativa: se permite la no aplicación estricta de un principio cuando esto no suponga una variación significativa de la imagen de la empresa. En caso de conflicto entre principios, prima el que favorezca una imagen más fiel de la empresa.

### **3.1.3 Normas de valoración**

Igualmente el PGC sistematiza formas de abordar la valoración de los activos y pasivos de la empresa. La precisión de qué tipo de valoración debe utilizarse viene recogida en el propio PGC.

1. Coste histórico:
  - (a) Para un activo, será su precio de adquisición si fue adquirido o su coste de producción si fue producido.
  - (b) Para un pasivo, corresponderá al valor de la contrapartida recibida a cambio de incurrir en la deuda.
2. Valor razonable. Es similar al valor de mercado, y puede definirse como el valor al que podría adquirirse un activo o liquidarse un pasivo a través de una transacción entre partes interesadas, bien informadas y mutuamente independientes. Suele ser el criterio aplicado a activos y pasivos financieros.
3. Valor contable. Es el valor por el que el activo/pasivo está recogido en los libros contables, deduciendo la amortización acumulada.
4. Valor residual. Es el valor que tiene el activo al final de su vida útil.

5. Valor de uso. Es el valor actualizado de los flujos efectivos futuros esperados.

La información financiera se resume en 5 elementos clave:

El balance de situación, la cuenta de pérdidas y ganancias, el estado de flujo de efectivo, el estado de cambios en el patrimonio neto y la memoria.

### **3.2 El balance de situación**

Este documento informa de la situación patrimonial, de la riqueza, de una empresa en un momento dado, a una fecha concreta, y se considera una fotografía de la riqueza empresarial del negocio. Se trata de un documento estático y está formado por las tres masas patrimoniales, expuestas en el tema anterior: activo, pasivo y patrimonio neto.

Las tres masas forman un continuo donde se expresa el origen y destino de los recursos que posee una empresa. Siendo el pasivo y el patrimonio neto el origen y el activo el destino. Ambos grupos, origen y destino, deben sumar las mismas magnitudes.

#### **3.2.1 Activo**

El activo se divide en activo corriente o a corto plazo (1 año o menos) y activo no corriente o fijo (a más de 1 año).

El activo se define en el Plan General Contable como «bienes, derechos y otros recursos controlados económicamente por la empresa, resultantes de sucesos pasados, de los que se espera que la empresa obtenga beneficios o rendimientos económicos en el futuro».

#### **3.2.2 Pasivo**

Al igual que el activo, el Pasivo, por su duración se divide también en corriente y no corriente.

Viene definido en el PGC como «obligaciones actuales surgidas como consecuencia de sucesos pasados, para cuya extinción la empresa espera desprenderse de recursos que puedan producir beneficios o rendimientos económicos en el futuro».

#### **3.2.3 Patrimonio Neto**

El Patrimonio neto no dispone de una definición precisa, siendo definido en el PGC como «la parte residual de los activos de la empresa, una vez deducidos todos sus pasivos». Una caracterización gruesa sería definir el patrimonio neto como los elementos que se corresponden con los recursos propios de la empresa. Sus principales epígrafes son:

Capital Social, Reservas, Resultado del ejercicio y otras variaciones del Patrimonio Neto (como subvenciones no reintegrables).

En el balance rige el principio de devengo, por el cual las anotaciones contables se realizan en el momento del nacimiento de las obligaciones y los derechos y no en el momento de su abono o cargo.

### **3.3 La cuenta de pérdidas y ganancias**

También se denomina cuenta de resultados o estado de resultados. Este documento forma parte de las cuentas anuales y recoge la renta generada por la empresa durante un período de tiempo. La cuenta de pérdidas y ganancias informa del resultado, beneficio o pérdida, que se obtiene comparando los ingresos generados en un período con los gastos acaecidos durante ese mismo período. Si el balance es una foto fija, la cuenta de resultados es un tránsito dinámico.

Las categorías fundamentales de la cuenta de PyG son el ingreso y el gasto.

#### **3.3.1 El ingreso**

Los ingresos son flujos positivos de riqueza para la empresa ya que suponen una variación positiva del patrimonio neto como consecuencia de incrementos del activo.

Los ingresos recurrentes que obtiene una empresa y que son propios de su objeto social, de su actividad principal, se denominan ingresos de explotación. Los ingresos procedentes de las actividades de financiación se denominan ingresos financieros.

#### **3.3.2 El gasto**

Un gasto se define como todo flujo negativo de riqueza para la empresa, es decir, variaciones negativas del patrimonio neto, siempre que no corresponda a las realizadas por los propietarios de la misma. Además de suponer un decremento de patrimonio neto, los gastos implican reducciones de activo (dinero) o incrementos de pasivo (deudas con proveedores, acreedores...) para la empresa.

En el mismo sentido que los ingresos, los gastos se dividen en de explotación y financieros.

#### **3.3.3 El resultado**

La cuenta de pérdidas y ganancias refleja la renta, la riqueza, generada por la empresa en un período de tiempo: en un año, un semestre, un cuatrimestre, un mes.... Recoge el resultado del ejercicio, como saldo, por confrontación entre los ingresos y los gastos del período, excepto cuando proceda su imputación directa al patrimonio neto.

La suma del resultado de explotación y el financiero determinan el resultado antes de impuestos, que una vez deducidos conforman el resultado del ejercicio, que formará parte de la riqueza de la empresa al final del ejercicio de

referencia.

### **3.4 El estado de cambios en el patrimonio neto**

El ECPN es un documento más de los estados financieros, al mismo nivel que el balance de situación o la cuenta de pérdidas y ganancias. Es obligatorio para todas las empresas. Recoge la riqueza patrimonial generada por la empresa en un período de tiempo.

El ECPN se divide en dos: Estado de ingresos y gastos reconocidos y el Estado Total de cambios en el Patrimonio Neto.

### **3.5 El estado de flujos de efectivo**

El EFE informa sobre las variaciones del disponible producidas en un período de tiempo, es decir, los movimientos de la tesorería y similares (dinero en caja, bancos...) de la empresa.

El EFE se basa en el criterio de caja, entradas y salidas de efectivo. Este documento es sencillo y no está sujeto a criterios subjetivos ni a políticas contables por lo que es un documento fácilmente homogeneizable.

Se divide en tres bloques según el origen y destino del efectivo: explotación, inversión y financiación.

### **3.6 La memoria**

La memoria es un documento que complementa la información recogida en los Estados Financieros, explicando los hechos relevantes de la empresa y dando una dimensión cualitativa a la información contenida en los EEEF.

El contenido mínimo de la memoria viene determinado por el PGC y recoge, entre otras, las siguientes informaciones:

- Información general: datos tales como identificación de la sociedad, objeto social, ámbito de actuación...
- Criterios generales: bases de elaboración de los estados financieros y políticas contables elegidas.
- Desgloses y conciliaciones de las partidas más significativas.
- Otra información relevante obligatoria, por ejemplo, la remuneración del consejo de administración de la sociedad.
- Cualquier información voluntaria que la empresa considere, con el objetivo de mejorar la presentación de los estados financieros.

### 3.7 Análisis patrimonial

Un análisis general del estado patrimonial de la empresa nos permite comparar la situación de la empresa con un horizonte ideal, que debe ser tomado como referencia, si bien dicho horizonte no necesariamente sea el que más conviene a la empresa por su casuística particular. Así, la empresa valora, en su patrimonio, tanto la dimensión de la parte del activo, la del pasivo y la del activo y el pasivo relacionándose entre sí.

#### 3.7.1 Análisis de las inversiones

En cuanto al equilibrio de las inversiones, comparamos el activo no corriente con el activo corriente.

- Si el activo no corriente, es decir, la estructura productiva de la empresa, es superior al activo corriente, la empresa está sobredimensionada. Hay un exceso de inmovilizado porque el que existe no genera suficiente activo corriente: mercaderías, derechos de cobros o liquidez.
- Si el activo no corriente es muy inferior al activo corriente significa que la empresa está infradimensionada, genera mucho activo a corto plazo para el escaso inmovilizado existente. En cualquier caso, habrá que tener en cuenta las situaciones particulares de cada sector

#### 3.7.2 Análisis de la financiación

Se entienden las distintas situaciones en las que la empresa puede encontrarse

- Situación de máxima estabilidad:  $AnC + AC = PN$
- Situación de equilibrio financiero:  $AC > PC$
- Situación de equilibrio temporal:  $AC < PC$
- Situación inestabilidad financiera:  $AnC + AC = P$
- Situación inestabilidad máxima:  $AnC + AC < P$

#### 3.7.3 El fondo de maniobra

Un concepto esencial en el tratamiento sistemático de la información contable es el fondo de maniobra, también llamado capital circulante, fondo de rotación o working capital. Se define como el montante de recursos financieros permanentes ( $RP = PN + PnC$ ) necesarios para realizar las actividades de naturaleza corriente.

Tres son las situaciones, simplificando, que han de analizarse:

- Si  $AC > PC$ , supone que  $FM > 0$ . La capacidad de la empresa para generar liquidez en el ciclo de explotación es superior al volumen de las deudas a reembolsar. Nos encontramos en una situación de estabilidad financiera.



- Si  $AC = PC$ , supone que  $FM = 0$ . La capacidad de la empresa para generar liquidez en el ciclo de explotación es igual al volumen de las deudas a reembolsar. En este caso, el más mínimo desvío podría llevar a la empresa a una situación de inestabilidad financiera.
- Si  $AC < PC$ , supone que  $FM < 0$ . La empresa no tiene capacidad para generar liquidez suficiente para hacer frente a los pagos a corto plazo. Se trata de una situación de inestabilidad financiera.

### 3.8 Análisis Financiero

El análisis financiero de una empresa consiste en analizar la disponibilidad pasada, presente y futura de los fondos necesarios para:

- Financiar inversiones.
- Cubrir déficit de cobros y pagos.
- Cumplir compromisos presentes y futuros.

Para conseguir estos fines, se utiliza la información, principalmente del balance de situación. Dicho estudio se realiza desde dos perspectivas: el largo y el corto plazo. Las diferencias en el tratamiento son significativas porque puede que la situación financiera de una empresa en la actualidad sea buena pero que en el futuro cambie y la firma tenga problemas. Para analizar ambas perspectivas vamos a utilizar unos ratios muy sencillos: cocientes entre partidas de los estados financieros.

#### 3.8.1 Análisis a C/P

La finalidad del análisis financiero a corto plazo es conocer si la empresa es capaz de pagar sus deudas con un vencimiento inferior a doce meses. Los ratios básicos a analizar son los siguientes:

1. Ratio de solvencia =  $\text{activo corriente} / \text{pasivo corriente}$ 
  - (a) Una empresa se dice que es solvente si puede hacer frente en un breve plazo a sus deudas a corto plazo.
2. Ratio de liquidez =  $(\text{efectivo} + IF + \text{créditos activos}) / PC$ .
  - (a) También se denomina ratio del test ácido. Se trata de analizar si con el efectivo puede hacer frente a sus obligaciones de pago a corto plazo. Se elimina del ratio de solvencia la partida de «mercaderías» por ser el activo circulante menos líquido ya que hay que realizar un proceso de venta que no siempre es posible.
3. Ratio de tesorería =  $\text{tesorería} / PC$ 
  - (a) Se diferencia del anterior ratio en que solo tiene en cuenta el efectivo, la parte más líquida del activo corriente. Analiza la posibilidad de pagar sus deudas a corto plazo con el efectivo de que dispone en ese momento.

momento.

#### 4. Ratio de endeudamiento a c/p = deudas corto/PN

- (a) Analiza la proporción del patrimonio neto en relación a sus deudas a corto plazo. Es decir, la relación entre la financiación externa a un plazo inferior a doce meses y la autofinanciación que posee la empresa. Por ejemplo, si el ratio es igual a 0,5 significa que por cada euro que tiene la entidad de recursos propios, debe 50 céntimos a corto plazo

### 3.8.2 Análisis a L/P

Para el análisis financiero a largo plazo se utilizan, básicamente, tres ratios (con los matices de sencillez y simplicidad de unas primeras nociones de análisis), que son

#### 1. Ratio de garantía = activo total/pasivo total

- (a) El resultado ideal de este ratio es 2, es decir, que la empresa disponga del doble de activos que de deudas para cancelar. Si esto se cumple, significa que la empresa ofrece suficientes garantías para afrontar sus obligaciones de pago.

#### 2. Ratio de endeudamiento a l/p = deudas largo/PN

- (a) Este ratio informa del grado de endeudamiento a largo plazo que posee la empresa en relación con la riqueza de los socios. Para interpretar adecuadamente este ratio, conviene analizar el coste financiero de las deudas.

#### 3. Ratio de endeudamiento total = deudas totales/PN

- (a) Este cociente compara la financiación ajena en relación con la financiación propia o autofinanciación. Es decir, el peso que las deudas totales poseen en el patrimonio neto de la entidad.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 42. La empresa y las decisiones de inversión. Diferentes criterios de valoración de proyectos. Rentabilidad, riesgo y coste del capital.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

La empresa, como agente cuyo objetivo es la maximización del beneficio dentro de un entorno competitivo e institucional dado, se ve en la necesidad de realizar una serie de inversiones que le permitan competir mejor para alcanzar mejores rentabilidades en el mercado.

La decisión de qué inversiones acometer es, por tanto, un planteamiento crucial para la dirección de la empresa.

## 2 Las decisiones de inversión

### 2.1 El porqué de la inversión

La inversión es una de las acciones más críticas dentro de un proceso empresarial. Si bien la producción es el punto donde se materializan los inputs y dan lugar a las fuentes de beneficio para la empresa, su proceso es algo previsible y carente, en principio, de riesgo. En una empresa de fabricación de vehículos la decisión de producción requiere de X inputs que, sometidos a la técnica necesaria dan indefectiblemente como resultado un vehículo. Sin embargo las decisiones de inversión son menos automáticas; al no ser generalmente la razón de ser de la empresa -su función principal- la incertidumbre es mayor y, al mismo tiempo, el conjunto de decisiones de inversión suele ser superior al conjunto de técnicas de producción.

Además, los motivos de porqué invertir son también variados. Así, una empresa puede decidir invertir por estos motivos, entre otros:

- Necesidad. Por ejemplo, obligaciones legales sobre reducción de la contaminación
- Reducción de costes. Mejorar la tecnología de las máquinas ya instaladas.
- Aumento de ventas. Aumentar la capacidad de producción
- Estrategia. Introducción de nuevos productos o reconocimiento de nuevos mercados.

### 2.2 Criterios para la valoración de inversiones

Son tres los aspectos que se deben tener en cuenta:

- Liquidez
- Rentabilidad
- Riesgo

Para valorar cualquier proyecto, uno de los elementos claves a tener en cuenta es el Cash-Flow o flujo de caja que genera. Se entiende por tal el valor neto que arroja la suma de las entradas y salidas de caja que genera el proyecto

a lo largo de un período de tiempo determinado.

Es decir, para valorar un proyecto, se utiliza el concepto financiero de flujo de tesorería en lugar del concepto contable de beneficio o pérdida, ya que se considera que el beneficio contable está afectado por una serie de normativas o reglas contables que no reflejan necesariamente la verdadera situación patrimonial de la empresa derivada del proyecto, en este caso, bajo el prisma de futuro y de planificación. Este cash-flow se mide de forma actualizada a través del criterio del Valor Actual Neto (VAN).

Dentro de los métodos de valoración generales se distingue entre los métodos estáticos, los dinámicos y los que toman en consideración el riesgo.

## **2.3 Métodos estáticos**

Estos métodos se denominan estáticos porque no toman en cuenta la variable del tiempo, lo que implica agregar generalmente cantidades heterogéneas.

### **2.3.1 Criterio del ratio coste-beneficio**

El criterio del ratio-coste beneficio o del flujo neto de caja total por unidad monetaria comprometida mide justamente eso, qué retornos se alcanzan por cada euro invertido

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i}{A_0} \quad (1)$$

Este criterio indica que es de interés realizar la inversión cuando  $R > 1$ .

### **2.3.2 Criterio del Pay-Back (o del plazo de recuperación)**

A pesar de ser un criterio estático, sí toma en consideración el tiempo pero no como una magnitud económico-financiera sino estrictamente temporal. Hace referencia al tiempo que se tarda en recuperar el desembolso inicial. Suponiendo flujos de caja constantes tenemos

$$R = \frac{A_0}{Q} \quad (2)$$

La crítica que reciben estos métodos de valoración es que no consideran la variable tiempo. Pero lo cierto es que una cantidad hoy es más valiosa que la misma cantidad en el futuro, por varios motivos: i) impaciencia; ii) evitar riesgos; y iii) la cantidad puede ser reinvertida.

## 2.4 Métodos dinámicos

Sí tienen en cuenta el efecto tiempo. Homogenizan los flujos de distintos momentos de tiempo a través de la tasa de descuento (i.e. coste del capital). Por lo tanto, permiten introducir el concepto de coste de capital en el análisis.

### 2.4.1 El Valor Actual Neto

El VAN es utilizado para comparar una serie de inversiones y decidir entre ellas.

El Valor Actual Neto consiste en valorar los flujos de caja correspondientes a un proyecto, presentes y futuros, y actualizarlos a una tasa de descuento que refleje el coste del capital (generalmente, el tipo de interés y una prima por riesgo).

La fórmula, suponiendo un coste de capital constante, es la siguiente:

$$VAN = -A + \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{(1+k)^n}$$

Donde  $A$  es el desembolso de inicial de la inversión,  $Q_i$  los flujos de caja netos para cada periodo y  $k$  el tipo de descuento. El proyecto a elegir, suponiendolos excluyentes, será aquel cuyo VAN sea mayor.

El VAN presenta las ventajas de ser matemáticamente sencillo y que toma en cuenta las variaciones del dinero en el tiempo.

No obstante su cálculo es complejo por la dificultad para preveer los flujos de caja así como la arbitrariedad en decidir cuál es el coste real del capital.

### 2.4.2 Tasa Interna de Retorno (o Rendimiento)

La TIR de una inversión es el tipo de descuento que hace 0 el VAN de la misma.

Su expresión es, por tanto,

$$VAN = 0 = -A + \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{(1+r)^n}$$

Donde  $r$  es la TIR que hace 0 la expresión.

La TIR mide la rentabilidad anual del proyecto de inversión, implícita en los flujos de caja que ofrece el proyecto de inversión analizado.

Así, la regla de decisión que tomará la empresa es, en primer lugar, la comparación con  $k$  donde si  $r > k$ , el proyecto será rentable para la empresa y será deseable. De existir varias alternativas se elegirá aquella que de una TIR mayor.

Su principal ventaja es que, al estar referido a términos relativos de rentabilidad, su valoración es más objetiva.

No obstante, la TIR presenta un inconveniente importante y es que ante flujos de caja de signo variante, la TIR se expresa en términos positivos y negativos por lo que es necesario ajustarla.

**La TIR modificada** La TIR modificada consiste en hallar el tipo  $r_m$  tal que los flujos negativos y la inversión actualizados a un valor mínimo de rentabilidad exigida sean iguales a la capitalización al valor de rentabilidad exigido de los flujos actualizados al valor de la TIRM

Es decir,

$$X = \frac{Y}{(1 + r_m)^n}$$

donde X es el valor de los de los flujos negativos y el desembolso inicial actualizados a una tasa  $k$  e Y es el valor de los flujos positivos capitalizados a una tasa  $k$ .

### 2.4.3 Otros criterios

**Periodo de recuperación o Payback dinámico** Se puede utilizar el Payback estático añadiendo a los flujos de caja un comportamiento dinámico, tomando en cuenta el valor del dinero en el tiempo. No obstante este criterio no considera los flujos posteriores al punto de recuperación por lo que puede no aconsejar inversiones rentables.

**Índice de Rentabilidad dinámico** Con esta técnica se hace un ranking de dichos proyectos, comparando el valor actual de los flujos que genera cada uno frente a la inversión inicial. Este índice es la variante dinámica del ratio coste-beneficio y pone en relación cuántos flujos futuros (descontados) dará un proyecto por cada euro invertido, haciendo más deseable aquellos que aporten más rentabilidad por euro.

## 2.5 Métodos con incertidumbre

Cuando una empresa decide adentrarse en un proyecto de inversión, salvo la compra de activos muy cercanos al líquido, siempre se asume un riesgo derivado de la incertidumbre del futuro que es el tiempo en el que la empresa realiza los ingresos que se derivan de la inversión.

Así, surgen varias formas de abordar el problema de la incertidumbre en la toma de decisiones.

### 2.5.1 Análisis de sensibilidad y escenarios

El análisis de sensibilidad tiene en cuenta tres posibles escenarios (pesimista, esperado y optimista) para los cuales determinan el VAN modificando individualmente el conjunto de variables a tener en cuenta en la inversión (la respuesta de la demanda, los costes unitarios, etc.) manteniendo el resto constante.

De esta forma, se puede detectar qué variables son más críticas a la hora de obtener la rentabilidad y, en consecuencia, asumir mayor o menor riesgo. Por ejemplo, suponiendo que la variable que más influye en el VAN sea la incertidumbre sobre los costes fijos, será asumible abordar la inversión si es rentable ya que, en principio, el coste fijo presenta una incertidumbre real baja, a pesar de que se le haya forzado en el análisis a tener distintas respuestas (una para cada escenario).

El análisis de escenarios es una extensión del análisis de sensibilidad cuando las variables que se analizan no se toman de forma individual sino que se agrupan, suponiendo escenarios realistas. Por ejemplo, no tendría sentido, tomando el caso anterior, suponer que el coste fijo va a ser comparativamente muy elevado en el escenario pesimista, pero sí que las ventas y, en consecuencia, el encarecimiento del coste por unidad si hubiese economías de escala, varíen de forma conjunta en un escenario de contracción de la economía.

### 2.5.2 El árbol de decisión

El árbol de decisión es un método de análisis de riesgos a través del cuál las empresas establecen las posibles alternativas a las que un determinado proyecto puede enfrentarse y formulan probabilidades para la ocurrencia de dichas alternativas.

De este modo, una vez dadas las probabilidades para cada estado de la naturaleza, se determina un valor actual neto esperado para el proyecto, que toma en cuenta de forma ponderada las distintas.

### 2.5.3 Método del ajuste de la tasa de descuento

A través de la modificación de la tasa de descuento usada en los métodos anteriores es posible incorporar la incertidumbre mediante una prima de riesgo respecto al tipo de interés libre de riesgo.

### 2.5.4 Método del equivalente cierto

Consiste en multiplicar los flujos de caja por un coeficiente  $\alpha$  que calcule el equivalente cierto, de tal forma que el inversor sea indiferente entre percibir la cuasirrenta en condiciones de riesgo o su equivalente cierto en condiciones de certeza. Así, por ejemplo, para el caso del VAN tendríamos

$$VAN = -A_0 + \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i Q_i}{(1+k)^n} = -A_0 + \sum_{i=1}^n \frac{EC_i}{(1+k)^n} \quad (3)$$

El método del ajuste de la tasa de descuento contempla el proyecto globalmente, mientras que el método del equivalente cierto contempla las cuasirrentas de manera aislada.



### 3 El coste de capital

En los dos modelos más importantes para la toma de decisiones de inversión (VAN y TIR) aparece de forma explícita o implícita la variable  $k$  del coste de capital que se convierte en el verdadero eje de decisión de inversión. Se ha definido como una medición del tipo de interés y un determinado valor para el riesgo, sin embargo, no tiene una definición precisa.

#### 3.1 El coste de capital como valor de referencia

Cuando la empresa fija un determinado valor de  $k$  para la toma de decisiones lo hace tomando  $k$  como valor mínimo exigible a la rentabilidad de la inversión pues  $k$  representa el coste que para la empresa tiene el coste de oportunidad de la inversión en términos de capital. Esto es,  $k$  representa la remuneración que el capital necesario para la inversión requiere o el mínimo que podría obtener a través de otras inversiones.

Este coste de capital, por tanto, relaciona las decisiones de inversión de la empresa y las de financiación.

Por este motivo, la determinación del valor del coste de capital es crucial en la toma de decisiones de inversión cuando las fuentes de financiación son múltiples o complejas.

De acuerdo con el ánimo de las empresas de maximizar el beneficio, una forma alternativa de abordar esta maximización es a través de la minimización del coste de financiar las inversiones, es decir, de hacer mínimo el coste de capital  $k$ .

#### 3.2 Valoración del coste de capital

Dado que el coste de capital supone la tasa a la que se financia una empresa, esta financiación puede ser propia o ajena.

##### 3.2.1 Coste del capital ajeno

El coste del capital ajeno ( $r_a$ ) es la tasa de descuento que iguala el valor de los fondos recibidos por la empresa,  $I_0$ , con el valor actual de las salidas de fondos previstas para atender al pago de intereses y del principal:

$$I_0 = \sum_{i=1}^n \frac{S_t}{(1 + r_a)^i} \quad (4)$$

Como se ve, esta estructura es muy parecida a la estructura del VAN, cuando  $k = r_a$ .

**Efecto de los impuestos** las cantidades pagadas por la empresa en concepto de intereses son deducibles de la base imponible del impuesto de sociedades, por lo que para las empresas rentables (i.e. que obtengan beneficios y, por tanto, deban pagar impuestos) el coste del capital ajeno será en realidad menor. Es el llamado escudo fiscal:

$$I_0 = \sum_{i=1}^n \frac{S_t}{(1 + r_a(1 - t_{IS}))^i} \quad (5)$$

**El valor de la inflación** Dado que al pagar una deuda sólo debe devolverse su valor nominal, un aumento de la inflación reduce el valor real de la deuda tal que

$$I_0 = \sum_{i=1}^n \frac{S_t}{(1 + r_a(1 - t_{IS}))^i \cdot (1 + \pi)^i} \quad (6)$$

### 3.2.2 Coste del capital propio

El capital propio ( $r_p$ ) no tiene un coste explícito, sino un coste de oportunidad: la tasa de descuento requerida por los accionistas para que la cotización de las acciones en el mercado no varíe.

$$P_0 = \sum_{i=1}^n \frac{D_i}{(1 + r_p)^i} \quad (7)$$

donde  $P_0$  es la cotización de las acciones y  $D_i$  los dividendos. Así, el coste del capital propio aumentará si aumentan los dividendos repartidos.

**Efecto de los impuestos** En cuanto a los efectos de los impuestos, en el capital propio, los impuestos (concretamente el de la renta, que es el relevante en este caso) tienen el efecto contrario puesto que, si el accionista va a ver gravados sus dividendos, exigirá una rentabilidad superior para compensar.

$$r'_p = \frac{r_p}{1 - t_{IRPF}} \quad (8)$$

**Efecto de la inflación** Un aumento de la inflación supondría una disminución del valor real de los dividendos distribuidos.

### 3.2.3 El coste medio ponderado. Weighted average cost of capital –wacc–

Dado que la mayoría de las empresas tienen una financiación que no depende de exclusivamente recursos propios o recursos ajenos, es necesario establecer un método que pueda sintetizar un único indicador para el coste de capital. Este es el coste medio ponderado.

$$WACC = r_a L + r_p (1 - L) \quad (9)$$

donde

$$L = \frac{D}{D + E} \quad (10)$$

o grado de apalancamiento como fracción de los fondos ajenos (Deuda, D) y fondos propios (E).

El coste del capital medio ponderado se ve influido por el grado de apalancamiento (L, o leverage ratio), que denota la estructura financiera de la empresa. Por tanto, minimizar el wacc implicará determinar la ratio L óptima (L\*)

### 3.2.4 Factores que determinan el coste de capital

Son cuatro: las condiciones económicas, las condiciones del mercado, las condiciones financieras y operativas de la empresa, y la cantidad de financiación necesaria para realizar las nuevas inversiones

**Condiciones económicas** Esta variable económica viene reflejada en el tipo de interés sin riesgo (como el rendimiento de las emisiones a corto plazo realizadas por el Estado) dado que éste se compone del tipo de interés real pagado por el Estado y de la tasa de inflación esperada.

**Condiciones de mercado** Cuando el riesgo del proyecto aumenta el inversor exigirá una mayor tasa de rendimiento requerida, haciendo lo contrario en el caso de que aquél descendiese. A la diferencia entre el rendimiento requerido de un proyecto de inversión con riesgo y al de otro idéntico pero carente de éste se le denomina prima de riesgo, por ello cuanto mayor sea el riesgo mayor será dicha prima y viceversa.

**Condiciones financieras de la empresa** El riesgo, o variabilidad del rendimiento, también procede de las decisiones realizadas en la empresa. El riesgo se divide en dos clases. Por un lado, el riesgo económico, que hace referencia a la variación del rendimiento del activo de la empresa y que depende de las decisiones de inversión de la empresa. Por otro lado, el riesgo financiero, que se refiere a la variación en el rendimiento obtenido por los accionistas ordinarios de la compañía como resultado de las decisiones de financiación (en cuanto al uso de la deuda y de las acciones preferentes). Cada vez que estos riesgos aumentan el rendimiento requerido también lo hace y, por ende, el coste del capital.

**Cantidad de financiación** Cuando las necesidades de financiación de la empresa aumentan, el coste del capital de la empresa varía debido a una serie de razones. Por ejemplo, si el recurso es a financiación interna, cada vez que se emiten títulos hay que hacer frente a los denominados costes de emisión, estos costes son menores cuanto mayor sea el volumen de la emisión. También, si la empresa solicita un volumen de financiación realmente grande en comparación con el tamaño de la misma, los inversores dudarán de la capacidad de la directiva de absorber eficientemente esa gran cantidad de dinero lo que hará que aumente su rendimiento requerido y, por tanto, el coste del capital. Además, cuanto mayor volumen de acciones se emita mayor será el descenso del precio de las mismas en

el mercado lo que redundará en un aumento del coste del capital.

Por tanto, el coste de capital es una variable de medida difícil que, sin embargo, es una medida crucial en la determinación del nivel mínimo de rentabilidad exigida a una inversión que, en todo caso, será mayor cuanto mayor sea el riesgo que corre la empresa. Por ello, la interrelación entre rentabilidad, riesgo y coste de capital es total.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 43. La empresa y las decisiones de financiación: financiación propia frente a financiación ajena. Política de dividendos y estructura de capital.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Formas de financiación

La empresa necesita recursos financieros con los que poder financiar las inversiones necesarias para la realización de su actividad productiva, así como para hacer frente al pago de los gastos corrientes originados por la misma. Siguiendo los términos utilizados en el balance agruparemos las fuentes de financiación de la empresa en:

- Recursos propios (fuentes de financiación propia).
- Recursos ajenos a medio y largo plazo (fuentes de financiación ajena).
- Recursos ajenos a corto plazo (fuentes de financiación ajena).

## 1.1 Recursos Propios

Por recursos propios se identifica al capital y a las reservas y como tales aparecen en el pasivo del balance. Los recursos propios son las fuentes de financiación más estables o permanentes que tiene la empresa, ya que no tienen vencimiento. Además son los que soportan un mayor riesgo, puesto que en caso de quiebra los socios son los últimos en percibir el valor que resulta de la liquidación de la empresa. Retomando el concepto de reservas, éstas son generadas por las retenciones de beneficios.

### 1.1.1 La financiación interna o autofinanciación

La financiación interna o autofinanciación está integrada por aquellos recursos financieros que la empresa genera por si misma, sin necesidad de tener que acudir al mercado financiero. Por tanto la autofinanciación de una empresa está formada por los beneficios que se han ido reteniendo a lo largo del tiempo, los cuales se destinarán a financiar el crecimiento de la empresa y al mantenimiento de la capacidad productiva de la misma. En consecuencia, según la función que cumplen estos fondos se distinguen dos tipos de financiación interna:

- La formada por los beneficios que se retienen para mantener la capacidad productiva de la empresa: es la denominada autofinanciación de mantenimiento cuya finalidad es la de mantener intacta la riqueza o capital de la empresa. Esta autofinanciación se debe fundamentalmente a las amortizaciones, cuyo fondo constituye un elemento de financiación considerable a lo largo del tiempo y clave en la dirección financiera de la empresa. Un elemento marginal son las provisiones, destinadas a cubrir eventos imprevistos y costosos para la empresa.
- La otra financiación interna corresponde a beneficios retenidos para acometer nuevas inversiones que conlleven al crecimiento de la empresa, es la denominada autofinanciación por enriquecimiento o autofinanciación propiamente dicha, y que en el balance se halla recogida en las cuentas de reservas: legal, estatutaria, voluntaria, remanente de ejercicios anteriores, reservas especiales, etc., las cuales suponen un incremento del neto patrimonial.

Entre las ventajas de la autofinanciación encontramos:

1. Disfrute de mayor autonomía y libertad de acción
2. Las reservas son una fuente de financiación que no requiere ser remunerada
3. Es, la práctica, la única forma de financiación a largo plazo para empresas de pequeño volumen.

Por contra, la autofinanciación plantea los siguientes inconvenientes:

1. La autofinanciación, cuando lleva a una acumulación excesiva, es contraria al propio espíritu de los accionistas.
2. La autofinanciación, a veces, lleva a que se realicen inversiones poco rentables en la empresa.
3. La autofinanciación, al reducir los dividendos, disminuye la rentabilidad de las acciones y, de esta forma, el valor de las acciones en Bolsa desciende.

## **1.2 Financiación Externa**

La financiación externa está formada por aquellos recursos financieros que la empresa obtiene del exterior. La financiación interna o autofinanciación resulta normalmente insuficiente para satisfacer las necesidades financieras de la empresa y ésta tiene que acudir a la llamada financiación externa, bien sea emitiendo acciones (ampliando su capital), o emitiendo obligaciones (con lo cual la empresa se endeuda), o acudiendo al mercado de crédito para obtener préstamos a corto, medio o largo plazo.

### **1.2.1 La emisión de acciones u obligaciones**

Las acciones representan partes alícuotas del capital social, y estas podrán ser al portador o nominativas, pero revestirán necesariamente esta última forma mientras no haya sido desembolsado su importe. En lo que hace referencia al precio de emisión, éste puede ser igual, superior o inferior al valor nominal de la acción, y de ahí que se hable de acciones emitidas a la par, sobre la par o con prima de emisión y bajo la par, si bien, ésta última opción no está permitida en España.

En toda ampliación del capital social, los antiguos accionistas podrán ejercitar, dentro del plazo fijado a tal efecto, el derecho a suscribir en la nueva emisión un número de acciones proporcional al de las que posean. Este derecho de suscripción preferente a favor de los antiguos accionistas tiene por objeto salvaguardar los derechos que aquellos tienen sobre las reservas de la sociedad.

Por otro lado, las obligaciones representan una parte alícuota de una deuda. La obligación es, por tanto, un título-valor que representa una parte de un crédito concedido a una sociedad, esto es, una parte alícuota de un empréstito. Las empresas acuden a la financiación mediante empréstitos cuando no encuentran la cuantía de capitales que necesitan. En tales circunstancias, las empresas pueden conseguir fondos dividiendo la cuantía del capital que desean en pequeños títulos y colocarlos entre un gran número de pequeños ahorradores privados. Se denomina

amortización al reembolso, por parte de la sociedad, de las obligaciones emitidas utilizando cualquiera de las siguientes formas: 1) por amortización o por pago anticipado, de acuerdo con las condiciones de la escritura de emisión; 2) como consecuencia de los convenios celebrados entre sociedad y el Sindicato de Obligacionistas; 3) por la adquisición en Bolsa, al efecto de amortizarlas, y 4) por conversión en acciones, de acuerdo con los titulares.

Las obligaciones, cuando son convertibles, pueden transformarse en acciones de la empresa.

### **1.2.2 Otros recursos a medio y largo plazo**

Por un lado los préstamos suponen una de las herramientas más usadas para la financiación de las empresas en el medio y largo plazo, formando parte de los capitales permanentes de la empresa, y, en consecuencia, deben financiando los activos de la misma, y, además, la parte más estable del activo circulante.

Por otro lado, el arrendamiento financiero, conocido también como leasing, es una fórmula de financiación que permite a las empresas que precisan bienes de producción la posibilidad de disponer de ellos durante un tiempo determinado, mediante el pago periódico de una cuota. Dentro del leasing se han promocionado distintas modalidades, principalmente las del leasing financiero y el leasing operativo:

- a) Leasing Operativo: en esta modalidad, el arrendador suele ser un fabricante, un distribuidor o un importador de bienes de equipo y la característica fundamental es la de ser revocable por el arrendatario previo aviso al arrendador siendo los gastos de mantenimiento, riesgos técnicos y de obsolescencia soportados por el arrendador.
- b) Leasing Financiero: es el que habitualmente se realiza en España. En él la sociedad de leasing se compromete a entregar el bien, pero no a su mantenimiento ni a su reparación, y el usuario queda obligado a pagar el importe del alquiler durante toda la vida del contrato sin poder rescindirlo unilateralmente.

### **1.2.3 Recursos ajenos a corto plazo**

Además de los créditos a medio y largo plazo, la empresa necesita crédito a corto plazo que le permita hacer frente a las necesidades de tesorería que se producen como consecuencia de los desfases temporales entre entradas y salidas de dinero que origina el ciclo de explotación. Los créditos a corto plazo más utilizados por las empresas son los siguientes:

1. La financiación de los proveedores o crédito comercial. Financiación que resulta gratuita para la empresa si el importe de los materiales y suministros no varía por el hecho de aplazar su pago
2. Los créditos bancarios a corto plazo. Dentro de los créditos bancarios a corto plazo, dos modalidades muy extendidas son: El descubierto en cuenta y la póliza de crédito o apertura de una línea de crédito.
3. El descuento comercial. El descuento comercial se utiliza como instrumento financiero al disponer anticipadamente del importe de las facturas, cuyos derechos de cobro sobre los clientes se han materializado en



letras de cambio, las cuales al ser descontadas antes de su vencimiento permiten conseguir recursos financieros.

4. El factoring o venta de cuentas a cobrar. Es una operación o contrato consistente en la cesión en firme (antes de su vencimiento) de un crédito comercial a corto plazo de su titular a una firma especializada. Esta sociedad, denominada sociedad factor, asume el riesgo de insolvencia y se encarga de su contabilización y cobro, percibiendo a cambio una comisión.
5. El renting. El renting es un contrato mercantil bilateral por el cual una de las partes, la sociedad de renting, se obliga a ceder a otra, el arrendatario, el uso de un bien por un tiempo determinado, a cambio del pago de una renta periódica. El pago de esta renta incluye el derecho al uso del equipo, el mantenimiento del mismo y un seguro que cubra posibles siniestros del equipo.

## **2 Estructura de capital**

La estructura de capital de una empresa se refiere a la mezcla específica de deuda a largo plazo y capital que utiliza para financiar sus operaciones. La determinación de la estructura de capital se basa en la resolución de qué combinación de deuda y recursos propios es la óptima ya que una composición u otra dará lugar a rentabilidad exigida a los proyectos distinta, pero también afecta al riesgo empresario (falta de seguridad en la obtención de resultados) y al riesgo financiero (variabilidad de los flujos por la forma de financiamiento que se elija).

La estructura de capital es, además, un fenómeno dinámico, puesto que la forma en la que se amortizan las distintas fuentes de financiación son, así mismo, nuevos proyectos que requieren de métodos de financiación.

En definitiva, la estructura de capital pone en relación a los distintos agentes e intereses que componen los niveles superiores la empresa: gerentes y ejecutivos y accionistas.

### **2.1 El enfoque tradicional**

Según el enfoque tradicional, la financiación con deuda tiene un menor coste que la que proviene de ampliar capital ya que los inversores asumen menos riesgo cuando suscriben deuda y por ello exigen menor rentabilidad. Ello implica que, para niveles bajos de deuda, si una empresa se financia en mayor proporción con deuda reducirá su coste de capital y aumentará el valor de la empresa. Sin embargo, a partir de un determinado nivel de endeudamiento, accionistas y acreedores empezarán a exigir una rentabilidad mayor para compensar los riesgos asumidos. Entonces, el coste de capital de la empresa aumentará existiendo un punto óptimo que minimiza los costes. De esta forma, la teoría tradicional postula que existe una estructura de capital óptima, es decir, existe una relación deuda-fondos propios que maximiza el valor total de mercado de la empresa.

## **2.2 La posición de Miller-Modigliani**

Si bien de acuerdo con la teoría tradicional hay un trade-off entre deuda y recursos propios, para Miller-Modigliani la elección de una vía u otra es irrelevante dentro de condiciones de eficiencia de mercados y ausencia de costes de transacción e impuestos, situándose las empresas en bandas de riesgo homogéneas.

Esta proposición de irrelevancia de la estructura de capital prueba que la elección de la política financiera de la empresa no afecta al valor de la misma ya que no afecta a la distribución de probabilidad de los flujos de caja totales de la empresa y supone una completa separación entre las decisiones de inversión y financiación.

Así, el valor de la empresa viene determinado por la capacidad de sus activos para generar renta y, no por los títulos que emite para financiar sus inversiones.

Además se establece que la tasa esperada de rentabilidad de las acciones de una empresa es una función lineal del nivel de endeudamiento. A medida que la empresa utiliza mayor nivel de endeudamiento, el coste de los fondos propios aumentará de forma lineal. Así, la rentabilidad que los accionistas pueden esperar recibir de sus acciones aumenta a medida que el ratio de endeudamiento de la empresa crece.

En definitiva, las decisiones de inversión y financiación son independientes por lo que se pueden tomar de forma aislada. Para los inversores tiene importancia exclusivamente el riesgo económico del sector de actividad en el que invierte la empresa y no el riesgo financiero que asuma la empresa ya que cualquier estructura de capital es buena puesto que conduce a la misma tasa de descuento para los flujos de caja.

El equilibrio en la decisión de la estructura de capital de cada empresa viene dado por el arbitraje que realizan los inversores.

## **2.3 La teoría jerárquica**

Según esta teoría, las empresas pueden financiar sus inversiones de 3 maneras: utilizando recursos propios, endeudándose, o ampliando capital.

Estas fuentes de financiación implican diferente coste: la menos costosa es la financiación con recursos propios, seguida del endeudamiento (cuyo coste es creciente con el nivel de deuda), y por último la más costosa es la emisión de nuevas acciones.

Gráficamente: inversiones superiores a los recursos propios de la empresa se financiarán con deuda. Pero a partir de un nivel, ésta se vuelve más cara que la emisión de acciones, por lo que a partir de ese nivel se recurre a éstas.

En este sentido, la estructura óptima no es un mix, sino más bien una acumulación de niveles que se saturan.

## **2.4 Las teorías de la agencia y directivas**

Al margen de las teorías explicadas anteriormente, la empresa no actúa con un único criterio. Así, existen diferentes incentivos y objetivos dependiendo de los agentes que componen la empresa. Los accionistas desean maximizar el valor de la empresa y el reparto de dividendos mientras que los ejecutivos prefieren mayores salarios o estatus. Esta posición de búsqueda de estatus puede forzar a los ejecutivos a buscar fuentes de financiación alejadas de los conservadores recursos propios de cara a expandir la empresa y mantener el crecimiento.

El recurso al endeudamiento reporta importantes economías fiscales a la empresa con lo que el coste efectivo de la deuda es inferior al coste de las acciones. Por otra parte, la deuda no altera el grado de concentración del voto entre los accionistas. Como contrapartida, el endeudamiento involucra mayores riesgos tanto para los accionistas como para la dirección. Además, un volumen excesivo de endeudamiento pudiera tener como consecuencia una caída importante de la cotización bursátil de las acciones originando pérdidas de capital y serias amenazas para la seguridad de la dirección, ya sea por propiciar una eventual absorción, o por abrigar la posibilidad de concentración de voto accionarial contrario a la gestión actual.

La función de utilidad y de exposición al riesgo para sus intereses de los directivos hará que, en los casos más conservadores, la pauta a seguir sea la seguida por las empresas del sector. Actuando la cotización de la empresa como un grado de satisfacción de los accionistas con las decisiones de los directivos.

## **3 La política de dividendos**

La forma en la que la empresa capta inversores o varía su valor puede estar relacionada con el modo en que distribuye los beneficios no retenidos, lo cuál también se ve influido por el montante de la retención de beneficios y, en consecuencia, con la estructura de capital. Así pues, lo señalado anteriormente también tiene su importancia en la forma en la que se realiza la política de dividendos (como algo irrelevante o como una forma de evaluar la acción de los directivos).

Existe un elevado conjunto de posibilidades para la distribución de beneficios, desde la distribución del total de los beneficios, la ausencia de distribución, la distribución variable, distribución por proporción fija o por dividendo constante o la existencia de distribución sólo como elemento residual tras cubrir las inversiones con recursos propios.

Igualmente es posible retribuir a los accionistas a través de actividades distintas a la distribución de acciones, tales como la recompra de acciones, la emisión de nuevas acciones en caso de reservas elevadas o la ampliación de capital con derecho de suscripción preferente, efectuar acciones no monetarias sobre la distribución de dividendos a través de la recompra.

### 3.1 Teorías sobre la distribución de dividendos

#### 3.1.1 Gordon y Lintner

Frente a la irrelevancia de Miller-Modigliani se presenta la teoría de Gordon y Lintner que establecen que la política de dividendos sí que influye en la tasa de rendimiento requerida por los inversores que aumenta al reducirse la tasa de reparto de beneficios debido a que, desde el punto de vista de los inversores, los pagos vía dividendos son más seguros que los que provienen vía ganancias de capital.

$$r_e = \frac{D_1}{P_0} + g \quad (1)$$

Así, la rentabilidad exigida es igual a una fracción de los dividendos esperados por el valor de las acciones más su tasa de crecimiento.

Para ellos el precio de la acción en el mercado es igual a los dividendos esperados entre la diferencia de la tasa requerida por los inversores y el crecimiento de la empresa, que es igual a la retención de beneficios por el rendimiento sobre acciones de la empresa, tal que

$$P_0 = \frac{D_1}{r_e - g} = \frac{(1 - b) \cdot BPA_1}{r_e - (b \cdot ROE)} \quad (2)$$

Donde BPA es el beneficio esperado por acción y ROE el return on equity<sup>1</sup>, siendo b una tasa de reparto.

Cuando el el rendimiento de las acciones se iguala a la tasa exigida por los inversores, el precio de las acciones no depende de la política de dividendos, pero en cualquier otro caso la política de dividendos sí que influye en el valor de la empresa.

En concreto, cuando  $ROE > r_e$ , es conveniente incrementar la tasa de retención y distribuir pocos dividendos, si lo que se busca es maximizar el valor de las acciones y, alternativamente, si  $ROE < r_e$  entonces lo más conveniente sería repartir el más alto dividendo posible

Una lectura más detenida del modelo de Gordon muestra que éste se refiere realmente a un cambio en la política de inversión y no en la de dividendos. Lo que realmente está diciendo el modelo de Gordon es que las empresas que pagan menores dividendos tienden a tener inversiones más arriesgadas; o que hay una mayor incertidumbre sobre cómo dichas decisiones de inversión serán tomadas en el futuro. Y por esta razón, y no por los menores dividendos, el mercado descuenta el beneficio de las compañías, que reparten un menor dividendo, más fuertemente. Concretando, los inversores descuentan los beneficios futuros de acuerdo a los riesgos financiero y económico que perciben en la empresa, y no con relación a la tasa de reparto de beneficios de la misma.

---

<sup>1</sup>  $\frac{\text{Beneficio neto}}{\text{Patrimonio neto}}$

### **3.1.2 Efecto clientela**

En un mercado eficiente los inversores podrían diseñar su propia política de dividendos sin más que vender más acciones o recomprarlas, respectivamente, según quisieran más o menos dividendos que los repartidos por la empresa. Pero en un mercado en el que existen costes de transacción el mero hecho de comprar o vender títulos le resultaría más caro al inversor que tendría que pagar unos costes de transacción además, claro está, de que tendría que pagar los impuestos respectivos por recibir los dividendos o por las plusvalías en el caso de la venta de títulos. Como resultado, de estas consideraciones los inversores podrían no estar interesados en adquirir o vender las acciones que les permitan diseñar su propia política de dividendos. De tal forma que si tienen una política de dividendos determinada buscarían aquella empresa que la satisfaga, con preferencia a realizarla por sí mismos debido al coste añadido que ello tendría. De esta forma las empresas e inversores que prefieren grandes dividendos líquidos invertirán en aquellas empresas que se los proporcionen, mientras que las que los prefieran pequeños buscarán las compañías que tengan dicha política. Por ello esta teoría recibe el nombre de efecto clientela, pues cada empresa tendrá sus propios inversores-clientes.

### **3.1.3 Dividendos como señalización**

Otro de los elementos que anclan la política de dividendos es las señales que emiten al mercado. Un aumento imprevisto de la distribución de dividendos supondrá una buena noticia entre los inversores y un aumento del precio de las acciones. En un escenario de información asimétrica, esta sobre-reacción a la política de dividendos puede llevar a decisiones ineficientes sobre la financiación de las empresas.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 44. Análisis del crecimiento de la empresa. Métodos de valoración de empresas.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

La empresa, como agente cuyo objetivo es la maximización del beneficio dentro de un entorno competitivo e institucional dado, se ve en la necesidad de realizar una serie de inversiones que le permitan competir mejor para alcanzar mejores rentabilidades en el mercado, estas inversiones a menudo deben contar con la participación de otros agentes para los cuales la valoración general de las empresas y su crecimiento son variables a tener en cuenta en la medición de su exposición ante los negocios de ésta.

## 2 El crecimiento de la empresa

La empresa, como organización puede crecer en dos sentidos, en una vertiente interna y en otra externa. No obstante, antes de entrar en ese análisis explicaremos las teorías que pretenden señalar los motivos del crecimiento empresarial

### 2.1 Teorías explicativas del crecimiento para alcanzar el óptimo

#### 2.1.1 Teoría neoclásica

La dimensión óptima de una empresa viene dada por aquella dotación de factores que le permite producir en el mínimo de la curva de costes medios a largo plazo (es decir, donde se aprovechan plenamente las economías de escala). Ahora bien, si consideramos la existencia de un exceso de capacidad (teoría de los costes de Stigler), se puede obtener una horquilla de dimensiones óptimas entre un mínimo y un máximo que permite un reajuste incluso en el corto plazo.

#### 2.1.2 Teoría de Coase

Una empresa crecerá hasta que los costes de producir internamente se igualen a los costes de transacción en los que se incurre al acudir al mercado para realizar dicha actividad. Es decir, las empresas buscan sistemáticamente reducir las externalizaciones y ese es el motivo de su crecimiento.

#### 2.1.3 Teoría de Penrose

Según Penrose, el crecimiento empresarial se debe a la aparición de desequilibrios internos: si se produce algún cambio en el entorno de la empresa que cambia el tamaño óptimo, entonces la empresa se encuentra en una situación de desequilibrio, lo que incentivará su (de)crecimiento. Además, estos desequilibrios tienden a retroalimentarse: la infrautilización de una máquina incentiva una expansión de la empresa, lo que a su vez puede provocar que otros recursos pasen a estar infrautilizados y así sucesivamente.

## **2.2 Teorías sobre la inexistencia del óptimo**

### **2.2.1 Teoría Gibrat o ley del efecto proporcional**

Gibrat observa que si clasificamos a las empresas en función de su tamaño, éstas suelen mostrar una distribución asimétrica caracterizada por la existencia de unas pocas empresas grandes, unas cuantas empresas medianas y muchas empresas pequeñas. Sin embargo, si aplicamos una transformación logarítmica a dicha distribución asimétrica y derivamos con respecto al tiempo (es decir, si lo transformamos en tasas de crecimiento empresarial), se suele obtener una distribución normal. Además, se observa que el crecimiento empresarial no depende del tamaño de la empresa, sino que es un proceso estocástico o paseo aleatorio. Por tanto, una empresa pequeña tiene la misma probabilidad de crecer un X% que una empresa grande. Esto es lo que Gibrat denomina “ley del efecto proporcional”.

### **2.2.2 Teoría de Geroski**

Según la evidencia empírica, el tamaño de las compañías no parece converger, lo que podría explicarse de 2 maneras:

1. Que el crecimiento empresarial sigue un paseo aleatorio (como expone Gibrat).
2. Que el crecimiento empresarial se debe a las innovaciones, y éstas son irregulares (tesis de Geroski). En efecto, según este autor los empresarios son innovadores esporádicos: si una empresa ha innovado hace poco, puede preferir esperar un cierto tiempo, lo que explica ese proceso de innovación irregular (lo que explica, a su vez, el crecimiento irregular).

### **2.2.3 Hipótesis de Alexander**

Según Alexander, las empresas no sólo crecen para maximizar el beneficio, sino también para estabilizarlo. Y es que el crecimiento permite diversificar actividades y mercados, disminuyendo por tanto el riesgo y estabilizando los resultados.

### **2.2.4 Hipótesis de Marris**

Según Marris, el crecimiento se debe a un intento de los directivos de maximizar su utilidad individual, lo cual puede conducir a un tamaño empresarial diferente del óptimo económico.

## **2.3 El crecimiento interno**

Se refiere al incremento de su capacidad productiva; la propia empresa realiza inversiones en su propia estructura (construcción nuevas instalaciones, nueva maquinaria, trabajadores...), es decir que supone la inversión en factores productivos para aumentar la capacidad productiva de la empresa. El crecimiento de una empresa puede desarrollarse en diferentes direcciones según cuál sea la estrategia que persiga.



### 2.3.1 Estrategias de expansión

**Penetración del mercado** consiste en aumentar la participación de la empresa en el mercado actual, aumentando el uso del producto/servicio por los clientes para vender más pero sin modificar los productos/servicios que ofrece la empresa. También se conoce esta estrategia como aumento de cuota de mercado.

**Desarrollo de producto** Consiste en la introducción de nuevos productos en los mercados actuales en los que la empresa ya participa. Como por ejemplo, la adición de un nuevo sabor para un determinado refresco.

**Desarrollo de mercados** Otra forma de expansión es la apertura de nuevos mercados en los que la empresa puede vender sus productos o servicios.

### 2.3.2 Estrategias de diversificación

**Diversificación vertical** En este caso, la empresa decide realizar actividades accesorias a su producto principal bien hacia adelante (cuando estas actividades se desarrollan tras el producto principal; por ejemplo, asumir la distribución final del producto) o hacia atrás (cuando las actividades preceden al producto; por ejemplo, fabricar algún compuesto que anteriormente se externalizaba).

**Diversificación horizontal** En este caso, la empresa produce o comercia con productos nuevos que están relacionados con la actividad principal de la empresa y que pueden ser complementarios o sustitutivos de sus productos originales. Por ejemplo, una cadena de frigoríficos que comienza a producir congeladores u otros electrodomesticos de gama blanca.

**Diversificación heterogénea o no relacionada** La empresa lanza nuevos productos que no guardan ninguna relación con sus productos originales. Suele realizarse con el objeto de explotar oportunidades de mercado rentables, pero es una estrategia arriesgada en la medida en que la empresa entra en un entorno competitivo nuevo para ella. El objetivo de crecimiento interno viene, a menudo, facilitado por la existencia de economías de escala que permiten una producción mayor a través de la reducción de los costes marginales.

## 2.4 Crecimiento externo

El crecimiento externo es el que se produce a través de acuerdos, alianzas o uniones con otras empresas. Al igual que cuando crece por sí misma, la empresa puede aplicar estrategias de especialización y diversificación cuando crece a través de alianzas o uniones con otras empresas. En este caso se distingue entre cooperación y concentración

### 2.4.1 Estrategias de cooperación

La cooperación empresarial consiste en acuerdos por medio de los cuales dos o más empresas unen sus fuerzas para actuar conjuntamente. Es beneficiosa en la medida en que las empresas comparten recursos e información

para minimizar riesgos y costes. Dependiendo del ámbito del acuerdo, podemos hablar de cooperación productiva (un ejemplo serían la subcontrataciones), cooperación comercial (como cuando varias empresas se unen para comprar o vender en condiciones más ventajosas) o cooperación tecnológica (la cesión de patentes o los proyectos de investigación conjuntos serían sendos ejemplos de cooperación tecnológica). Existe una amplia variedad de formas de cooperación

**Franquicia** Consiste en un acuerdo por medio del cual una empresa franquiciadora cede a una empresa franquiciada el derecho a usar una marca o fórmula comercial a cambio de unos pagos periódicos. El franquiciador cede su imagen de marca, se encarga de la publicidad y promoción y proporciona asesoramiento y formación; a cambio, asume pocos riesgos, ya que el franquiciado se responsabiliza de su negocio.

**Cártel** Es un acuerdo entre empresas de un mismo sector para fijar la producción y los precios del mismo. Debido a su carácter contrario a la competencia, está prohibido en Estados Unidos, la Unión Europea y la mayor parte de los países desarrollados.

**Joint Venture (o sociedad de riesgo compartido)** es un acuerdo por el que dos o más empresas aportan capital para constituir una sociedad que desarrolle una nueva actividad que supone un cierto riesgo. Suele realizarse entre empresas de diferentes países, cuando una de ellas quiere operar en un país del que no tiene mucha información.

**Clúster** Es una concentración geográfica de empresas e instituciones que comparten interés por un sector económico concreto. Por un lado, estas empresas compiten entre ellas, pero por otro, también cooperan y se benefician de estar unas junto a otras para lograr ser más competitivas. Un ejemplo de este tipo sería la industria cinematográfica de Hollywood.

Otros sistemas sería la UTE donde varias empresas se unen para llevar a cabo un mismo proyecto salvaguardando su independencia, o la Agrupación de Interés Económico (AIE) donde el acuerdo consiste en una actuación conjunta para conseguir algún tipo de ventajas como puede ser la centralización de compra.

#### **2.4.2 Concentración empresarial**

La concentración empresarial consiste en la unión permanente de dos o más empresas. Esta unión puede adoptar diversas formas:

**Participación** tiene lugar cuando una empresa adquiere parte del capital de otra empresa sin que esta pierda su personalidad jurídica. Puede tratarse de una participación minoritaria o mayoritaria, si se controla más del 50% del capital de la empresa participada. Si una empresa "matriz" adquiere una participación mayoritaria en un grupo de empresas denominadas "filiales", el grupo formado se denomina holding.

**Integración** Es una unión de empresas en la que al menos alguna de ellas pierde su personalidad jurídica. En una *absorción*, una empresa adquiere la propiedad de otra, que desaparece como tal y pasa a integrarse en la estructura de la empresa compradora. En una *fusión*, dos o más empresas desaparecen para dar lugar a una nueva empresa.

### 3 La valoración de la empresa

Los métodos para la valoración de las empresas son tan variados como los objetivos que subyazcan en el propósito de su valoración. Por ejemplo, una gran empresa extranjera muy avanzada tecnológicamente desea comprar otra empresa nacional, ya conocida, para entrar en nuestro mercado aprovechando el renombre de la marca local. En este caso, el comprador extranjero tan sólo valorará la marca, pero no valorará las instalaciones, maquinaria, etc., ya que él mismo dispone de unos activos más avanzados. Por el contrario, el vendedor sí que valorará muy bien sus recursos materiales, ya que están en situación de continuar produciendo. De acuerdo con el punto de vista del primero, se trata de determinar el valor máximo que debería estar dispuesto a pagar por lo que le aportará la empresa a adquirir; desde el punto de vista del vendedor, se trata de saber cuál será el valor mínimo al que debería aceptar la operación.

Como hemos visto, las fusiones y adquisiciones se basan en la creencia de que con ellas es posible aumentar el valor de las compañías involucradas. Por todo ello es imprescindible realizar de antemano una valoración de la empresa objetivo.

En primer lugar es importante destacar la distinta valoración de empresas en función de si cotizan o no en bolsa:

1. Sí cotiza. La valoración de las empresas que cotizan en bolsa puede parecer una tarea sencilla dado que existe un valor de mercado para las acciones de dicha empresa. Sin embargo, hay que tener en cuenta que la fiabilidad del valor de mercado de dichas acciones dependerá de:
  - (a) La eficiencia del mercado financiero, ya que, si no es eficiente, dicho valor no estará incorporando toda la información disponible que sea relevante para la empresa.
  - (b) El valor de cotización no tiene en cuenta el posible aumento de valor de la empresa derivado de la operación de fusión o adquisición.
2. No cotiza. En este tipo de empresas será más difícil obtener información de cara a su valoración ya que:
3. No está disponible la función señalizadora del precio de mercado de las acciones.
4. Están sujetas a menos requisitos de información.

Los más utilizados en la práctica son los que se basan en cuatro aspectos fundamentales: el balance; la cuenta de resultados; los mixtos; y los que se basan en el descuento de flujos.

### **3.1 Métodos basados en el balance (valor patrimonial)**

Estos métodos tratan de determinar el valor de la empresa a través de la estimación del valor de su patrimonio. Se trata de métodos tradicionalmente utilizados que consideran que el valor de una empresa radica fundamentalmente en su balance o en sus activos. Proporcionan el valor desde una perspectiva estática.

#### **3.1.1 Valor contable**

El valor contable de las acciones (también llamado valor en libros, patrimonio neto o fondos propios de la empresa) es el valor de los recursos propios que figuran en el balance (capital y reservas). Esta cantidad es también la diferencia entre el activo total y el pasivo exigible. Este valor tiene el problema de su propia definición: la contabilidad nos relata una versión de la historia de la empresa (los criterios contables están sujetos a mucha subjetividad), mientras que el valor de las acciones depende de las expectativas. Por ello, prácticamente nunca el valor contable coincide con el valor “de mercado”.

#### **3.1.2 Valor contable ajustado**

Como resolución del enfoque anterior, otro método consiste en valorar los activos y los pasivos ajustándolos a su valor de mercado, consiguiendo el patrimonio neto ajustado.

#### **3.1.3 Valor de liquidación**

Es el valor de una empresa en el caso de que se proceda a su liquidación, es decir, que se vendan sus activos y se cancelen sus deudas. Este valor se calcula deduciendo del patrimonio neto ajustado los gastos de liquidación del negocio (indemnizaciones a empleados, gastos fiscales y otros gastos propios de la liquidación). Lógicamente, la utilidad de este método está restringida a una situación muy concreta, como es la compra de la empresa con el fin de liquidarla posteriormente. Este valor suele usarse como el valor mínimo de venta.

#### **3.1.4 Valor sustancial**

El valor sustancial representa la inversión que debería efectuarse para constituir una empresa en idénticas condiciones a la que se está valorando. También puede definirse como el valor de reposición de los activos, bajo el supuesto de continuidad de la empresa, por oposición al valor de liquidación.

### **3.2 Métodos basados en la cuenta de resultados**

A diferencia de los anteriores, estos métodos se basan en la cuenta de resultados de la empresa. Tratan de determinar el valor de la empresa a través de la magnitud de los beneficios, de las ventas o de otro indicador. En esta categoría se incluyen los métodos basados en el PER: según este método, el precio de la acción es un múltiplo del beneficio.

### 3.2.1 Valor de los dividendos. Gordon-Shapiro

Los dividendos son los pagos periódicos a los accionistas y constituyen, en la mayoría de los casos, el único flujo periódico que reciben las acciones. Según este método, el valor de una acción es el valor actual de los dividendos que esperamos obtener de ella.

De acuerdo con la teoría de Gordon y Shapiro, el valor intrínseco de una acción será igual al valor presente de todos sus rendimientos futuros. Así, si mantenemos la acción ad infinitum, su valor será igual al valor actual de los dividendos que genere

$$P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_0(1+d)^{t-1}}{(1+k)^t} \quad (1)$$

donde  $d$  es la tasa a la que crecen los dividendos (que es igual a la tasa de retención de beneficios por la rentabilidad financiera,  $b \cdot \text{RoE}$ ), y  $k$  es la tasa de descuento (i.e. rendimiento de una acción de semejante riesgo –que podemos calcular, por ejemplo, a través del método CAPM–). Al ser una suma de infinitos términos del tipo  $[(1+d)^{t-1}/(1+k)^t]$  entonces podemos reescribir

$$P_0 = \frac{D_0}{k-d} \quad (2)$$

El valor teórico de la empresa será igual al número de acciones por el precio por acción antes calculado, sumando el valor de la deuda.

### Limitaciones

1. Hay empresas que distribuyen dividendos muy pequeños o no distribuyen. En efecto, la evidencia empírica señala que el reparto de dividendos varía en función de la fase en que se encuentre la empresa (en fase de crecimiento no se reparten dividendos ya que interesa reinvertir los beneficios, y en fase de madurez el dividendo se estabiliza).
2. El modelo realiza un análisis para un número dado de acciones emitidas por una empresa, por lo que este valor puede cambiar si cambia el número de acciones.
3. No es apropiado para casos en los que  $d > k$ .
4. Este método no tiene en cuenta el hecho de que el comprador, al hacerse con la empresa, tiene un valioso control sobre la política de dividendos, cuya alteración podría alterar a su vez el valor de la empresa. De ahí que el siguiente método de los flujos de caja libres se considere superior.

### 3.2.2 Valor de los beneficios. PER

Según este método, el valor de las acciones se obtiene multiplicando el beneficio neto anual por un coeficiente denominado PER (iniciales de price earnings ratio).

$$PER = \frac{P_0}{BPA} \quad (3)$$

La asignación concreta del valor PER es variable. Uno de estos valores puede ser el dado por el criterio del valor de los dividendos de Gordon-Shapiro donde

$$P_0 = \frac{BPA(1 - b)}{k - d} \Rightarrow \frac{P_0}{BPA} \equiv PER = \frac{1 - b}{k - d} \quad (4)$$

Una vez estimado el PER, podemos despejar para obtener el precio teórico de una acción ( $P_0$ ) y, multiplicando éste por el número de acciones, el valor total del patrimonio neto. A esta cantidad le sumamos el valor actual de la deuda para obtener el valor de la empresa. El PER se utiliza fundamentalmente para realizar comparaciones con otras empresas del sector (o incluso con valores históricos del PER de la propia empresa).

**Ventajas** 1. Se trata de un método sencillo, pues las estimaciones necesarias para calcular el PER suelen estar siempre disponibles.

2. Es un método válido con independencia de si la empresa distribuye dividendos o no.

#### Inconvenientes

1. El beneficio por acción depende de los criterios contables utilizados.
2. Este método no puede aplicarse a empresas que registren pérdidas.
3. El PER mezcla 2 variables calculadas en diferentes períodos: el precio de cotización, que refleja las expectativas futuras, y el BPA, que refleja resultados pasados.
4. Las conclusiones del PER no son inequívocas. Así, un PER alto puede indicar:
  - (a) Que el precio de la acción es demasiado elevado para los beneficios obtenidos (y, por tanto, que el precio de la acción va a bajar).
  - (b) Que el beneficio por acción es demasiado bajo para el precio de la acción (y, por tanto, que el beneficio va a aumentar).

### **3.2.3 Múltiplo de ventas**

Este método de valoración, empleado en algunos sectores con cierta frecuencia, consiste en calcular el valor de una empresa multiplicando sus ventas por un número determinado en función de ciertos criterios ( coyuntura, conveniencia, etc.).

### **3.3 Métodos mixtos o goodwill**

Estos métodos se basan en el fondo de comercio que es, en general, el valor que tiene la empresa por encima de su valor contable o por encima del valor contable ajustado. El fondo de comercio pretende representar el valor de los elementos inmateriales de la empresa, que muchas veces no aparece reflejado en el balance pero que, sin embargo, aporta una ventaja respecto a otras empresas del sector.

Estos métodos son muy variados pues no existe una metodología clara para medir el fondo de comercio ya que representa una amalgama de intangibles de difícil valoración.

### **3.4 Métodos basados en el descuento de flujos**

Tratan de determinar el valor de la empresa a través de la estimación de los flujos de dinero –cash flows– que generará en el futuro, para luego descontarlos a una tasa apropiada según el riesgo de dichos flujos. Actualmente el recurso a estos métodos es el más común.

#### **3.4.1 Método general**

El método general consiste en la actualización a una tasa de descuento determinada del conjunto de flujos de fondos que la empresa generará a lo largo de su vida así como el valor residual de la misma, descontada en el último plazo a la misma tasa. Esta tasa de rentabilidad es fijada atendiendo a distintos criterios y constituye la referencia para la fijación de una rentabilidad mínima exigible a la empresa.

El flujo que se utilice como medida determina los distintos tipos de valoración según este método que se pueden efectuar.

Así, por ejemplo, se puede usar el Flujo de fondos para los accionistas (cuya rentabilidad asociada será la exigida a las acciones); el flujo de fondos para la deuda (cuya rentabilidad asociada será la exigida a la deuda); el flujo de fondos libre (cuya rentabilidad asociada será el coste ponderado de los recursos -WACC-); o el Capital cash flow que usa el WACC antes de impuestos.

#### **3.4.2 Método de los flujos de caja libres**

Según este método, el valor de la empresa es igual al valor actual de los flujos de caja libres generados hasta  $n$  (FCL) más el valor residual actualizado

$$V = \left( \sum_{t=1}^n \frac{FCL_t}{(1 + WACC)^t} \right) + \underbrace{\left( \frac{FCL_{n+1}}{WACC - g} \cdot \frac{1}{(1 + WACC)^n} \right)}_{\text{Valor residual actualizado}} \quad (5)$$

El procedimiento es el siguiente:

Se toman los flujo de caja bruto: Ingresos de explotación – Gastos de explotación = Beneficio de explotación (BAIT)  
BAIT – Impuestos + Amortizaciones & Provisiones. Posteriormente hay que sumar las amortizaciones y las provisiones porque se consideraron como gastos de explotación pero en realidad no supusieron una salida de caja.

A continuación, se toma la Inversión bruta: Inversiones en activo fijo (capex) + Inversión en Necesidades Operativas de Fondos (NOF).

El Flujo de caja libre se realiza como la diferencia entre el flujo de caja bruta y la inversión bruta.

Respecto al Valor residual actualizado: se puede calcular como el crecimiento perpetuo (g) de los flujos de caja libres desde n, actualizado.

Con ello tendríamos el valor de los activos, es decir, el valor de la compañía, con lo que para calcular el valor del patrimonio neto habría que restar el valor de las deudas, y comparando el valor obtenido del patrimonio neto con su cotización se adoptaría la decisión de invertir o no.

**Limitación** Resulta muy difícil realizar proyecciones acertadas de los flujos de caja libres, por lo que el método está sujeto a un importante componente de subjetividad. ◦ Una opción para reducir parcialmente estos problemas de subjetividad sería aplicar análisis de sensibilidad a los resultados obtenidos.



## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 45. Modelos de valoración de activos de Renta Variable. Teoría de carteras. Modelo CAPM y APT.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

Si una empresa quiere ampliar los fondos de los que dispone, puede hacerlo de 2 formas:

1. A través de la financiación interna (p.ej. elevando la tasa de retención de beneficios).
2. A través de la financiación externa o acceso al mercado de capitales, donde a su vez podrá recurrir a la emisión de instrumentos de renta fija o variable:
  - (a) Valores de renta variable: conllevan derechos de propiedad para el poseedor de los títulos y su remuneración está ligada a la evolución económico-financiera del emisor.
  - (b) Valores de renta fija: no conllevan derechos de propiedad y su remuneración no depende de la situación del emisor.

En esta exposición nos vamos a centrar en el mercado de renta variable. Los instrumentos de renta variable son atractivos tanto para los emisores como para los inversores. En el caso de los **emisores**, es una posible forma de obtener financiación. En qué medida le convenga a la empresa recurrir a esta vía estará muy relacionado con su visión sobre la estructura óptima de capital.

Del lado de los **inversores**: como consecuencia de su mayor riesgo, la renta variable también suele ofrecer una mayor rentabilidad. La pregunta que vamos a tratar de resolver en este tema es: ¿cómo deciden los inversores en qué títulos de renta variable invertir? O dicho de otra manera: ¿cómo determinan los inversores el valor de los títulos de renta variable?

Las inversiones financieras se caracterizan básicamente por tres variables: el rendimiento que le genera al inversor, el riesgo soportado y la liquidez. El inversor se halla, en efecto, presionado por dos fuerzas de sentido opuesto: la deseabilidad de las ganancias y la insatisfacción que le produce el riesgo. La forma en la que se comportan los activos y el mercado de renta variable es una de las principales preocupaciones del inversor.

## 2 Valoración de activos financieros

El valor de un activo financiero es, ciertamente, el precio al que se cotiza en el mercado de valores o, en defecto de este, el precio que estaría dispuesto a pagar un eventual comprador. El precio de un activo financiero es, teóricamente, el valor financiero actual de sus flujos de caja. Sin embargo esto más que una definición es un criterio y, por tanto, susceptible de subjetividad.

Los activos, negociados en mercados secundarios, generan para el inversor dos tipos de ganancias: Las derivadas del reparto de dividendos de la empresa en la que se ha invertido y las derivadas de los cambios en las cotizaciones del activo.

De esas fluctuaciones en la cotización se deriva el riesgo de los cambios en los precios.

## 2.1 Análisis fundamental

El análisis fundamental consiste en una serie de procedimientos utilizados para determinar el valor intrínseco de una acción individual, es decir, aquel que depende del potencial de la empresa para generar beneficios. Una vez valorada la acción según el método que se elija, se puede comparar su valor con el precio de la acción en el mercado para determinar si ésta está valorada correctamente o si, por el contrario, está infravalorada o sobrevalorada y, en base a esto, tomar las decisiones de inversión.

### 2.1.1 Método estático

El más conocido es el método del valor teórico, que consiste en valorar una acción de acuerdo a su valor contable. Así pues, el valor teórico de una acción será igual al patrimonio neto de la empresa emisora entre el número de acciones. Presenta como ventaja el hecho de que todas las empresas tienen registros contables que permiten llevar a cabo este método. Sin embargo, una importante desventaja es que se trata de un método estático que no tiene en cuenta las expectativas sobre la empresa y que, además, se ve condicionado por los criterios contables utilizados (p.ej. el principio del coste histórico, según el cual ciertos elementos del balance se valoran a precio de adquisición en vez de a precio de mercado).

### 2.1.2 Métodos dinámicos

En este caso, se tendrá en cuenta el valor del dinero en el tiempo. Se presentan dos enfoques distintos que a su vez encierran dos aproximaciones y una, respectivamente. Desde el punto de vista de los resultados y desde el punto de vista del cash flow.

### 2.1.3 Valor de los dividendos. Gordon-Shapiro

Los dividendos son los pagos periódicos a los accionistas y constituyen, en la mayoría de los casos, el único flujo periódico que reciben las acciones. Según este método, el valor de una acción es el valor actual de los dividendos que esperamos obtener de ella.

De acuerdo con la teoría de Gordon y Shapiro, el valor intrínseco de una acción será igual al valor presente de todos sus rendimientos futuros. Así, si mantenemos la acción ad infinitum, su valor será igual al valor actual de los dividendos que genere

$$P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_0(1+d)^{t-1}}{(1+k)^t} \quad (1)$$

donde  $d$  es la tasa a la que crecen los dividendos (que es igual a la tasa de retención de beneficios por la rentabilidad financiera,  $b \cdot \text{RoE}$ ), y  $k$  es la tasa de descuento (i.e. rendimiento de una acción de semejante riesgo –que podemos

calcular, por ejemplo, a través del método CAPM–). Al ser una suma de infinitos términos del tipo  $[(1+d)^{t-1}/(1+k)^t]$  entonces podemos reescribir

$$P_0 = \frac{D_0}{k - d} \quad (2)$$

El valor teórico de la empresa será igual al número de acciones por el precio por acción antes calculado, sumando el valor de la deuda.

### Limitaciones

1. Hay empresas que distribuyen dividendos muy pequeños o no distribuyen. En efecto, la evidencia empírica señala que el reparto de dividendos varía en función de la fase en que se encuentre la empresa (en fase de crecimiento no se reparten dividendos ya que interesa reinvertir los beneficios, y en fase de madurez el dividendo se estabiliza).
2. El modelo realiza un análisis para un número dado de acciones emitidas por una empresa, por lo que este valor puede cambiar si cambia el número de acciones.
3. No es apropiado para casos en los que  $d > k$ .
4. Este método no tiene en cuenta el hecho de que el comprador, al hacerse con la empresa, tiene un valioso control sobre la política de dividendos, cuya alteración podría alterar a su vez el valor de la empresa. De ahí que el siguiente método de los flujos de caja libres se considere superior.

#### 2.1.4 Valor de los beneficios. PER

Según este método, el valor de las acciones se obtiene multiplicando el beneficio neto anual por un coeficiente denominado PER (iniciales de price earnings ratio).

$$PER = \frac{P_0}{BPA} \quad (3)$$

La asignación concreta del valor PER es variable. Uno de estos valores puede ser el dado por el criterio del valor de los dividendos de Gordon-Shapiro donde

$$P_0 = \frac{BPA(1 - b)}{k - d} \Rightarrow \frac{P_0}{BPA} \equiv PER = \frac{1 - b}{k - d} \quad (4)$$

Una vez estimado el PER, podemos despejar para obtener el precio teórico de una acción ( $P_0$ ) y, multiplicando éste por el número de acciones, el valor total del patrimonio neto. A esta cantidad le sumamos el valor actual de la deuda

para obtener el valor de la empresa. El PER se utiliza fundamentalmente para realizar comparaciones con otras empresas del sector (o incluso con valores históricos del PER de la propia empresa).

**Ventajas** 1. Se trata de un método sencillo, pues las estimaciones necesarias para calcular el PER suelen estar siempre disponibles.

2. Es un método válido con independencia de si la empresa distribuye dividendos o no.

### **Inconvenientes**

1. El beneficio por acción depende de los criterios contables utilizados.

2. Este método no puede aplicarse a empresas que registren pérdidas.

3. El PER mezcla 2 variables calculadas en diferentes períodos: el precio de cotización, que refleja las expectativas futuras, y el BPA, que refleja resultados pasados.

4. Las conclusiones del PER no son inequívocas. Así, un PER alto puede indicar:

(a) Que el precio de la acción es demasiado elevado para los beneficios obtenidos (y, por tanto, que el precio de la acción va a bajar).

(b) Que el beneficio por acción es demasiado bajo para el precio de la acción (y, por tanto, que el beneficio va a aumentar).

### **2.1.5 Métodos basados en el descuento de flujos**

Tratan de determinar el valor de la empresa a través de la estimación de los flujos de dinero –cash flows– que generará en el futuro, para luego descontarlos a una tasa apropiada según el riesgo de dichos flujos. Actualmente el recurso a estos métodos es el más común.

**Método general** El método general consiste en la actualización a una tasa de descuento determinada del conjunto de flujos de fondos que la empresa generará a lo largo de su vida así como el valor residual de la misma, descontada en el último plazo a la misma tasa. Esta tasa de rentabilidad es fijada atendiendo a distintos criterios y constituye la referencia para la fijación de una rentabilidad mínima exigible a la empresa.

El flujo que se utilice como medida determina los distintos tipos de valoración según este método que se pueden efectuar.

Así, por ejemplo, se puede usar el Flujo de fondos para los accionistas (cuya rentabilidad asociada será la exigida a las acciones); el flujo de fondos para la deuda (cuya rentabilidad asociada será la exigida a la deuda); el flujo de fondos libre (cuya rentabilidad asociada será el coste ponderado de los recursos -WACC-); o el Capital cash flow que usa el WACC antes de impuestos.

**Método de los flujos de caja libres** Según este método, el valor de la empresa es igual al valor actual de los flujos de caja libres generados hasta n (FCL) más el valor residual actualizado

$$V = \left( \sum_{t=1}^n \frac{FCL_t}{(1+WACC)^t} \right) + \underbrace{\left( \frac{FCL_{n+1}}{WACC - g} \cdot \frac{1}{(1+WACC)^n} \right)}_{\text{Valor residual actualizado}} \quad (5)$$

El procedimiento es el siguiente:

Se toman los flujo de caja bruto: Ingresos de explotación – Gastos de explotación = Beneficio de explotación (BAIT)  
BAIT – Impuestos + Amortizaciones & Provisiones. Posteriormente hay que sumar las amortizaciones y las provisiones porque se consideraron como gastos de explotación pero en realidad no supusieron una salida de caja.

A continuación, se toma la Inversión bruta: Inversiones en activo fijo (capex) + Inversión en Necesidades Operativas de Fondos (NOF).

El Flujo de caja libre se realiza como la diferencia entre el flujo de caja bruta y la inversión bruta.

Respecto al Valor residual actualizado: se puede calcular como el crecimiento perpetuo (g) de los flujos de caja libres desde n, actualizado.

Con ello tendríamos el valor de los activos, es decir, el valor de la compañía, con lo que para calcular el valor del patrimonio neto habría que restar el valor de las deudas, y comparando el valor obtenido del patrimonio neto con su cotización se adoptaría la decisión de invertir o no.

**Limitación** Resulta muy difícil realizar proyecciones acertadas de los flujos de caja libres, por lo que el método está sujeto a un importante componente de subjetividad. ◦ Una opción para reducir parcialmente estos problemas de subjetividad sería aplicar análisis de sensibilidad a los resultados obtenidos.

## 2.2 Teoría de los mercados eficientes

Frente a las teorías que acabamos de ver (que exigen una gran elaboración para hallar el valor intrínseco de un título), existe la teoría de que los mercados de valores son eficientes. Así, la mera competencia entre los diferentes agentes que intervienen en el mismo, guiados por el objetivo de la maximización de beneficios, conduce a una situación de equilibrio en la que en todo momento el precio de cualquier activo constituye una buena estimación de su valor intrínseco y, además, se produce un ajuste inmediato del mercado a la nueva información, por lo que el precio de los activos sigue un paseo aleatorio:

$$P_{it} = P_{it-1} + \epsilon_{it} \quad (6)$$

Así, un mercado eficiente es un mercado competitivo en el que no existen posibilidades de rentabilidades extraordinarias. Un mercado eficiente es un mercado ideal, y la realidad de un mercado concreto puede hallarse más o menos próxima a esta situación ideal. De ahí que cuando se estudia la teoría de los mercados eficientes se hable de diferentes niveles de eficiencia, siendo ya clásica la distinción de Harry Roberts de 1967:

1. Hipótesis débil: los precios reflejan toda la información contenida en las series históricas. Los inversores no pueden obtener una rentabilidad superior a la normal utilizando estas series, pero sí pueden lograrlo utilizando información adicional (pública o privada).
2. Hipótesis intermedia: los precios reflejan toda la información hecha pública que pueda afectar al valor intrínseco de los valores mobiliarios. Los inversores no pueden obtener una rentabilidad superior a la normal utilizando la información pública, pero sí pueden lograrla utilizando información privada, privilegiada o confidencial (sobre la empresa o la coyuntura económica en general).
3. Hipótesis fuerte: toda información pública o privada se halla completamente reflejada en los precios y no existen posibilidades de obtener una rentabilidad superior a la normal.

El gran problema de esta hipótesis es que es tautológica. Sólo se puede contrastar empíricamente cuando se esté en presencia de un mercado eficiente.

### **2.2.1 La paradoja del mercado de valores**

El mercado sólo podrá ser eficiente si existe un número grande de inversores que operan creyendo que no es eficiente. Los agentes que participan en el mercado de valores utilizan un sinfín de estrategias para obtener la mayor rentabilidad posible. Y es precisamente esa intención de batir al mercado lo que hace que se agoten las oportunidades de rentabilidades extraordinarias y que, por lo tanto, se convierta en eficiente.

## **2.3 Análisis técnico**

Un último análisis de los títulos individuales es el denominado análisis técnico, más antiguo y con menor fundamentación teórica. El análisis técnico se basa en la predicción de precios en base al análisis de datos observados del mercado (precios y volúmenes).

Se basa en tres principios fundamentales:

1. Los movimientos del mercado lo descuentan todo. Esto implica suponer que el precio de un activo recoge toda la información relativa a todos los factores que puedan afectar al valor de dicho activo.
2. Los precios siguen tendencias. Además, se asume que la representación gráfica de los movimientos de los precios permite identificar dichas tendencias (resistencias y soportes, es decir, techos y suelos).
3. La historia se repite. La evolución histórica de los precios proporciona información relevante sobre el comportamiento futuro de los mismos. Es decir, se asume que los inversores presentes se comportan, colectivamente, de

forma similar a como lo hacían los inversores en el pasado.

### **3 Teoría de carteras**

Cuando se invierte, lo más habitual es no hacerlo solo en un valor si no en varios simultáneamente, es decir, se crea una cartera de inversión o de valores.

En general, el inversor a la hora de formar una cartera de valores trata de combinar los diferentes activos individuales de tal modo que el activo mixto o cartera le garantice una “rentabilidad”, “seguridad” y “liquidez” aceptables.

La rentabilidad esperada puede definirse como la suma de rentabilidades promedio por activo, mientras que el riesgo puede medirse a través de la varianza de los activos de la cartera.

Al crear una cartera de inversión, se está repartiendo el riesgo: se está diversificando; esto es, neutralizando el riesgo de los diferentes títulos, ya que, los cambios en los rendimientos de cada acción, considerada individualmente, no son paralelos.

La teoría de cartera se ocupa de la optimización de la relación entre rentabilidad esperada y el riesgo, que son anti-téticas; en definitiva del problema de la diversificación de inversiones en renta variable.

#### **3.1 Modelo de Markowitz**

El economista Harry Markowitz (1952), plantea el modelo más sencillo para optimizar el binomio rendimiento-riesgo, pretendiendo dar solución al problema de selección de una cartera de valores. Para ello, plantea un escenario en el cual, el inversor, totalmente averso al riesgo, pretende conseguir una tasa de rentabilidad lo más elevada posible para su inversión.

##### **3.1.1 Hipótesis**

- El rendimiento de cada título por separado, o bien, del conjunto de la cartera, es una variable aleatoria con distribución de probabilidad conocida.
- El riesgo se entiende como la dispersión respecto de la media del rendimiento y, por tanto, se calcula como varianza del mismo.
- El inversor es averso al riesgo. Su utilidad marginal es negativa respecto del riesgo y positiva respecto del rendimiento.
- Los activos financieros son perfectamente divisibles, el mercado es eficiente, sin costes de transacción y continuo.



### 3.1.2 Funcionamiento del modelo

El modelo se basa en una conjunción de tres etapas. En la primera de ellas, se identifican los rendimientos esperados y su riesgo asociado, lo cuál da un conjunto de inversiones factibles. En ese caso, existirá del conjunto de carteras posibles, una que sea -para cada nivel de rentabilidad exigido- la que ofrezca menor riesgo. Las distintas carteras que cumplen ese requisito se denominan frontera de carteras eficientes.

Formalmente, las carteras eficientes se calculan conforme a un problema dual de minimización y maximización tal que

$$\min \sigma_p^2 = X \cdot V \cdot X'$$

$$\max E_p = \sum_{k=1}^n X_k \cdot E_k$$

Donde

$\sigma_p^2$  es la varianza de la cartera

V la matriz de varianzas y covarianzas

X es el vector fila de la proporción de cada activo

X' el vector columna

$E_p$  la rentabilidad anualizada de la cartera

$E_k$  la rentabilidad anualizada de cada título

$X_k$  el peso de cada título en la cartera

En un segundo paso, el inversor plantea sus preferencias a través de las curvas de indiferencia entre rentabilidad y riesgo. Cada inversor tendrá una curva de indiferencia distinta en función de su grado de aversión al riesgo, mientras que la frontera de carteras eficientes es igual para todo inversor.

Por último, el inversor elegirá aquella cartera que maximice su utilidad, es decir, la cartera que hace tangente a la curva de utilidad con la frontera de carteras eficientes.

### 3.1.3 Implicaciones

1. La diversificación puede reducir el riesgo sin renunciar a rentabilidad.

2. Las combinaciones de dos activos financieros nunca pueden tener más riesgo que el que se encuentra en la línea recta que conecta a ambos (i.e. más riesgo que la suma ponderada de los riesgos de los títulos).
3. Cuando los activos están imperfectamente correlacionados, el mínimo riesgo no se alcanza invirtiendo en el activo con menor riesgo, sino diversificando.
4. No es el riesgo del título (medido por la varianza de sus rendimientos) lo que debe importar al inversor, sino la contribución que dicho título hace al riesgo (varianza) de la cartera (i.e. es una cuestión de la covarianza del título con la cartera).
5. La decisión de poseer un activo financiero no debe tomarse únicamente comparando su rendimiento esperado y su varianza con respecto a los otros, sino que deben valorarse todos en su conjunto.

### 3.2 La solución de Sharpe

Dado que el modelo de Markowitz planteaba en su origen problemas debido al numeroso cálculo necesario. Sharpe lo simplifica considerando que la dependencia estadística entre los rendimientos de los diferentes títulos no es una dependencia directa, sino derivada de la relación existente entre esos rendimientos y un grupo fundamental de índices representativos de la evolución de la actividad económica. Esto implica que la matriz de varianzas-covarianzas sólo tendrá valores distintos de 0 en su diagonal principal (las varianzas).

Para ello se establecen una serie de ecuaciones características, las cuales representan la relación econométrica, lineal simple, entre cada título individual y la cartera de mercado

$$r_{jt} = \alpha_j + \beta_j r_{Mt} + \epsilon_{jt} \quad (7)$$

donde la variable  $\epsilon$  es una variable de residuos de media cero, homocedastica, normal y no autocorrelada, y  $\alpha_j$  es la parte del rendimiento  $j$  que es independiente del mercado.

El riesgo en la simplificación de Sharpe viene dado por el *riesgo sistemático* ( $\beta_j^2 \sigma_M^2$ ) donde El coeficiente  $\beta$  juega un papel fundamental en este modelo ya que representa la volatilidad del título, la cual determina realmente el riesgo sistemático ya que, la varianza de los activos de mercado es igual para todos las acciones negociadas en un mismo mercado y el *riesgo específico* que depende de cada activo y que, si se obtiene una cartera diversificada es igual a 0.

Una vez que tenemos los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  para cada título, obtenemos la frontera eficiente calculando el rendimiento y riesgo esperados de la cartera en función de las ponderaciones de cada título,  $X_i$ , utilizando para ello los parámetros estimados  $\beta_j$  y los valores observados de  $r_j$  (i.e. media del período para cada título),  $\sigma^2 M$ ,  $\sigma_{\epsilon_j}^2$ .

Esta teoría sugiere que el mercado sólo paga el riesgo sistemático, por lo que si los inversores no eliminan el riesgo específico estarán incurriendo en un riesgo innecesario y gratuito.

### 3.2.1 Crítica

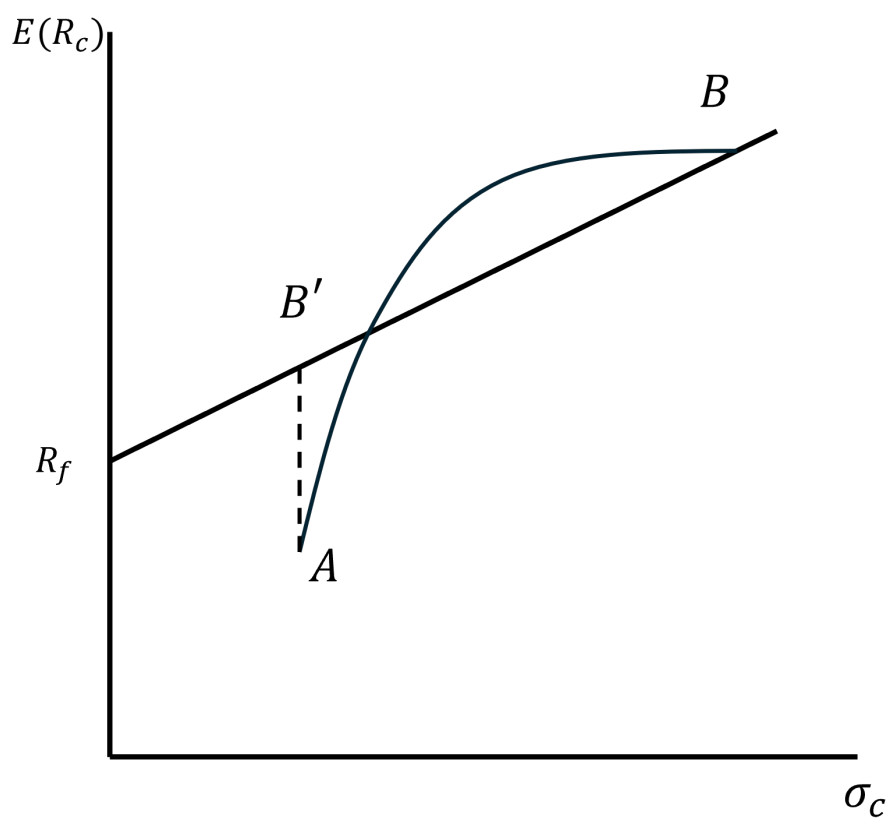
El modelo de la diagonal de Sharpe (y el de Markowitz) no permite comparar carteras eficientes (esto es, carteras que se encuentren en la frontera eficiente). Es por ello que se desarrollan los modelos de carteras mixtas, donde se permite prestar y pedir prestado a través de un activo libre de riesgo.

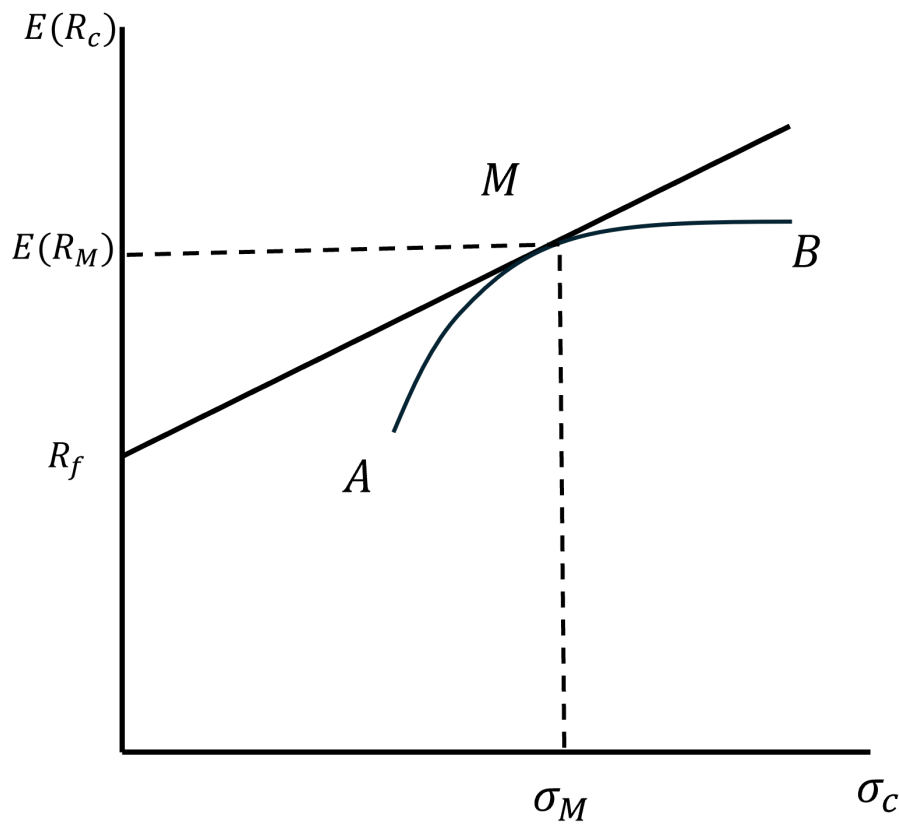
### 3.3 Modelo de carteras mixtas

Este modelo introduce la posibilidad de que los inversores puedan prestar y pedir prestado:

- a. El inversor puede prestar al Gobierno si dedica parte de su presupuesto a la adquisición de activos libres de riesgo (p.ej. deuda pública a corto plazo) (remunerados al tipo  $r_f$ ).
- b. El inversor puede también pedir prestado (también al tipo de interés libre de riesgo) si invierte en activos mobiliarios una cantidad mayor que la presupuestaria.

Imaginemos que tenemos 2 inversores: uno que, dadas sus preferencias, escoge la cartera A, y otro que, dadas las suyas, escoge la cartera B. En el escenario del modelo de media-varianza de Markowitz, no podíamos determinar qué cartera era mejor porque ambas eran carteras eficientes. En cambio, cuando introducimos la posibilidad de prestar y de pedir prestado al tipo de interés libre de riesgo, la cosa cambia. En ese caso, la cartera B pasa a ser objetivamente mejor que la A, ya que si un individuo escoge la cartera B e invierte parte de su dinero en ésta y parte en el activo sin riesgo, puede alcanzar la cartera B', que tiene el mismo riesgo que A pero mayor rendimiento. Por tanto, ningún inversor preferirá ahora A a B, independientemente de sus preferencias. Pero aun así, B no es la mejor cartera con riesgo posible. La mejor cartera posible es M (cartera de mercado), que es aquella que corresponde al punto en el que la recta que parte de  $R_f$  es tangente a la frontera eficiente inicial. La frontera eficiente se ha transformado ahora en una línea recta: sólo las carteras eficientes se situarán en dicha recta, mientras que las restantes, o los títulos aisladamente considerados, lo harán por debajo de ella.



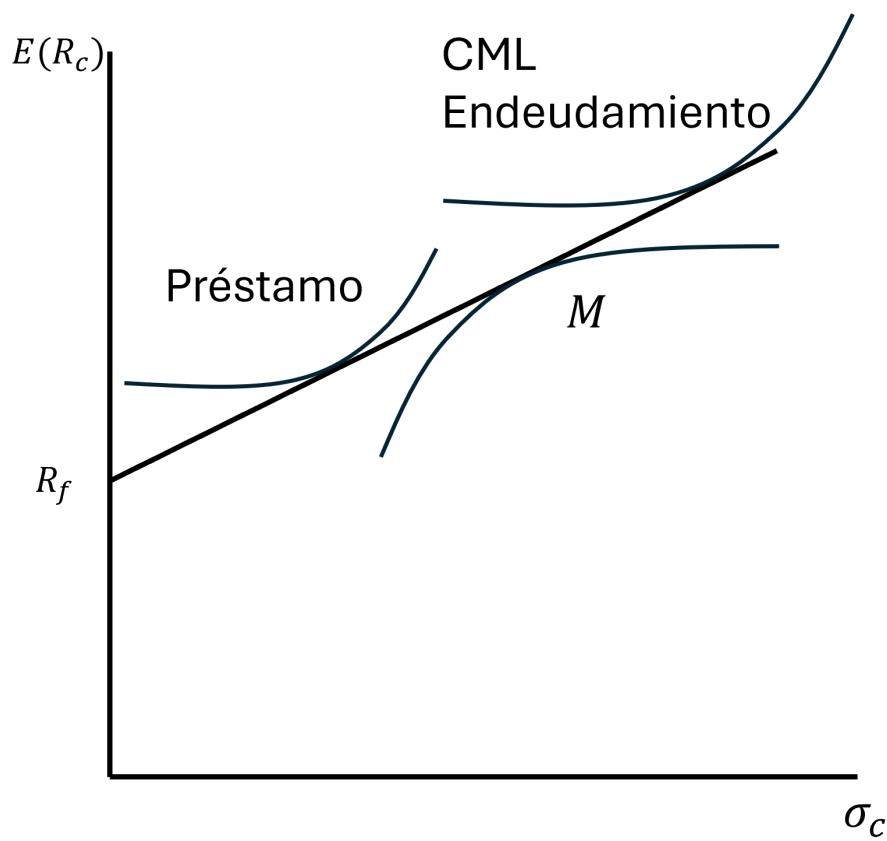


### 3.3.1 Ecuación de la CML

La ordenada en el origen es el rendimiento del activo libre de riesgo (carece de esperanza al ser valor seguro). Su pendiente es el precio de riesgo o ratio Sharpe que es la hipotenusa del triángulo  $r_f - E(r_M) - M$ , que se obtiene mediante la división del cateto de ordenadas y el de abscisas, es decir,  $\frac{E(r_M) - r_f}{\sigma_M}$  y, en consecuencia, la ecuación de la CML es

$$CLM = E(r_c) = r_f + \frac{E(r_M) - r_f}{\sigma_M} \sigma_c \quad (8)$$

Así pues, tomando las curvas de indiferencia de Markowitz



las carteras a la izquierda de M son de préstamo (tienen activos sin riesgo) y las de la derecha son carteras de endeudamiento.

El modelo de carteras mixtas, como instrumento de valoración de activos financieros, es muy limitado, ya que la CML permite valorar y comparar carteras eficientes, pero no permite hacerlo con carteras ineficientes ni con títulos individuales. De ahí que se desarrolle el modelo CAPM.

## 4 El modelo CAPM

El rendimiento esperado sobre las acciones comunes también se puede calcular con un enfoque alternativo llamado modelo de valoración de activos de capital. En el modelo de valoración de activos de capital (CAPM, siglas de capital asset pricing model), el rendimiento esperado para las acciones comunes (o para otras inversiones) se puede describir por medio de la siguiente fórmula:

$$r_j = r_f + \beta(r_M - r_f) \quad (9)$$

o, en términos de esperanzas

$$E(r_j) = r_f + \beta_j(E(r_M) - r_f) \quad (10)$$

cuyo riesgo sistemático  $\beta$  es

$$\beta_i = \frac{Cov(E(r_j), E(r_M))}{\sigma_M^2} \quad (11)$$

Donde  $r_j$  = Rendimiento esperado sobre las acciones comunes;  $r_f$  = Tasa de rendimiento libre de riesgo; por lo general, letras del tesoro;  $\beta$  que mide, como en la solución de Sharpe la volatilidad histórica del rendimiento de una acción individual con relación a un índice del mercado de valores, siendo calculada a través de una regresión entre la rentabilidad en exceso del activo y la del mercado.

La ecuación (9), que es la Security Market Line de una cartera se obtiene dado que el hecho de que el rendimiento de una cartera mixta (compuesta de activos sin riesgo y cartera de mercado) tomaría la forma

$$E(r_c) = X_1 r_f + X_2 E(r_M) = (1 - X_2) r_f + X_2 E(r_M) = r_f + (E(r_M) - r_f) X_2 \quad (12)$$

siendo las X los pesos ponderados de los valores. El riesgo sistemático  $\beta$ , de dicha cartera es la media de los riesgos sistemáticos de los títulos (libre de riesgo y de mercado), por lo que  $\beta_c = X_1 \beta_f + X_2 \beta_M = X_1 \cdot 0 + X_2 \cdot 1 = X_2$

Donde  $E(r_M) - r_f$  es la prima de riesgo por asumir riesgo sistemático y  $\beta_c$  es el nivel de riesgo sistemático asumido (i.e. media ponderada de los riesgos sistemáticos de sus activos). Aquí se ve cómo el riesgo específico no es remunerado por el mercado (la prima recibida sólo depende del riesgo sistemático).

#### 4.1 Utilidad del modelo

Este modelo toma en cuenta la prima de riesgo (el diferencial entre el rendimiento del mercado y el del activo libre de riesgo) donde el supuesto básico es que, para que los inversionistas asuman mayores riesgos, deben ser compensados con rendimientos esperados mayores.

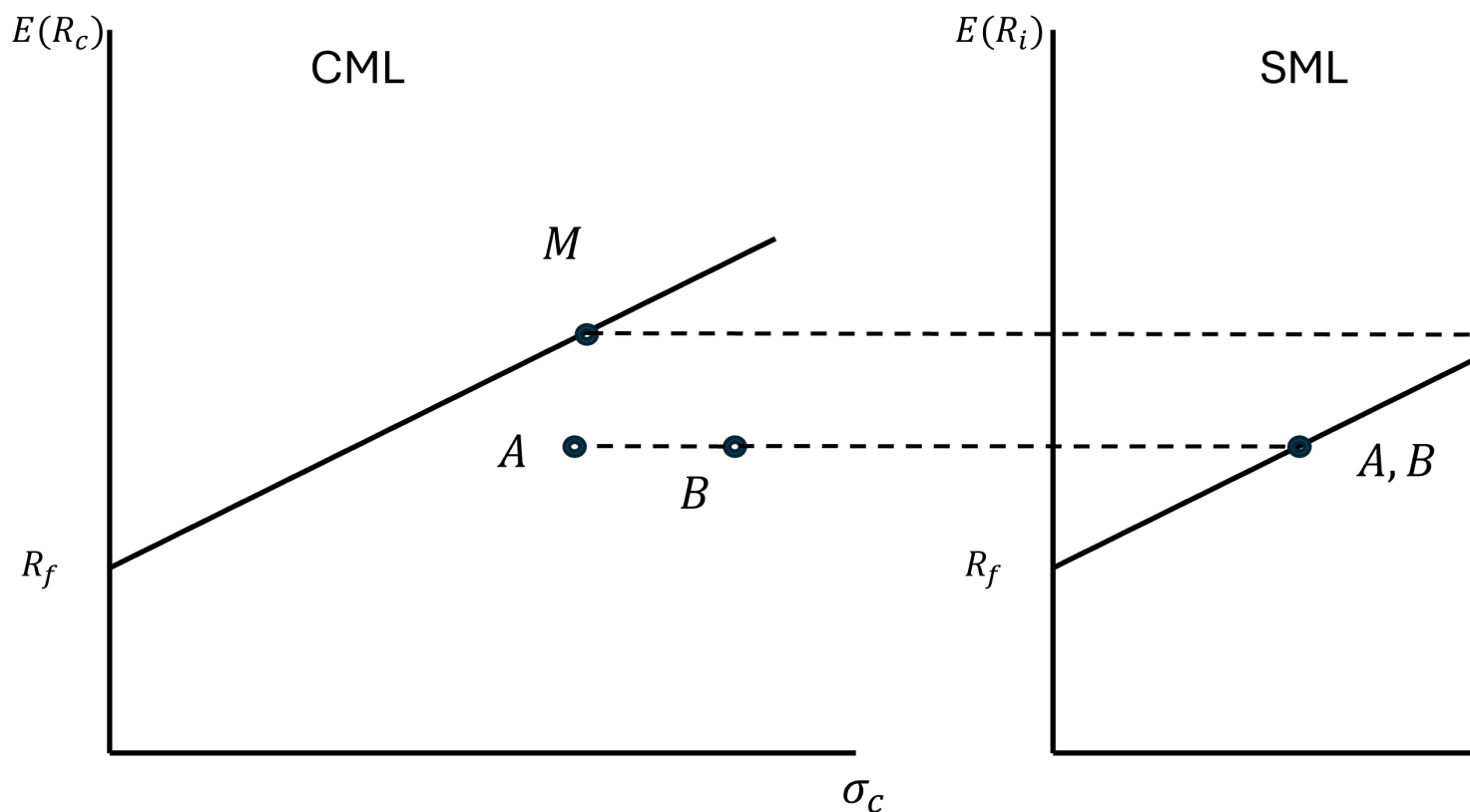
El modelo dice que siempre que se trate de un mercado competitivo, la prima de riesgo fluctúa en proporción directa con beta. Lo que significa que, gráficamente, todas las inversiones deberían situarse sobre la "Línea del Mercado de Valores" o SML (Security Market Line), que es una línea recta que relaciona cada valor  $\beta$  con un rendimiento esperado. Un rendimiento por debajo de la SML es ineficiente en tanto que se desvía de los rendimientos que ofrece el mercado, aumentando la demanda de las que ofrezcan mayores rentabilidades a igual riesgo y reduciendo la demanda de las que ofrezcan menores rentabilidades a igual riesgo, compensándose los comportamiento en torno a la línea SML.

## 4.2 Comparación de la CML y la SML

La SML muestra que lo importante no es el riesgo total,  $\sigma$ , sino el riesgo sistemático,  $\beta$ .

Imaginemos dos activos, A y B, ambos con el mismo riesgo sistemático, pero B tiene, además, riesgo específico. De acuerdo al modelo CAPM, el riesgo específico de B no será retribuido por el mercado, por lo que tanto A como B tendrán el mismo rendimiento esperado (i.e. se situarán sobre la línea SML) (mientras que sólo A se situaría sobre la CML).

En la CML el riesgo específico es siempre nulo porque las carteras son eficientes, pero en la SML no tiene porqué ser así, lo que nos permite valorar carteras no eficientes



Por tanto, habrá equilibrio en el mercado de capitales. Cada activo se valorará por su riesgo sistemático, que depende de la relación entre la rentabilidad del activo ( $R_i$ ) y la rentabilidad del mercado ( $R_M$ ); la prima de riesgo será igual para todos los activos (i.e. se situarán en la SML) y el rendimiento esperado de un activo no depende de la tasa de crecimiento de sus flujos de caja esperados.

## 4.3 Principales limitaciones

Las principales limitaciones que presenta el modelo se basan en su caracterización como modelo de mercado perfecto, observándose problemas en tanto en cuando el modelo se desvía de ese supuesto. Así, fundamentalmente



se destaca que el modelo asume que todos los inversores tienen acceso a la misma información, y se ponen de acuerdo sobre el riesgo y el retorno esperado para todos los activos, lo cuál no es un supuesto muy realista del mismo modo que asume que los inversores no tienen preferencias entre mercados y activos, y que escogen activos solamente en función de su perfil de riesgo-retorno.

## 5 Teoría de fijación de precios por arbitraje (APT)

La teoría de la valoración de activos de capital empieza con un análisis del modo en el que los inversionistas construyen portafolios eficientes. La teoría de la fijación de precios (o valoración) por arbitraje o APT (del inglés arbitrage pricing theory), de Stephen Ross, procede de una familia completamente diferente. No se pregunta qué portafolios son eficientes. En lugar de ello, comienza suponiendo que el rendimiento de cada acción depende, por una parte, de dominantes influencias macroeconómicas o “factores” y, por otra, del “ruido” (factores internos de cada empresa).

La especificación general del modelo es:

$$R = a + b_1(r_{\text{factor1}}) + b_2(r_{\text{factor2}}) + b_3(r_{\text{factor3}}) + \dots + \text{ruido} \quad (13)$$

La teoría no dice cuáles son los factores: podría ser un factor del precio del petróleo, un factor de la tasa de interés, etc.

Para cualquier acción individual hay dos fuentes de riesgo. La primera es el riesgo que proviene de los factores macroeconómicos dominantes. Éste no se elimina con la diversificación. La segunda es el riesgo que surge de acontecimientos que sólo atañen a la empresa. La diversificación elimina el riesgo único y por eso los inversionistas diversificados lo ignoran cuando deciden ya comprar o vender una acción.

Este modelo parte de un supuesto clave que es la existencia de una tasa sin riesgo a la que se puede prestar o pedir prestado, sin limitaciones.

### 5.1 Cálculo de las primas de riesgo

La prima de riesgo esperada, viene dada por

$$r - r_f = b_1(r_{\text{factor1}} - r_f) + b_2(r_{\text{factor2}} - r_f) + \dots \quad (14)$$

Esto implica que si le da un valor de cero a las  $b$  de la fórmula, la prima de riesgo esperada es cero. Un portafolio diversificado que se construya con nula sensibilidad a los factores macroeconómicos estará virtualmente libre de riesgo y, por lo tanto, su precio deberá ofrecer una tasa de interés libre de riesgo. Si el portafolio ofreciera un rendimiento más elevado, los inversionistas obtendrían una ganancia libre de riesgo (o “por arbitraje”) al endeudarse para adquirir el portafolio.

Por otro lado, un portafolio diversificado construido con exposición, digamos, al factor 1, ofrecerá una prima de riesgo que variará en proporción directa a la sensibilidad del portafolio a ese factor. Por ejemplo, construimos dos portafolios, A y B, que están afectados únicamente por el factor 1. Si el portafolio A es el doble de sensible a éste que el portafolio B, el primero debe ofrecer el doble de prima de riesgo. Por lo tanto, si se divide el dinero en partes iguales entre letras del Tesoro y el portafolio A, el portafolio combinado tendría exactamente la misma sensibilidad al factor 1 que el portafolio B y ofrecería la misma prima de riesgo.

Si la combinación de letras del Tesoro y el portafolio A ofrecieran un rendimiento más alto, los inversionistas obtendrían una ganancia por arbitraje vendiendo el portafolio B e invirtiendo los ingresos en la combinación de letras y el portafolio A.

De esta forma, el mercado se equilibra.

La principal ventaja de este modelo es que no requiere conocer la rentabilidad del mercado para considerar un equilibrio de los precios, ahora bien, la especificación de los factores puede ser problemática por su indeterminación y por su variabilidad a lo largo del tiempo.

El modelo CAPM no es más que un modelo particular del APT en el que existe un único factor de riesgo: la relación entre la rentabilidad del activo y la de la cartera en el mercado.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 46. Análisis y valoración de activos de renta fija. Estructura Temporal de los Tipos de Interés (ETTI). Rentabilidad.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

Un activo de renta fija es un instrumento representativo de una deuda que confiere a su propietario unos derechos que deberán ser satisfechos por el emisor en el futuro, el cual utiliza la emisión para obtener financiación. La característica más relevante de un activo de renta fija es el hecho de que su rentabilidad, vía pago de intereses - explícita o implícitamente - está determinada o es fijada para toda la vida de la emisión.

Los activos de renta fija más característicos son los títulos de deuda del Estado.

## 2 Análisis de los activos de renta fija

### 2.1 Conceptos previos

#### 2.1.1 Elementos

1. Vencimiento ( $n$ ): fecha en la que el título se amortiza y, por tanto, a partir de la cual éste deja de ofrecer pagos.
2. Valor facial o nominal del bono ( $N$ ): cuantía que el emisor del bono se compromete a pagar en la fecha de vencimiento.
3. Cupón ( $C$ ): pago periódico que ofrece el bono.
4. Tipo de interés (o rendimiento o rentabilidad o coste del capital ajeno) ( $r_a$ ): si se divide el cupón entre el valor nominal, se obtiene el tipo de interés implícito.
5. Precio ( $P$ ): es la suma del precio de mercado y el cupón corrido (i.e. el devengado no pagado). El precio de mercado puede fluctuar, a diferencia del valor facial, que es fijo.

#### 2.1.2 Tipos de bonos

1. Bonos con cupón fijo: se paga un principal a vencimiento y un cupón constante periódico.
2. Bonos con cupón variable: puede tratarse de bonos cuyo cupón crezca a una determinada tasa preestablecida, bonos cuyo interés nominal se ajuste cada cierto tiempo en base a la inflación, etc.
3. Bonos cupón cero: son títulos de renta fija que no pagan ningún cupón durante la vida del mismo, el único flujo que recibe su poseedor se da en la fecha de vencimiento (no poseen ninguna rentabilidad explícita). Sin embargo se amortizan por un valor superior al de su emisión por lo que poseen una rentabilidad implícita.
4. Bonos accrual (o bonos devengables): no pagan cupones periódicamente, pero sí van devengando cupones que se pagarán a vencimiento junto con el valor nominal.

5. Bonos con cupones diferidos: devengan cupones periódicamente, pero el primer pago no se realiza hasta una fecha determinada (pagándose en ese momento el cupón anual y los acumulados hasta entonces).

6. Callable bonds: se trata de bonos que incluyen una cláusula contractual que permite al emisor amortizar el bono antes del vencimiento, esto proporciona una ventaja para el emisor: le permiten refinanciar su deuda en condiciones más favorables si los tipos de interés disminuyen. Y también para el inversor: ofrecen mayor rentabilidad que los bonos ordinarios.

7. Bonos convertibles contingentes (“cocos”): son híbridos entre deuda y capital por lo que se paga un interés al inversor y, adicionalmente, el emisor tiene la opción de convertir estos bonos en acciones si, por ejemplo, el nivel de capital baja por debajo del nivel mínimo establecido (bail-in).

Los activos que reciben un interés periódico, llamado **cupón**, se dice tienen rendimiento explícito, pero hay otros activos de renta fija como los bonos cupón cero o las letras y pagarés que se dice tienen rendimiento implícito. Un activo con rendimiento implícito es aquel en el que el rendimiento se genera por la diferencia entre el precio de adquisición y el precio de amortización.

Pueden ser emitidos al descuento, cuando el precio de emisión es inferior al nominal recibido a la amortización del título. O bien, pueden ser No emitidos al descuento, cuando el precio de emisión coincide con el nominal y la amortización se hace por precio superior a éste.

Atendiendo a su vencimiento, pueden ser amortizables, cuando se recupera el principal, o perpetuos. Por el tipo de rendimiento que ofrecen, podemos hablar de activos con interés fijo, cuya rentabilidad está predeterminada numéricamente durante toda la vida de la emisión, y activos con interés flotante, cuando su rentabilidad es determinada en función de un tipo de referencia más o menos un spread o diferencial.

El tipo de emisor es un factor clave a la hora de entender los activos de renta fija, ya que de su calidad crediticia, de su solvencia y en definitiva de su capacidad para hacer frente a sus compromisos de pago - intereses y devolución del principal - dependen la rentabilidad y el riesgo de dichos activos.

## **2.2 Tipos de mercados**

### **2.2.1 Mercados monetarios**

Los activos del mercado monetario son aquellos de renta fija que se emiten con plazo inferior a 18 meses, los más importantes son los depósitos, las letras del tesoro y los pagarés de empresa. Para todos ellos existe un mercado primario o de emisión y un mercado secundario o de negociación.

### **2.2.2 Mercados de capitales**

Los activos de renta fija a largo plazo son aquellos emitidos a un plazo superior a 18 meses y se engloban genéricamente bajo la denominación de bonos y obligaciones.

### 2.3 Determinación del precio de un bono

El precio de un bono es igual al valor descontado de los flujos de caja que éste genera. El precio, o valor teórico, se puede hallar así

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1 + r_t)^t} + \frac{N}{(1 + r_n)^n} \quad (1)$$

El coste del capital ajeno para el emisor o rentabilidad exigida por los obligacionistas ( $r_a$ ) es la suma de la tasa de interés libre de riesgo y una prima de riesgo que debe recoger los diferentes tipos de riesgos propios de un bono que se analizarán más adelante.

El precio teórico de un bono, por tanto, será aquel que haga que la compra del bono sea una inversión con un Valor Actualizado Neto (VAN) igual a cero. En efecto, si el precio de cotización del mercado del bono fuese menor que dicho precio, el VAN sería mayor que cero, por lo que habría mucha demanda de ese bono y el precio de mercado aumentaría hasta que el VAN fuese igual a cero (hasta que el precio volviese a su valor teórico).

Ahora bien, que el VAN sea cero no quiere decir que el inversor esté perdiendo dinero; de hecho, está obteniendo una rentabilidad de  $r_a$ . No obstante, muchas veces lo que más le interesa conocer a un inversor no es el precio de un bono, sino su rendimiento (o rentabilidad).

## 3 La Estructura Temporal de Tipos de Interés (ETTI)

Es destacable la variedad de activos financieros existente, los cuales se diferencian por aspectos tales como el organismo emisor, el riesgo de impago, las provisiones de convertibilidad, el plazo de vencimiento, el tratamiento fiscal, etc. Sin embargo, las diferencias entre tipos de interés que comparten las mismas características y se generan en un mismo mercado se deben exclusivamente al diferente plazo de vencimiento asociado a cada uno de ellos. Esta relación se denomina Estructura Temporal de los Tipos de Interés (ETTI).

### 3.1 Curva de tipos de interés y estructura temporal

La estructura temporal de los tipos de interés (también conocida como yield curve) es una representación gráfica de las rentabilidades ofrecidas por bonos a distintos vencimientos. Siendo puristas, la curva de rentabilidad debería referirse a la relación entre la rentabilidad a vencimiento (yield to maturity) y el vencimiento para bonos cupón cero libres de riesgo de crédito que se mantienen hasta vencimiento. Esto está relacionado con los problemas de comparación mencionados para rentabilidades de bonos que pagan cupones que se descuentan a tasas diferentes. En efecto, las rentabilidades de los bonos cupón cero son rentabilidades “verdaderas” (i.e. son tipos de interés o tipos spot) si el bono se mantiene hasta vencimiento.

### 3.1.1 Importancia de la ETTI

Los economistas y analistas prestan mucha atención a la curva de tipos de interés porque consideran que ésta contiene valiosa información para el análisis económico referida, por ejemplo, a las expectativas del mercado sobre los tipos de interés, la inflación, el crecimiento económico, las políticas económicas, etc.

### 3.2 Curvas de tipos. Contado, forward y descuento

La curva o estructura de tipos de interés puede expresarse de tres formas distintas: curva de tipos de interés al contado (spot), curva de tipos de interés a plazo (forward) y función de descuento. Se trata de tres alternativas para expresar la estructura de tipos de interés. Si bien lo habitual es referirse a la ETTI mediante los tipos al contado, para algunas aplicaciones puede ser más útil utilizar los tipos forward o la función de descuento. Sin embargo, es relativamente sencillo pasar de una forma funcional a otra

Se denota por  $R_{t,1}, R_{t,2}, \dots, R_{t,n}$  a los tipos de interés al contado o rendimientos en  $t$  para los diferentes vencimientos.

Suponiendo un bono de cupón cero cuyo valor nominal es la unidad

$$R_{t,n} = P_{t,n}^{-1/n} - 1 \quad (2)$$

$1 + R_{t,n}$  es el rendimiento bruto.

Se puede determinar el rendimiento implícito en los tipos en  $t$  de una inversión realizada entre dos fechas futuras. Es el llamado tipo forward que se define como:

$$(1 + F_{t+n-s,s}^t)^s = \frac{(1 + R_{t,n})^n}{(1 + R_{t,n-s})^{n-s}} \quad (3)$$

Por lo que si se conocen todos los tipos al contado se pueden calcular todos los tipos forward. La expresión anterior es el forward de una inversión con plazo  $s$  que comienza en  $t+n-s$ .

Los tipos al contado pueden ser función de los implícitos tal que:

$$(1 + R_{t,n})^n = \prod_{s=1}^n (1 + f_{t,s}) \quad (4)$$

en  $i = 1$  los tipos spot (o al contado) y forward coinciden.

La función de descuento equivale al valor presente de una unidad monetaria que se pagará en algún momento futuro. El factor de descuento en  $t$  para un plazo  $n$  y calculado a partir del tipo de interés al contado, se define, en tiempo

discreto y continuo, como:

$$d_{t,n} = (1 + R_{t,n})^{-n} \quad (5)$$

$$\delta_{t,n} = e^{-z_{t,n} \cdot n} \quad (6)$$

para el caso continuo

Con esta notación, simultáneamente a la ecuación (1) que valora el precio de un título con un único pago, puede escribirse el precio en función del factor de descuento, tanto en tiempo discreto como continuo:

$$P_t = N(1 + R_{t,n})^{-n} = Nd_{t,n} \quad (7)$$

$$P_t = Ne^{-z_{t,n} \cdot n} = N\delta_{t,n} \quad (8)$$

La expresión del tipo forward a través del factor de descuento es inmediata

$$f_{t,n} = \frac{d_{t,n-1} - d_{t,n}}{d_{t,n}} \quad (9)$$

$$f(t, n) = \frac{-\partial \ln(\delta_{t,n})}{\partial n} \quad (10)$$

En resumen, cada tipo de interés (spot o forward) puede ser expresado en función de otro.

### 3.3 Modelos para el ajuste de la curva de tipos de interés

Existe un conjunto muy amplio de modelos para la determinación de la curva de tipos de interés. La elección de un modelo u otro, a menudo se define por el ámbito de aplicación. Los operadores se inclinan por los modelos que ajustan mejor las particularidades de los tipos de cada plazo, mientras que en el contexto de política monetaria se aplican modelos que recogen mejor la tendencia y los aspectos puntuales pasan a ser secundarios.

Una vez elegida la fuente de datos a utilizar, el problema consiste en definir la función sobre la que ajustar los datos. La finalidad es conseguir una curva continua que proporcione un tipo de interés para cada plazo. La elección de la función es crucial ya que implica un trade off entre alisamiento o suavidad y flexibilidad.



### 3.3.1 Formas teóricas de la curva

Para la determinación del modelo es básico elegir entre los distintos supuestos o teorías que definen cómo se forma la curva ETTI.

**Teoría pura de las expectativas** La forma de la curva de los tipos es el reflejo de las expectativas de los inversores sobre la evolución de los tipos de interés.

Su supuesto clave es que los individuos son neutrales al riesgo, por lo que elegirán entre diferentes inversiones en base únicamente a su rentabilidad. Por tanto, los tipos de interés deberán moverse de forma que se iguale la rentabilidad esperada de estrategias de inversión equivalentes, independientemente del plazo de los bonos de cada una de ellas (esto debe ser así para que no existan oportunidades de arbitraje). Así, los tipos forward serán estimadores óptimos e insesgados de los tipos spot futuros.

Por lo tanto, la interpretación de la curva de tipos en base a esta teoría será la siguiente:

1. Una curva con pendiente positiva implica que se esperan tipos de interés ascendentes. Si los inversores esperan que los tipos aumenten, serán reacios a realizar inversiones en bonos a plazos largos hoy (porque entonces no se beneficiarán del aumento futuro del tipo de interés). Por tanto, la demanda de bonos con vencimientos largos será escasa, lo que hará que su precio disminuya y que su rentabilidad aumente (de ahí la pendiente positiva).
2. Una curva con pendiente negativa implica que se esperan tipos de interés descendentes. Intuición: si los inversores esperan que los tipos disminuyan, querrán realizar inversiones en bonos a plazos largos hoy para asegurarse una mayor rentabilidad. Por tanto, la demanda de bonos con vencimientos largos será alta, lo que hará que su precio aumente y que su rentabilidad disminuya (de ahí la pendiente negativa).
3. Una curva plana implica que se esperan tipos de interés constantes.

Esta teoría considera que los bonos de vencimientos distintos son sustitutivos perfectos (i.e. no aversión al riesgo), por lo que no tiene en cuenta la preferencia por la liquidez.

**Preferencia por la liquidez** Los individuos tienen preferencia por la liquidez, es decir, exigirán una mayor rentabilidad a las inversiones con plazos más largos, ya que éstas se ven expuestas a mayores riesgos (de tipo de interés, de crédito, de inflación, etc. –los veremos luego–). Así, los tipos de interés forward reflejarán las expectativas de los inversores sobre los futuros tipos de interés spot y, además, una prima de liquidez por su exposición al riesgo. Esta prima de liquidez será mayor cuanto mayor sea el vencimiento del bono. Todo esto hace que la curva de rentabilidad tienda a ser creciente (o, al menos, que se sitúe por encima de la curva de rentabilidad derivada de la teoría de las expectativas puras).

**Teoría sustitución del dinero** La teoría de sustitución del dinero es similar a la de la teoría de la preferencia por la liquidez: Los inversores prefieren bonos a plazos cortos porque éstos son buenos sustitutivos del dinero. Por lo tanto, demandarán este tipo de bonos y, como resultado, su precio será alto y su rendimiento, bajo. Los emisores prefieren bonos a plazos largos porque así evitan costes de negociación. Por lo tanto, ofertarán este tipo de bonos y, como resultado, su precio será bajo y su rendimiento, alto. Así pues, esta teoría también espera que la curva de tipos tenga pendiente positiva.

**Teoría de la segmentación del mercado** Según esta teoría, los inversores tienen unas preferencias fuertes por invertir en bonos a un determinado vencimiento (que no tiene por qué coincidir para todos los individuos). Además, los agentes no van a desplazarse de un hábitat a otro aunque se les ofrezcan primas atractivas por hacerlo. Es decir, esta teoría asume que el mercado está segmentado. La razón de la segmentación es la existencia de diferentes tipos de restricciones que hacen que los inversores no puedan moverse libremente de un vencimiento a otro (p.ej. restricciones legales que hacen que los bancos inviertan principalmente en bonos a corto plazo para cumplir requerimientos de liquidez, restricciones que obligan a las compañías de seguros a invertir principalmente en bonos a largo plazo, etc.).

Por tanto, la forma de la curva de rentabilidad va a depender de la oferta y la demanda que haya para cada rango de vencimiento en los que se segmenta el mercado. Como resultado, esta teoría puede explicar cualquier tipo de curva de rentabilidad.

En los años 2000 previos a la crisis había una curva de tipos decreciente, pero se decía que se debía a la proliferación de fondos de pensiones y de aseguradoras, que invertían a largo plazo.

**Teoría del hábitat preferido** Esta teoría es similar a la anterior en el sentido de que los agentes tienen un hábitat preferido. No obstante, en este modelo los inversores pueden verse incentivados a invertir en bonos a otros plazos, siempre que reciban una prima por hacerlo. En función de cuál sea el hábitat preferido de los inversores, la curva de rentabilidad podrá tomar diferentes formas.

Tendrá pendiente positiva si su hábitat preferido es el de bonos con vencimientos muy cortos, los inversores exigirán una mayor prima cuanto mayor sea el vencimiento del bono en el que se les ofrece invertir.

Tendrá pendiente negativa si su hábitat preferido es el de bonos con vencimientos muy largos.

Las teorías de la preferencia por la liquidez y de la segmentación pueden interpretarse como casos particulares de esta teoría del hábitat preferido. La teoría de la liquidez se aplica al caso en el que los agentes tienen preferencia por el corto plazo y, por ello, la prima que exigen es creciente con el vencimiento. La teoría de la segmentación se aplica al caso en el que los agentes tienen una preferencia tan fuerte por un hábitat que no salen de él.

### 3.4 Interpretación de las curvas y sus movimientos

1. Curva creciente.

- (a) Teoría de las expectativas: puede preceder a una expansión: se espera que los tipos de interés suban para enfriar una economía que se supone que va a crecer mucho. Así, los inversores serán reacios a realizar inversiones en bonos a plazos largos hoy.
- (b) Teoría de la liquidez: no tiene por qué preceder a una expansión, ya que los tipos a largo son más altos simplemente porque contienen una prima de liquidez.

## 2. Curva invertida.

- (a) Teoría de las expectativas: puede preceder a una recesión: se espera que los tipos de interés bajen para estimular una economía que se supone que va a entrar en recesión.
- (b) Teoría de la segmentación: no tiene por qué preceder a una recesión, ya que los tipos a largo más bajos pueden explicarse por la proliferación de fondos de pensiones y de aseguradoras, que invierten a largo plazo (como se argumentó en los años 2000 previos a la crisis).

3. Curva plana: puede preceder a una recesión, ya que los agentes anticipan una caída de los tipos de interés que se compensa con una preferencia por la liquidez, generando una curva plana.

4. Movimiento twist: la curva se hace más plana, por lo que el spread entre las rentabilidades a corto y largo plazo se reduce. La Reserva Federal produjo un movimiento de este tipo en 2012 cuando sustituyó valores de corto plazo por otros de largo plazo. Así, desarrolló una política monetaria expansiva pero sin ampliar el tamaño del balance del banco central. El objetivo era reducir los tipos de interés a largo plazo para recuperar la inversión y el consumo financiado a crédito.

5. Movimiento butterfly: la curvatura se reduce.

## 4 Rentabilidad en la renta fija

En su forma más simple es el cociente entre los rendimientos netos de la inversión y la cantidad de dinero invertida, expresada en porcentaje. No obstante esta medida simple desprecia el valor del dinero en el tiempo así como los gastos que lleva implícitos las negociación de un bono (corretaje, impuestos, etc.)

### 4.1 Determinación del rendimiento de un bono

Existen dos medidas de rendimiento: la rentabilidad actual y la rentabilidad a vencimiento.

#### 4.1.1 Rentabilidad actual (current yield)

Se define como:  $\text{Current yield} = (\text{Cupón anual} / \text{Precio del bono}) \cdot 100$ .

Su principal ventaja es que es un método bastante sencillo. Como desventaja, sólo tiene en cuenta 1 de las 3 fuentes de rentabilidad de un bono (el cupón), obviando las ganancias de capital de revenderlo en el mercado secundario y

las rentas de la reinversión de los cupones.

#### **4.1.2 Rentabilidad a vencimiento (yield to maturity)**

Esta variante ofrece una medida más precisa del rendimiento de un bono, y está directamente relacionada con la ecuación mostrada para la determinación del precio de un bono. Concretamente, la rentabilidad a vencimiento será la Tasa Interna de Retorno (TIR), es decir, la tasa de rentabilidad que anule el VAN de la inversión en un bono.

La rentabilidad del bono va a depender positivamente del cupon, del valor nominal y negativamente del precio. El vencimiento actúa de un modo ambiguo. De esta definición se derivan 2 implicaciones importantes: 1. Existe una relación inversa entre el precio de un bono y su rentabilidad. 2. La conveniencia del uso de la rentabilidad a vencimiento está basada en una serie de hipótesis

**Convexidad** Como hemos visto, hay varios factores además del precio que explican la rentabilidad de un bono. De ahí que la relación entre precio y rentabilidad no sea claramente identificable. En cambio, si nos centramos en un bono que ya ha sido emitido, entonces su cupón, su valor facial y su vencimiento estarán fijos. Por tanto, en este caso sí puede identificarse una relación clara entre el precio y la rentabilidad de un bono. Concretamente, se dará una relación inversa entre ambos (mayor rentabilidad exige un menor precio y viceversa).

Una disminución del tipo de interés hará que los bonos ya emitidos al anterior tipo de interés más alto se vuelvan más atractivos, por lo que aumentará su precio. Esta relación inversa puede representarse gráficamente por medio de la llamada curva precio-rentabilidad:

Esta curva no es lineal, sino convexa positiva e implica que los precios de los bonos suben más rápido de lo que bajan ante cambios en la rentabilidad.

En el caso de los callable bonds (amortizables antes de tiempo por el emisor) la convexidad es negativa. Si el tipo de interés es menor que aquel al que fue emitido el título, el precio aumenta menos que proporcionalmente debido a que aumentan los incentivos del emisor a amortizar la deuda viva y reemplazarla por nueva deuda más barata. Concretamente, el precio máximo de un callable bond será el de la call, ya que cuando el precio sube a partir de ese umbral se vuelve rentable para el emisor amortizar la deuda y emitir nueva por la que recibir un mayor precio.

**Conveniencia de rentabilidad a vencimiento** Para que la rentabilidad a vencimiento sea una medida precisa de la rentabilidad de un bono, es necesario que se cumplan 3 hipótesis.

1. El bono se mantiene hasta el vencimiento, es decir, no tiene ninguna opción de amortización previa al vencimiento (ni de compra por parte del emisor ni de venta por parte del inversor).
2. Todos los cupones se pagan en la cuantía y el momento en que fueron acordados (i.e. no se materializa ningún riesgo de crédito).

3. Los cupones se reinvierten a la tasa del rendimiento a vencimiento (TIR). Lo que supone que no es correcto comparar dos bonos fijándose en su tasa de rentabilidad (puesto que lo relevante es el valor del dinero en el tiempo y no su rentabilidad inmediata y no la que depende de los vencimientos) y que, además, la curva de los tipos de mercado será plana pues los cupones se están reinvertiendo siempre a la misma tasa (esta hipótesis no se sostiene empíricamente).

## **4.2 Teoremas de valoración de los bonos**

En relación con la relación negativa y no lineal que veíamos entre precio y rendimientos de los bonos, vamos a enumerar 6 teoremas:

1. Si el precio de mercado de un bono aumenta, entonces su rendimiento a vencimiento deberá disminuir.
2. Si el precio de mercado de un bono coincide con su valor nominal, entonces el rendimiento del mismo coincidirá con el tipo de interés prometido por el emisor. Ahora bien, si el precio de mercado es inferior (superior) a su valor nominal, el rendimiento hasta vencimiento será mayor (menor) que el tipo de interés prometido por el emisor.
3. Si el rendimiento de un bono no varía a lo largo de su vida, entonces su prima (i.e. el precio por encima del nominal) descenderá conforme se acerque el vencimiento.
4. Si el rendimiento de un bono no varía, entonces su prima decrecerá a una tasa creciente conforme su vida se acerque al vencimiento.
5. Si el rendimiento de un bono aumenta o desciende en la misma cantidad, la disminución del precio será menor que el aumento del precio. Esto es lo mismo que decir que la curva convexa no es simétrica, sino que es más curva a la izquierda del tipo de interés de emisión.
6. La variación en el precio de un bono debido a un cambio en su rendimiento será menor cuanto mayor sea el cupón. A esto se le denomina efecto cupón. Así que cuanto mayores sean los cupones, menor será la variación del precio. El caso extremo es el de bono cupón cero, cuyo precio es el que más varía ante cambios en los tipos de interés debido a que no reparte cupones.

## **4.3 El riesgo**

Un activo a renta fija puede acumular distintas fuentes de riesgo, a mayor riesgo, en general, mayor será la rentabilidad exigida:

- Riesgo de Mercado o Tipos de Interés: Riesgo a las variaciones de tipos de interés. El rendimiento o TIR sólo está asegurado en caso de mantener la inversión hasta vencimiento. En caso contrario, la inversión con un vencimiento más alejado del momento actual tiene mayor riesgo, y por ello la pendiente de la curva de tipos es positiva.

- Riesgo de Crédito: Riesgo de incumplimiento de pago por parte del emisor. El riesgo de crédito se define como la posibilidad que el emisor del bono no cumpla con las obligaciones de pago de cupones y nominal. Se asume el riesgo a cambio de una rentabilidad adicionalmente a la de los tipos libres de riesgo, dicha rentabilidad adicional es el diferencial de crédito o “spread”. Como en el riesgo de tipos de interés, normalmente a mayor vencimiento mayor rentabilidad exigida y por tanto, mayor diferencial de crédito. Esto no siempre es así, la curva de crédito puede invertirse en momento en grave crisis.
- Otros riesgos
  - Riesgo de Reinversión: Riesgo de no poder invertir los flujos del bono a la misma rentabilidad.
  - Riesgo de Liquidez: Incapacidad de venta de un activo a su precio razonable por falta de interés comprador.
  - Riesgo de inflación: Insuficiencia de rentabilidad debido a altas tasas de inflación.
  - Riesgo de tipos de cambio: Riesgo a variaciones de la divisa de denominación del activo.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 47. Mercado de derivados financieros: opciones y futuros.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

Los mercados de valores son un conjunto de instituciones y agentes financieros, que se dedican a negociar los distintos tipos de activos que hay en el mercado (acciones, fondos, bonos de titulación, cédulas, obligaciones, etc.). El objetivo del mercado de valores, es ayudar a que se muevan los capitales, para conseguir una estabilidad financiera y monetaria. El uso de mercados de valores, ayuda a que se desarrollen políticas monetarias más activas y seguras.

Como una mejora de este sistema, que permite generar mayor liquidez al sistema y para reducir la incertidumbre sobre el valor de ciertos activos, se ponen en marcha los denominados futuros y opciones que facilitan que tanto comprador como vendedor comiencen a negociar el precio anticipadamente.

## 2 El mercado de derivados

En los mercados de valores hay una clase de activos financieros denominados derivados financieros, su característica principal, es que el valor de cotización está basado en el precio de otro activo, llamado “activo subyacente”. Hay una gran cantidad de derivados financieros que dependen del valor inicial del que derivan, pueden ser derivados financieros: materias primas, acciones, renta fija, renta variable, índices bursátiles, bonos de deuda prima, tipos de interés, índices macroeconómicos como puede ser el Euribor, etc.

En España se comienza a operar con derivados en 1989 con deuda pública.

### 2.1 Características de los derivados financieros

Suelen cotizar en mercados de valores organizados (las bolsas) o no organizados over-the-counter (OTC), es decir, negociadas bilateralmente. El valor de los derivados cambia con respecto a su activo subyacente, puesto que su valor depende de él. Además, la inversión inicial neta que se realiza es menor que si compra la acción, por lo que se pueden obtener mayores ganancias o mayores pérdidas (debido al apalancamiento financiero). Por otro lado, los derivados financieros se liquidan en una fecha futura.

### 2.2 El mercado de derivados en España

En España los futuros y las opciones se negocian en el Mercados Español de Futuros Financieros (MEFF), en él se negocian, liquidan y compensan Futuros y Opciones sobre índices bursátiles del Ibex-35 y mini Ibex-35, bonos del estado y sobre acciones. En el MEFF se ofrecen los precios de los instrumentos derivados en tiempo real, esta supervisado y controlado por las Comisión Nacional del Mercado de Valores (CNMV) por lo que tiene carácter oficial. El MEFF aparte, ejerce la labor de Cámara de Compensación para garantizar el buen funcionamiento de las operaciones.



## **2.3 La cámara de compensación**

La cámara de compensación es una institución financiera que ofrece servicios de compensación de pagos y liquidación a sus miembros sobre transacciones de derivados financieros. Por un lado, garantiza el buen funcionamiento de las operaciones que se realizan. Por otro lado, proporciona garantía a los intermediarios y a los clientes finales, actuando como la contrapartida de cada uno de ellos, haciendo de “comprador del vendedor” y del “vendedor del comprador”. La cámara es responsable de todas las operaciones realizadas, por lo que compra la totalidad de contratos vendidos y vende el número de contratos comprados.

## **3 Los futuros financieros**

### **3.1 Forward y los contratos de futuros**

Un contrato de futuros es un acuerdo, negociado en una bolsa o mercado organizado, que obliga a las partes contratantes a comprar o vender un número de bienes o valores (activo subyacente) en una fecha futura con un precio establecido de antemano. Quien compra contratos de futuros adopta una posición larga, por lo que tiene el derecho a recibir en la fecha de vencimiento del contrato el activo subyacente objeto de la negociación. Quien vende contratos adopta una posición corta, por lo que al llegar la fecha de vencimiento del contrato, deberá entregar el correspondiente activo subyacente, y a cambio recibirá la cantidad correspondiente, acordada en la fecha de negociación del contrato de futuros.

Los contratos de futuros, que se compran con la intención de mantener el compromiso hasta la fecha de su vencimiento, en la que se procede a la entrega o recepción del activo correspondiente, también pueden utilizarse como instrumento de referencia en operaciones de tipo especulativo o de cobertura, ya que no es necesario mantener la posición abierta hasta la fecha de vencimiento; si se estima oportuno, puede cerrarse la posición con una operación de signo contrario a la inicialmente efectuada.

Los contratos de futuros son instrumentos que presentan un alto grado de estandarización, tanto en los contratos en sí mismos como en lo que se refiere a los diferentes procesos de negociación, liquidación y compensación. Ello se traduce en una liquidez concentrada en un centro de contratación, con la ventaja de disponer de precios de oferta y demanda con alto grado de transparencia e importante nivel de liquidez.

Por contra, existe especialización cuando se quieren llevar a cabo operaciones especiales (con fechas diferentes de las de los contratos estandarizados o con cláusulas específicas) y se acude a los productos OTC, que son contratos diseñados por acuerdo expreso entre las partes que se negocian, sin necesidad de cruzar la operación en mercado organizado ni compensar y liquidar por medio de cámara de compensación. Los forward son futuros que se negocian en mercados no organizados.

## **3.2 Características generales de los mercados organizados**

### **3.2.1 El riesgo de contrapartida**

Para evitar el riesgo de contrapartida (el que se origina cuando una de las partes cumple su obligación en una compraventa y la otra no lo hace simultáneamente), se articula una institución separada que ejerce la compensación entre pagos y cobros (cámara de compensación).

Esta establece un sistema de garantías que se basan en:

- Depósitos de garantía.
- Liquidación diaria de pérdidas y ganancias
- tras medidas complementarias (límites de posiciones, comisión de supervisión y vigilancia, miembros reconocidos, sistema de negociación, liquidación y compensación en tiempo real, etc.).

### **3.2.2 Riesgo de iliquidez**

En las operaciones forward no es posible cancelar la operación de forma anticipada; sí que se puede compensar con una operación en sentido contrario y del mismo vencimiento, lo cual implica mantener dos "frentes" abiertos de posible riesgo de contrapartida.

Los contratos de futuros que cotizan en un mercado tienen un precio, son instrumentos financieros y se pueden comprar y vender tantas veces como se desee.

**Liquidación** Los contratos de futuros, cuando llegan a su vencimiento, y según las condiciones legales establecidas, se liquidan por entrega obligatoria o por diferencias. Ahora bien, alguien que no desee llegar a vencimiento con la posición abierta simplemente deberá acudir al mercado y efectuar una operación de signo contrario a la que realizó al incorporarse al mismo.

## **3.3 Clasificación operativa de los mercados de futuros**

Las estrategias que mueven a participar en el mercado de futuros son las siguientes:

- Cobertura
- Especulación
- Arbitraje

### **3.3.1 Cobertura**

Cobertura es sinónimo de protección, y se trata de una estrategia encaminada a compensar posibles pérdidas en el mercado o la posición al contado con los beneficios generados por el contrato de futuros. Plantea el inconveniente de que si en el contado se están generando beneficios, éstos quedarán absorbidos por las pérdidas del contrato de futuros.

#### **Tipos de cobertura**

- Cobertura de la cartera vigente o actual. Se tiene una cartera actual y se quiere cubrir de las variaciones de precio del activo subyacente.
- Cobertura de preinversión, que equivale a una venta en descubierto.

### **3.3.2 Especulación**

La especulación es el intento de maximizar beneficios en el mínimo tiempo posible y aportando los mínimos fondos propios o financiados. Debido a que es un mercado con un alto grado de apalancamiento, es un mercado muy propenso a la especulación.

#### **Tipos**

- Especulación alcista (compra de futuros). Si se espera que los precios suban, se pueden comprar futuros pactando un precio más bajo.
- Especulación bajista (venta de futuros). Sería la situación inversa a la anterior. En este caso se espera comprar el activo subyacente en el mercado financiero a un precio más bajo que el acordado en el contrato de futuro.

### **3.3.3 Arbitraje**

La imperfección o ineficiencia de los mercados genera las oportunidades de arbitraje: cuando los precios de dos mercados vinculados entre sí se han desajustado, se puede efectuar una compraventa simultánea de dichos instrumentos comprando lo que esté infravalorado y vendiendo lo que esté sobrevalorado. El arbitrajista obtiene beneficios para sí mismo y, a su vez, genera un beneficio para la globalidad del mercado, haciendo que los precios de ambos mercados vinculados entre sí, que se habían desajustado momentáneamente, vuelvan a un nivel de relación eficiente y que las funciones de oferta y demanda de ambos mercados (contado, derivados o distintos derivados entre sí) tiendan a homogeneizarse.

## 4 Opciones

### 4.1 Definición de opción financiera

La opción financiera es un contrato que otorga al comprador el derecho, que no la obligación, de comprar (o vender), mediante el pago de la prima, un instrumento financiero específico a un precio determinado, a lo largo o al final de un periodo de tiempo concreto.

La concreción de la opción implica que:

- Puede ser de compra (call) -El comprador, por el pago de la prima, tiene el derecho, que no la obligación, de comprar el activo subyacente al precio fijado del ejercicio- o de venta (put) -El comprador, por el pago de la prima, tiene el derecho, que no la obligación, de vender el activo subyacente al precio fijado del ejercicio.-.
- Es un instrumento subyacente o de referencia (pueden ser tipos de interés e instrumentos de deuda, divisas, acciones, índices bursátiles, contratos de futuros, Swaps y FRA o Commodities).
- La cuantía de valores que comprende el contrato.
- La fecha de vencimiento es la fecha del límite para ejercer una opción de tipo americano (en cualquier momento del contrato), y la única posible para ejercer una opción europea (el día del vencimiento).
- El precio de ejercicio de la opción (strike price) es el precio al que se puede ejercer la opción, comprando si es call y vendiendo si es put.

Así como en los futuros se observa la existencia de dos estrategias elementales, la compra y la venta de contratos, en opciones existen cuatro estrategias elementales, que son las siguientes:

- Compra de opción de compra (long call o posición larga call).
- Venta de opción de compra (short call o posición corta call).
- Compra de opción de venta (long put o posición larga put).
- Venta de opción de venta (short put o posición corta put).

La simetría de derechos y obligaciones que existe en los contratos de futuros, en los que las dos partes se obligan a efectuar la compraventa al llegar la fecha de vencimiento, se rompe en las opciones, dicha diferencia de derechos y obligaciones genera la existencia de la prima, que es el importe que abonará el comprador de la opción al vendedor de la misma.

### 4.2 Clasificación de las opciones

Las opciones (tanto de compra como de venta) se pueden clasificar según varios criterios:

- Según el mercado donde se negocien, pueden ser organizadas u over the counter
- Según el periodo de ejercicio, pueden ser europeas o americanas.
- Según las innovaciones incorporadas, pueden ser ordinarias (plain vanilla) asiáticas o exóticas. Estas últimas se negocian en OTC.
- Según la individualidad de la opción, pueden ser individuales o integradas en otros productos financieros.
- Según el subyacente negociado, pueden ser sobre contado o sobre otro derivado (futuro, forward o swap).

### **4.3 Estrategias básicas**

Como ya hemos señalado anteriormente, las posiciones que se pueden tomar en una opción (sea call o put) son compra o venta.

Las posibles situaciones en un caso de compra son que la opción genere beneficios, y estará por tanto in the money (itm); cuando genere pérdidas, out the money (otm) y cuando no genera ni beneficios ni pérdidas, es decir, cuando coinciden el precio de mercado del subyacente y el precio de ejercicio de la opción, se dice que la opción está at the money (atm).

El comprador del call le interesa que esté in the money y al vendedor que esté out the money. Respecto al put, al comprador de la opción put le interesa que esté in the money y al vendedor que esté out the money.

### **4.4 Aplicaciones prácticas de las opciones**

Las principales finalidades de la negociación de opciones son:

- Coberturas, especulaciones y arbitrajes.
- Inversiones con límite de riesgo y elevado grado de apalancamiento.
- Preinversión en la compra de activos.
- Predesinversión en la venta de activos.
- Mejora de rentabilidad en la gestión de carteras.
- Coberturas totales o parciales de carteras vigentes o pendientes de adquirir de contado o derivados.
- Incorporación a otros instrumentos financieros (productos estructurados).
- Actividad de market-making (creación de mercado)

## **4.5 Factores relevantes en la valoración de opciones**

La prima es el precio que el comprador de la opción tiene que pagar al vendedor a cambio del derecho de comprar (call) o vender (put) el activo subyacente. Dado que se calcula por la ley de la oferta y la demanda, la prima puede experimentar notables fluctuaciones.

El vendedor conserva el importe de la prima, no es reembolsable, independientemente de si el comprador de la opción decide ejercer su derecho o no. Por lo tanto, el comprador de la opción perderá como máximo la prima y el vendedor, a su vez, ganará como máximo la prima.

Los factores que determinan el precio de la opción o prima son la cotización del instrumento subyacente, el precio de ejercicio, el tiempo restante para el vencimiento, el tipo de interés libre de riesgo, los dividendos y la volatilidad implícita.

En el valor de la prima de una opción se diferencian dos valores: el valor intrínseco y el valor temporal.

### **4.5.1 Valor intrínseco**

El valor intrínseco es el beneficio que obtendría el comprador al ejercer la opción y depende del precio de la opción y de la cotización del subyacente al contado.

### **4.5.2 Valore temporal o extrínseco**

El valor temporal incorpora al precio de la opción los factores siguientes: el tipo de interés, el tiempo hasta el vencimiento y la volatilidad del subyacente.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 48. El sistema financiero europeo Instituciones y agentes en la actualidad. Unión Bancaria. Mecanismo único de Supervisión. La crisis financiera de 2007. Mecanismo único de resolución.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

El sistema financiero juega un papel clave a la hora de garantizar el flujo de ahorro desde los ahorradores hasta los inversores. Además, en el marco de la UE, donde la libertad de movimiento de capitales es un pilar fundamental de ésta, el sistema financiero se convierte en una herramienta de primer orden para potenciar el papel inversor de los agentes en la UE.

## 2 Instituciones y agentes en el sistema financiero europeo

Los agentes que participan en el sistema financiero pueden ser divididos en dos grandes grupos. Por un lado los participantes activos del mismo, que son aquellos que captan el ahorro excedente y lo redistribuyen en sus distintas formas y, por otro lado, se distinguen el conjunto de instituciones y normas que regulan ese proceso y lo supervisan. El Banco Central Europeo, en su papel de emisor de moneda y como garante de la estabilidad financiera a menudo juega el papel tanto de supervisor como de inversor.

De acuerdo con la clasificación del BCE, los participantes en el mercado financiero europeo se clasifican en 5 grandes grupos: Instituciones Financieras Monetarias (MFIs), Fondos de Inversión (IFs), Sociedades Instrumentales (FVCs) Instituciones relevantes para las estadísticas de pago (PSRIs), Empresas de Seguros (ICs).

### 2.1 Instituciones

Desde la crisis de 2007 la arquitectura supervisora y reguladora del sistema financiero europeo ha sido profundamente modificada. Así, en lo alto de la cúspide aparece el Sistema Europeo de Supervisión Financiera. Es un sistema de autoridades microprudenciales y macroprudenciales de múltiples niveles que incluye la Junta Europea de Riesgo Sistémico, las tres Autoridades Europeas de Supervisión y los supervisores nacionales. El SESF tiene como objetivo garantizar una supervisión financiera uniforme y coherente dentro de la Unión. En la actualidad este sistema de supervisión está experimentando cambios a raíz de la introducción de la unión bancaria y de la salida del Reino Unido de la Unión.

#### 2.1.1 Junta Europea de Riesgo Sistémico

La Junta Europea de Riesgo Sistémico (JERS), creada en 2010, se encarga de la supervisión macroprudencial del sistema financiero de la UE y contribuye a la prevención y mitigación del riesgo sistémico.

En el cumplimiento de su mandato macroprudencial, la JERS vigila y evalúa los riesgos sistémicos y, cuando resulta necesario, formula recomendaciones o emite avisos.

Está compuesto por el BCE que actúa como órgano rector, los directores de las AES y los miembros de los supervisores nacionales.



### 2.1.2 Autoridades Europeas de Supervisión

**Autoridad Bancaria Europea** La Autoridad Bancaria Europea (ABE) es una autoridad independiente de la UE que trabaja para garantizar un nivel efectivo y coherente de regulación y supervisión prudencial en todo el sector bancario europeo. Sus objetivos generales son mantener la estabilidad financiera en la Unión Europea (UE) y velar por la integridad, la eficiencia y el correcto funcionamiento del sector bancario.

Aunque las autoridades nacionales de supervisión (y próximamente el Banco Central Europeo para los países que participan en el nuevo mecanismo único de supervisión, pilar fundamental de la denominada «unión bancaria») siguen siendo las encargadas de supervisar a las distintas instituciones financieras, la función de la ABE es mejorar el funcionamiento del mercado interior asegurando una supervisión y una regulación adecuadas, eficientes y armonizadas a escala europea.

El cometido principal de la ABE es contribuir, mediante la adopción de guías y normas técnicas vinculantes, a la creación del código normativo único para el sector bancario.

**Autoridad Europea de Valores y Mercados (AEVM)** La AEVM tiene su sede en París. Su ámbito comprende los mercados de valores mobiliarios y sus participantes (bolsas, agentes de bolsa, fondos, etc.). En la Unión, la AEVM tiene control directo y competencia exclusiva para registrar, supervisar y sancionar a las agencias de calificación crediticia y los registros de operaciones. También es responsable del reconocimiento de contrapartes centrales y registros de operaciones de terceros países (es decir, de países no pertenecientes a la Unión), así como de la certificación y la aprobación de agencias de calificación crediticia de terceros países.

**Autoridad Europea de Seguros y Pensiones de Jubilación (AESPJ)** Su labor se centra principalmente en las empresas de seguros y reaseguros, los intermediarios de seguros, los conglomerados financieros y los fondos de pensiones de empleo. Contribuye al Código normativo único sobre seguros y pensiones de jubilación, principalmente a través de los regímenes de Solvencia II y del FPE.

**Comité Mixto de Autoridades Europeas de Supervisión** El Comité Mixto se encarga de la coordinación global e intersectorial con vistas a garantizar la coherencia de la supervisión. Tal como se establece en los Reglamentos relativos a las AES, esta actividad abarca los siguientes ámbitos: conglomerados financieros; servicios de contabilidad y auditoría; análisis microprudenciales de las evoluciones, riesgos y vulnerabilidades intersectoriales de la estabilidad financiera; productos de inversión minorista y servicios financieros; cuestiones relacionadas con la protección de los consumidores y los inversores; ciberseguridad; e intercambio de información entre la JERS y las AES. El Comité Mixto se ocupa asimismo de la resolución de diferencias entre las AES en cuestiones intersectoriales.

## **2.2 Agentes**

### **2.2.1 Instituciones monetarias financieras (MFIs)**

Las instituciones monetarias financieras MFIs son definidas como instituciones de crédito residentes así como otras instituciones financieras residentes cuyo objetivo es recibir depósitos o productos similares por entidades distintas a otras MFIs con los que dar créditos y/o hacer inversiones en títulos.

Dentro de este grupo de agentes se encuentran el Banco Central Europeo o los Bancos Centrales Nacionales, las instituciones de crédito así como otras receptoras de depósitos cuya actividad principal sea la de dar créditos y recibir depósitos.

### **2.2.2 Fondos de Inversión (IFs)**

Los fondos de inversión son instituciones de inversión colectiva, constituidas en virtud del derecho comunitario o interno, que invierten en activos financieros y no financieros, en el sentido del Reglamento relativo al Sistema Europeo de Cuentas Nacionales y Regionales de la Unión Europea (SEC 2010), en la medida en que su objeto es invertir capitales obtenidos del público.

Se incluyen:

- las instituciones cuyas participaciones son recompradas o reembolsadas a petición de los tenedores directa o indirectamente con cargo a los activos de las instituciones
- las instituciones con un número fijo de participaciones emitidas cuyos tenedores deben comprar o vender al entrar o salir del fondo.

Se excluyen:

- los fondos de pensiones
- los fondos del mercado monetario (que se incluyen dentro de las instituciones financieras monetarias - IFM).

### **2.2.3 Sociedades Instrumentales (FVCs)**

Los fondos de titulización o sociedades instrumentales dedicadas a operaciones de titulización son empresas constituidas con arreglo a la legislación nacional o comunitaria y cuya principal actividad cumple los dos criterios siguientes:

- realizar una o más operaciones de titulización y su estructura está concebida para aislar las obligaciones de pago de la empresa de las del originador o la empresa de seguro o reaseguro
- emitir valores representativos de deuda, otros instrumentos de deuda, participaciones en fondos de titulización y/o derivados financieros y/o tiene o puede tener jurídica o económicamente activos subyacentes a la

emisión de instrumentos de financiación que se ofrezcan para su venta al público o se vendan sobre la base de inversiones privada.

La definición excluye a las instituciones financieras monetarias (IFM), a los fondos de inversión, a las empresas de seguro o reaseguro y a los fondos de inversión alternativos que gestionan y/o comercializan fondos de inversión alternativos.

Se entiende por titulización, una operación o sistema en virtud del cual una entidad que está separada del originador o de la empresa de seguro o reaseguro, y que se ha creado o sirve para la operación o el sistema, emite instrumentos de financiación destinados a inversores, dándose una o varias de las circunstancias siguientes:

- un activo o conjunto de activos o una parte de ellos se transfiere a una entidad que está separada del originador y que se ha creado o sirve para la operación o el sistema, sea mediante la transferencia por el originador de la titularidad legal o real de esos activos, sea por subparticipación del originador o mediante subparticipación
- el riesgo de crédito de un activo o conjunto de activos o una parte de ellos se transfiere, mediante derivados de crédito, garantías u otro mecanismo similar, a los inversores en los instrumentos de financiación emitidos por una entidad que está separada del originador y que se ha creado o sirve para la operación o sistema
- los riesgos de seguro se transfieren de una empresa de seguro o reaseguro a una entidad separada que se ha creado o sirve para la operación o sistema, de modo que la entidad financia plenamente su exposición a esos riesgos mediante la emisión de instrumentos de financiación y los derechos de reembolso de los inversores en estos instrumentos se subordinan a las obligaciones de reaseguro de la entidad.

#### **2.2.4 Instituciones relevantes para las estadísticas de pago (PSRIs)**

Las instituciones relevantes para las estadísticas de pago (PSRI) son proveedores de servicios de pago (incluyendo los emisores de dinero electrónico) y operadores de sistemas de pago. Las PSRI ofrecen servicios de pago y/o están autorizadas para ello. Pueden clasificarse en distintos sectores institucionales.

Los proveedores de servicios de pago incluyen las siguientes entidades:

- entidades de crédito, comprendiendo aquellas entidades que tienen por negocio la captación de depósitos y otros fondos reembolsables del público, y la concesión de créditos en nombre propio.
- entidades de dinero electrónico, comprendiendo aquellas personas jurídicas autorizadas a emitir dinero electrónico. El dinero electrónico (e-money) se define, en términos generales, como el valor monetario almacenado en un soporte electrónico que se puede utilizar para hacer pagos a empresas distintas del emisor.
- instituciones de giro postal que estén autorizadas por una ley nacional a proporcionar servicios de pago.
- el BCE y los bancos centrales nacionales cuando no actúen como autoridad monetaria o como otras autoridades públicas.

- estados miembros y sus autoridades regionales y locales cuando no estén actuando en su capacidad de autoridad pública.
- entidades de pago que sean personas jurídicas distintas de las mencionadas más arriba y autorizadas a proporcionar y ejecutar servicios de pago a través de la UE.

### **2.2.5 Empresas de Seguros (ICs)**

Una institución o cuasisociedad financiera que se dedica principalmente a la intermediación financiera resultante de la compensación de riesgos sobre todo en forma de seguro o reaseguro directo.

Esta definición comprende:

- una institución o cuasisociedad financiera que presta servicios de seguro de vida conforme a los cuales el tomador del seguro efectúa pagos periódicos o un único pago al asegurador y este, en contrapartida, garantiza al tomador del seguro un importe acordado, o una anualidad, en una fecha determinada o anticipadamente
- una institución o cuasisociedad financiera que presta servicios distintos del seguro de vida para cubrir riesgos como, por ejemplo, accidente, enfermedad, incendio o impago
- una institución o cuasisociedad financiera que presta servicios de reaseguro conforme a los cuales una aseguradora toma un seguro para protegerse contra una gran cantidad inesperada de indemnizaciones o contra indemnizaciones excepcionalmente elevadas.

A menudo se integran aquí también los fondos de pensiones formando el grupo ICPFs.

## **3 Unión Bancaria**

### **3.1 Crisis de 2007**

La crisis financiera cambió rápidamente la visión de que un esquema institucional basado en la competencia nacional y la cooperación podía responder adecuadamente a los efectos de la crisis. La literatura sobre sus causas y consecuencias es amplia, como lo es la referente a los altos costes que las crisis bancarias sistémicas suponen para las economías.

Cabe destacar aquí varios fenómenos o acontecimientos ocurridos a partir de 2007 y, en especial, a partir de mediados de 2012, que actuaron como catalizadores e influyeron de forma determinante en los desarrollos posteriores que llevaron a poner en marcha el proyecto de unión bancaria.

En primer lugar, cabe subrayar la relevancia del sector bancario en la financiación de la economía europea y en particular del área del euro, lo que lleva a un sector comparativamente mayor (con relación a Estados Unidos, por ejemplo) y, es más, de tamaño creciente hasta la crisis. Aproximadamente el 70 % de la financiación que reciben el

conjunto de empresas y familias europeas es intermediado por el sector bancario, mientras que el 30 % restante lo es por los mercados de capitales, añadiendo el peso de los activos del sector bancario en el PIB europeo (más de un 300% en 2013) y la importancia del sector del crédito en el desenvolvimiento de las economías modernas.

A partir de 2009, el aumento de la aversión al riesgo, consecuencia de las dificultades fiscales en algunos países y de las dudas sobre la situación de los sistemas financieros en otros, produjo una «renacionalización» de los mercados interbancarios y una paralización repentina de la financiación destinada hasta entonces a un conjunto de economías con elevados déficits por cuenta corriente, con efectos devastadores (PIGS).

El tercer fenómeno a destacar, relacionado con los anteriores, fue la aparición de lo que se ha denominado «circulo vicioso» o «espiral adversa» entre los riesgos soberanos y los riesgos bancarios. Dicho fenómeno se produce cuando países con posiciones fiscales débiles ven deteriorar adicionalmente su posición por las dificultades de sus bancos y las expectativas de que finalmente debieran salir en su rescate.

En definitiva, la crisis produjo un fenómeno de desintegración en una multiplicidad de mercados financieros: deuda pública, interbancario, deuda privada... Ello afectó gravemente al mecanismo de transmisión de la política monetaria y rompió el principio de que empresas y familias deberían enfrentarse a un tipo de interés único para toda el área del euro.

### **3.1.1 La respuesta institucional**

Junto con el Informe De Larosière que, entre otras cuestiones, planteaba la necesidad de reforzar los mecanismos de supervisión bancaria y de los mercados financieros en la UE dando lugar a la Junta Europea de Riesgo Sistémico, en 2010 se puso en marcha el primer paquete de ajuste macroeconómico, en Grecia. Ese mismo año se creó el Fondo Europeo de Estabilidad Financiera (FEEF), con el objetivo de salvaguardar la estabilidad financiera del área del euro proveyendo asistencia financiera a sus Estados miembros, con una capacidad de hasta 440.000 millones de euros. El FEEF fue creado como una institución transitoria, pero en octubre de 2010 los países del euro decidieron crear el Mecanismo Europeo de Estabilidad (MEDE), una institución permanente que comenzó a operar en octubre de 2012.

Los mecanismos de resolución de crisis (MEDE y FEEF) complementaron las medidas tomadas por el BCE: provisión de liquidez a largo plazo y descenso de los tipos de interés oficiales, entre otras. Pero el punto álgido de la crisis fue a mediados de 2012, cuando las tensiones y la desconfianza de los inversores provocaron problemas generalizados en los mercados de deuda pública y de financiación bancaria que socavaron la confianza en el mismo futuro del euro. Esta desconfianza se trató de frenar por dos vías: de un lado la contundente respuesta no convencional del BCE (*it will be enough*) y, de otro, el conocido como Informe de los cuatro presidentes, que, a iniciativa del Consejo Europeo que había tenido lugar a mediados de año, sentaba la hoja de ruta para la creación de una unión bancaria y para una mayor coordinación de las políticas fiscales de los Estados miembros.

## 3.2 Elementos de la Unión Bancaria

El Informe de los cuatro presidentes definía los elementos fundamentales para la constitución de una unión bancaria. Preveía, a iniciativa del Consejo Europeo, un rápido acuerdo en un conjunto de iniciativas ya en marcha relativas a los requerimientos de capital, la directiva de resolución y recuperación bancaria y la directiva de esquemas de garantía de depósitos que conjuntamente constituirían el nuevo armazón regulatorio europeo. Desde el punto de vista institucional, el informe, siguiendo las indicaciones del Consejo Europeo, abogaba por la posibilidad de que el MEDE pudiera recapitalizar directamente instituciones financieras en dificultades (sin necesidad de prestar dinero a los Gobiernos) para romper de forma directa el círculo vicioso entre riesgos bancarios y riesgos soberanos. Puesto que se estarían utilizando, en ese caso, recursos aportados por el conjunto de los Estados miembros del euro, proponía la creación de un supervisor y un mecanismo de resolución únicos.

Así pues, la Unión Bancaria se asienta en tres elementos:

Las tres piezas clave, dentro de la Unión Bancaria, son el Mecanismo Único de Supervisión, el Mecanismo Único de Resolución y el Código normativo único que establece estándares legales y administrativos para mejorar la eficacia de la regulación, supervisión y gobernanza del sector financiero en todos los países de la UE. Incluye normas sobre requisitos de capital, procesos de reestructuración y resolución y un conjunto armonizado de sistemas nacionales de garantía de depósitos.

### 3.2.1 El Mecanismo Único de Supervisión

El mecanismo único de supervisión (MUS) es la pata principal de la Unión Bancaria. Este nuevo mecanismo pretende mejorar la calidad de la supervisión, promover la integración de los mercados y romper el vínculo entre riesgo bancario y riesgo soberano. De esta manera se va a conseguir homogeneizar y armonizar la regulación y supervisión en Europa.

El Mecanismo supone una gestión compartida de la supervisión bancaria entre el BCE, que es el órgano principal del MUS, y los Bancos Centrales Nacionales. Obliga a su adopción a los 18 miembros del euro y es potestativo para los restantes de la UE.

Será el BCE el encargado, en coordinación con los BCN, de proponer y realizar las pautas de evaluación y diseñar las guías básicas de supervisión a aplicar en toda la Unión Bancaria.

**Supervisión directa y supervisión indirecta** En el marco del MUS, la supervisión de las entidades financieras se dividirá en dos partes: supervisión directa y supervisión indirecta. Las instituciones de crédito más significativas, van a estar directamente controladas por el BCE mientras que las que sean consideradas menos significativas estarán vigiladas por los supervisores nacionales.

Este carácter se definirá atendiendo a los siguientes criterios:

1. Valor de sus activos supere los 30.000 millones de euros.

2. Valor de sus activos totales supere el 20% del PIB del Estado miembro en el que estén asentadas.
3. Notificación de la autoridad nacional competente al BCE de que, una autoridad inicialmente considerada no significativa, tras diversos análisis, se llegue a la conclusión de que tiene carácter significativo para la economía nacional. Si el BCE, tras revisar dicha notificación y evaluar la entidad, confirma la propuesta de la autoridad nacional competente, esa entidad pasará a ser considerada significativa.
4. Asimismo, el BCE podrá estudiar si una entidad tiene el carácter de significativa cuando dicha entidad haya establecido sucursales en más de un Estado miembro y su actividad transfronteriza represente una gran parte, en proporción, de su activo o pasivo total.
5. De la misma manera, se considerarán automáticamente de carácter significativo aquellas entidades que hayan recibido algún tipo de ayuda pública por parte del Fondo Europeo de Estabilidad Europea o del Mecanismo Europeo de Estabilidad.
6. Las 3 entidades más significativas de cada país.

### **Competencias de Investigación y de Supervisión**

- Investigación: El BCE podrá exigir a todas las entidades financieras que se encuentren bajo su ámbito, toda la información necesaria para garantizar la correcta realización de sus funciones supervisoras. Esta información será trasladada a las autoridades nacionales
- Supervisión:
  - Autorización de solicitudes de inicio de la actividad financiera por parte de entidades que quieran abrir nuevas sucursales a tal fin.
  - Adquisiciones de participaciones cualificadas. Toda la información relativa a las adquisiciones de participaciones cualificadas de entidades establecidas en algún Estado miembro participante, deberá ser puesta a disposición de las autoridades nacionales competentes. Esta autoridad nacional la evaluará y la pondrá a disposición del BCE, siendo este quién acepte o no dicha participación en base a la evaluación realizada por la autoridad nacional.
  - Competencias de supervisión. El BCE tendrá la potestad de exigir a toda entidad asentada en un Estado miembro participante la adopción de las medidas necesarias para corregir o prevenir cualquier tipo de problema relacionado con el riesgo, solvencia, liquidez, capital, o cualquier aspecto importante para la estabilidad y viabilidad de dichas entidades

### **3.2.2 Mecanismo Único de Resolución**

El Mecanismo Único de Resolución (MUR) es la forma en la que los bancos de los países adheridos al MUS resuelven su posición en caso de quiebra. El objetivo principal del MUR es la existencia de unas normas únicas para toda

la Unión Bancaria en materia de bancarrota y disolución bancaria. El propósito del MUR es asegurar una resolución ordenada de los bancos en quiebra con costos mínimos para los contribuyentes y para la economía real. La respuesta ante los too big to fail de la UE fue establecer un mecanismo de resolución transfronterizo ordenado a través de la Directiva de Resolución y Recuperación Bancaria (BRRD), que otorga a las autoridades de resolución amplios poderes y herramientas de resolución para intervenir cuando un banco cumple las condiciones para la resolución. Las autoridades de resolución deben preparar planes de resolución que detallen cómo se resolverá un banco, de una manera que logre los objetivos de resolución, para ello el MUR se dota de dos elementos: La Junta Única de Resolución y el Fondo Único de Resolución.

**Junta Única de Resolución** La JUR es la autoridad central de resolución dentro de la Unión Bancaria. Junto con las Autoridades Nacionales de Resolución de los Estados Miembros participantes, forma el MUR. Además actúa en estrecha colaboración con el BCE y la CE.

La JUR tendrá como objetivos principales los siguientes:

1. Mantener la estabilidad financiera asegurando la continuidad de los servicios bancarios esenciales que son de interés público.
2. Asegurarse de que las posibles liquidaciones futuras de bancos dentro de la unión bancaria sean resueltas de manera eficiente, con el mínimo coste para el contribuyente y la economía real para la cual las pérdidas deben ser asumidas por los accionistas y acreedores (consiguiendo mayor seguridad legal y romper el círculo vicioso banca-soberano).

La Junta preparará planes de resolución y llevará a cabo la resolución de los bancos en problemas, cuando sean inviable o exista la probabilidad de que lo vayan a ser. La Junta estará a cargo del Fondo Único de Resolución, un fondo común compuesto por las aportaciones del sector bancario con el fin de garantizar que una entidad de crédito recibe apoyo financiero a medio plazo mientras está siendo reestructurada.

**Fondo Único de Resolución** El Fondo Único de Resolución es un fondo establecido a escala supranacional. Se utilizará para la resolución de los bancos en quiebra tras haberse agotado otras opciones, como el instrumento de recapitalización interna (bail-in).

El Fondo se financiará con las aportaciones del sector bancario.

El FUR se constituirá durante un periodo de ocho años desde su origen hasta 2023. Deberá alcanzar al menos el 1 % de los depósitos con cobertura de todas las entidades de crédito autorizadas en todos los Estados miembros de la unión bancaria. Su importe aproximado será de unos 55 000 millones de euros.

La aportación de cada banco corresponderá a la proporción que represente su pasivo (excluidos los fondos propios y los depósitos con cobertura) respecto de los pasivos agregados (excluidos los fondos propios y los depósitos con



cobertura) de todas las entidades de crédito autorizadas en los Estados miembros participantes. Las aportaciones se ajustarán de forma proporcional a los riesgos asumidos por cada entidad.

**Funcionamiento** El mecanismo consta de las siguientes etapas:

1. El Banco Central Europeo, notifica a la Junta Única de Resolución que un banco está en quiebra o en peligro de quiebra.

También puede adoptar dicha decisión por propia iniciativa la sesión ejecutiva de la Junta Única de Resolución.

2. La sesión ejecutiva decide si es posible una solución privada y si la resolución es necesaria para el interés público.

3. Si no se cumplen las condiciones para la resolución, se liquida el banco de conformidad con la legislación nacional.

4. Si se cumplen las condiciones para la resolución, la Junta Única de Resolución adopta un sistema de resolución. El sistema determina los instrumentos de resolución y la utilización del Fondo Único de Resolución. La Junta remite a la Comisión el sistema de resolución inmediatamente después de su adopción.

5. El sistema entra en vigor a las veinticuatro horas de su aprobación por la Junta. En ese plazo, la Comisión podrá o bien adoptar el sistema o:

- formular objeciones a los aspectos discrecionales del sistema de resolución adoptado por la Junta Única de Resolución
- proponer que el Consejo formule objeciones al sistema por el motivo de que la resolución no es necesaria para el interés público.

Si el Consejo formula objeciones a que se someta a una entidad a un procedimiento de resolución, dicha entidad se liquidará de conformidad con la legislación nacional.

6. A continuación la Junta se cerciorará de que las autoridades nacionales de resolución correspondientes adopten las medidas de resolución necesarias.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 49. La política monetaria del Banco Central Europeo: Instrumentos y procedimientos del BCE. Mecanismos extraordinarios del BCE. Expansión cuantitativa.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# **1 Instrumentos**

Para alcanzar su objetivo primordial de mantener la estabilidad de precios en el conjunto de la zona del euro, el Eurosistema utiliza un conjunto de instrumentos y procedimientos de política monetaria que constituyen el marco operativo utilizado para llevar a la práctica las decisiones en esta materia.

La estrategia determina el nivel de los tipos de interés del mercado monetario que es necesario para mantener la estabilidad de precios a medio plazo, mientras que el marco operativo establece la manera de alcanzar dicho nivel con los instrumentos y los procedimientos de política monetaria disponibles. De este modo, el Banco Central, por su acción o sus anuncios, emite señales a los agentes de la orientación de su política monetaria

## **1.1 El mecanismo de reservas mínimas**

La función principal del sistema de reservas mínimas es la estabilización de los tipos de interés del mercado monetario. Esta función se lleva a cabo a través del mecanismo de promedios, que permite a las entidades de crédito suavizar las fluctuaciones diarias de la liquidez, dado que los desequilibrios de carácter transitorio que se produzcan en las reservas pueden compensarse con desequilibrios de signo contrario que tengan lugar en el mismo período de mantenimiento. Este mecanismo permite a las entidades de crédito beneficiarse de la concesión de préstamos en el mercado, incurriendo en un déficit de reservas, cuando los tipos de interés del mercado monetario en los plazos más cortos se sitúan por encima de los niveles previstos para el resto del período de mantenimiento.

Una segunda función importante del sistema de reservas mínimas es la ampliación del déficit estructural de liquidez del sistema bancario. El hecho de que las entidades de crédito tengan que mantener unas reservas obligatorias en los BCN contribuye a aumentar su demanda de financiación al banco central. Esto facilita la tarea del BCE a la hora de controlar los tipos de interés del mercado monetario mediante operaciones regulares de inyección de liquidez.

## **1.2 Operaciones de Mercado Abierto**

Dependiendo de su finalidad y regularidad y de los procedimientos utilizados, las operaciones de mercado abierto del Eurosistema pueden dividirse en las cuatro categorías siguientes: operaciones principales de financiación (OPF), operaciones de financiación a plazo más largo (OFPML), operaciones de ajuste y operaciones estructurales

### **1.2.1 Operaciones principales de financiación**

Desempeñan un papel primordial para controlar los tipos de interés, gestionar la liquidez del mercado y señalar la orientación de la política monetaria, a través del tipo principal de financiación fijado por el Consejo de Gobierno.

Las OPF se ejecutan mediante subastas semanales estándar que desde 2008 son a tipo fijo.

### **1.2.2 OPF a más largo plazo**

Además de las OPF semanales, el Eurosistema también lleva a cabo operaciones regulares de financiación a plazo más largo, de periodicidad mensual y con vencimiento a tres meses, y puede, asimismo, realizar OFPML adicionales con otros vencimientos.

Estas operaciones tienen por objeto proporcionar liquidez a más largo plazo al sistema bancario y, así, evitar que toda la liquidez del mercado monetario tenga que renovarse cada semana, además de facilitar a las entidades de contrapartida acceso a financiación a más largo plazo. Al igual que las OPF, estas operaciones se realizan mediante subastas estándar, de forma descentralizada, pudiendo participar todas las entidades de contrapartida que cumplan los criterios generales de selección.

Generalmente las subastas son a tipo variable dado un volumen de adjudicación.

### **1.2.3 Operaciones de ajuste**

El Eurosistema también puede llevar a cabo operaciones de mercado abierto que no tienen ni periodicidad ni vencimiento normalizados, conocidas como operaciones de ajuste.

Pueden ser operaciones de absorción o de inyección de liquidez y tienen por objeto regular la situación de liquidez del mercado monetario y controlar los tipos de interés.

Dada su finalidad, las operaciones de ajuste se realizan normalmente mediante subastas «rápidas», que se ejecutan en el plazo de una hora entre el anuncio de la subasta y la notificación de los resultados de la adjudicación.

### **1.2.4 Operaciones estructurales**

El marco operativo ofrece también al Eurosistema la posibilidad de ejecutar «operaciones estructurales». Estas operaciones se llevan a cabo a iniciativa del BCE y tienen por objeto ajustar la posición de liquidez estructural del Eurosistema frente al sector financiero.

En principio, las operaciones estructurales pueden ser de absorción o de inyección de liquidez, y tener o no periodicidad regular. Las que revisten la forma de operaciones temporales y de emisiones de instrumentos de deuda normalmente se llevan a cabo mediante subastas estándar, y las que adoptan la forma de operaciones simples suelen ejecutarse mediante procedimientos bilaterales.

## **1.3 Facilidades permanentes**

El Eurosistema instrumenta también la política monetaria fijando los tipos de interés de las facilidades permanentes, que tienen por objeto proporcionar o absorber liquidez a un día a iniciativa de las entidades de contrapartida. Son gestionadas por parte de los Bancos Centrales Nacionales de forma descentralizada.

Las entidades de contrapartida pueden recurrir a dos facilidades permanentes: la facilidad marginal de crédito y la facilidad de depósito. Estos intereses suelen ser, por lo general, más desfavorables que los de mercado.

### **1.3.1 Facilidad marginal de crédito**

Permite a las entidades obtener liquidez a un día de los bancos centrales nacionales contra activos de garantía. Salvo el requisito de presentar activos de garantía suficientes, no suelen existir límites de crédito ni otras restricciones a fin de que las entidades puedan gozar de esta facilidad.

El tipo de interés de la facilidad marginal de crédito constituye normalmente un límite superior para el tipo de interés de mercado a un día.

### **1.3.2 Facilidad marginal de depósito**

Permite a las entidades realizar depósitos a un día en los bancos centrales nacionales. No suelen existir límites para estos depósitos ni otras restricciones a fin de que las entidades puedan gozar de esta facilidad.

El tipo de interés de la facilidad de depósito constituye normalmente un límite inferior para el tipo de interés de mercado a un día.

## **2 Procedimientos**

Como se ha señalado anteriormente, las operaciones de mercado abierto se realizan fundamentalmente a través de dos procedimientos: las subastas y los procedimientos bilaterales.

### **2.1 Las subastas**

#### **2.1.1 Fases**

Las subastas se realizan en 6 fases:

1. Anuncio de la subasta
  - (a) Anuncio público del BCE
  - (b) Anuncio público de los BCN y anuncio directo de los BCN a entidades de contrapartida concretas (si se considera necesario)
2. Preparación y presentación de pujas por las entidades de contrapartida
3. Recopilación de las pujas por el Eurosistema
4. Adjudicación y anuncio de los resultados de la subasta

(a) Decisión del BCE sobre la adjudicación de la subasta

(b) Anuncio público del BCE de los resultados de la adjudicación

5. Notificación de los resultados individuales de la adjudicación

6. Liquidación de las operaciones

### 2.1.2 Tipología

Se distinguen dos tipos de subastas, que no se diferencian en lo operativo pero sí en los tiempos y en el número de entidades de contrapartida.

**Subastas estándar** Las subastas estándar se inician a las 15.40 (hora central europea) siendo el anuncio de resultados a las 11.30 del día siguiente.

Eurosistema utilizará subastas estándar para ejecutar:

a) OPF

b) OFPML

c) ciertas operaciones estructurales, como las operaciones temporales estructurales y la emisión de certificados de deuda del BCE.

El Eurosistema podrá también utilizar subastas estándar para ejecutar operaciones de ajuste y operaciones estructurales por medio de operaciones simples por razones concretas de política monetaria o para reaccionar a las condiciones del mercado. Para las subastas estándar, como norma: a) entre el anuncio de la subasta y la notificación del resultado de la adjudicación transcurrirán como máximo 24 horas y el período comprendido entre la hora límite para la presentación de pujas y el anuncio del resultado de la adjudicación será de aproximadamente dos horas

**Subastas rápidas** El Eurosistema utilizará normalmente las subastas rápidas para ejecutar operaciones de ajuste, pero podrá también utilizarlas para ejecutar operaciones estructurales por medio de operaciones simples y operaciones de ajuste por razones concretas de política monetaria o para reaccionar a las condiciones del mercado.

Las subastas rápidas se ejecutan en los 105 minutos siguientes al anuncio de la subasta, y la notificación se produce inmediatamente después del anuncio público de los resultados de la adjudicación.

### 2.1.3 Calendario

Las subastas para OPF (todos los martes) y para OFPML (el último miércoles del mes natural) regulares se ejecutarán conforme al calendario indicativo de subastas regulares del Eurosistema.

Las operaciones de ajuste y las estructurales no se ejecutarán conforme a un calendario preestablecido. El Euro-sistema podrá efectuar operaciones de ajuste y estructurales cualquier día hábil en el Eurosistema.

#### **2.1.4 Tipos e importes**

En las subastas de inyección de liquidez a tipo de interés variable, el BCE podrá imponer un tipo mínimo de puja, es decir, el tipo de interés más bajo al que las entidades de contrapartida pueden pujar. En las subastas de absorción de liquidez a tipo de interés variable, el BCE podrá imponer un tipo máximo de puja, es decir, el tipo de interés más alto al que las entidades de contrapartida pueden pujar.

En cuanto al importe, el BCE puede establecer importes máximos para evitar pujas sobredimensionadas.

**OPF** Para las OPF, el importe mínimo de puja será de un millón EUR. Las pujas que excedan este importe se expresarán en múltiplos de 100 000 EUR. El importe mínimo de puja se aplicará a cada nivel de tipo de interés.

**OPFML** Para las OFPML, cada BCN fijará un importe mínimo de puja comprendido entre 10 000 EUR y un millón EUR. Las pujas que excedan el importe mínimo de puja se expresarán en múltiplos de 10 000 EUR. El importe mínimo de puja se aplicará a cada nivel de tipo de interés

**Ajuste y Estructurales** Para las operaciones de ajuste y estructurales, el importe mínimo de puja será de un millón EUR. Las pujas que excedan este importe se expresarán en múltiplos de 100 000 EUR. El importe mínimo de puja se aplicará a cada nivel de tipo de interés, precio o punto swap, según el tipo de operación de que se trate.

## **2.2 Procedimientos bilaterales**

Los procedimientos bilaterales se realizan en las operaciones de ajuste (operaciones temporales, swaps de divisas o captación de depósitos a plazo) y en las operaciones estructurales (operaciones simples).

Los procedimientos bilaterales podrán efectuarse, según la clase de operación, por medio del contacto directo con las entidades de contrapartida o por medio de bolsas de valores y agentes del mercado.

Este tipo de procedimientos pueden ser publicados o no.

## **3 Mecanismos extraordinarios del BCE**

La crisis de 2007-2008 provocó un shock importante en el sector financiero mundial. En cascada, los rescates bancarios y medidas de salvaguarda del sistema financiero penetraron en las finanzas públicas y, en el caso de la UE, el euro entró en discusión con posibilidades de salida de países (Grecia, Chipre). En este sentido, el BCE ha desarrollado una serie de mecanismos atípicos en la política monetaria del BCE que, de acuerdo con las palabras de

Draghi, «Within our mandate, the ECB is ready to do whatever it takes to preserve the euro. And believe me, it will be enough».

La batería de medidas no convencionales del BCE se explica a través de tres fases, la primera, la caída del sistema financiero. La segunda, el problema de deuda soberana y, en una tercera fase, el riesgo de deflación.

### **3.1 Adjudicación plena a tipo de interés fijo**

Tras la intensificación de la crisis en 2008, el BCE tomó la determinación de que fueran las propias entidades de crédito las encargadas de intermediar a la hora de provisionar de liquidez al mercado<sup>48</sup>. Para ello se paso de la subasta a tipo de interés variable a una subasta a tipo de interés fijo, con adjudicación plena de la liquidez que estas entidades demandan. En un principio esta medida fue aplicada solo a las OPF, pero a partir del 15 de octubre este nuevo tipo de subastas se aplicó a todas las OFPML. Junto a esto se amplió la lista de activos que servían como garantía.

### **3.2 Programas de compras de activos**

Los programas de compras de activos financieros, son unos programas lanzados por el BCE como una medida convencional de política monetaria, y que sirve de apoyo a las medidas convencionales. Los programas de adquisición de activos son muy variados y, en función de los objetivos de adquisición y el mecanismo de transmisión monetaria han tomado nombres distintos.

1. El programa de compra de bonos garantizados o Covered Bonds Purchase Programme (CBPP3), el cual consiste en la compra de activos tales como las cédulas hipotecarias.
2. El programa de compra de activos respaldados o Asset Backed Securities Purchase Programme (ABSPP), por el que se adquieren tanto cédulas hipotecarias como deuda respaldada por préstamos concedidos por entidades financieras.
3. El programa de compra de deuda corporativa o Corporate Sector Purchase Programme (CSPP), por el que se adquiere deuda de empresas no financieras.
4. El programa de compra de deuda pública o Public Sector Purchase Programme (PSPP), consistente en la compra de bonos emitidos por el Estado, instituciones, administraciones locales o regionales y organizaciones internacionales. Los riesgos derivados de este programa serán compartidos (un 80% lo asumirán los bancos centrales y el resto lo asumirá el BCE).

El conjunto de estos planes se redujeron en 2019 pero han debido de ser puestos de nuevo en marcha debido a la crisis del COVID-19.



### **3.3 Outright Monetary Transactions**

Las OMT (Outright Monetary Transactions, o compras monetarias directas en castellano) consistieron en la adquisición directa de deuda pública en mercado secundario a instancia del país que lo solicite bajo un acuerdo condicionado al cumplimiento de ciertos requisitos y programas de reformas estructurales.

Se basa en la idea de que los tipos de interés a los que se financian los países están por encima de las posibilidades de dichos países, haciéndolos inviables aunque viables si el tipo de interés fuese menor.

Es un programa fundamentalmente de corte disuasorio ante la idea de quiebra soberana.

### **3.4 Operaciones de financiación a plazo más largo con objetivo específico (TLTRO III)**

TLTRO es el acrónimo de Targeted Longer Term Refinancing Operations u operaciones de financiación a plazo más largo con objetivo específico.

Son operaciones con objetivo específico porque el importe que las entidades de crédito pueden tomar prestado, así como el tipo de interés aplicable a la financiación, está condicionado a que las entidades de crédito lo presten a su vez a sociedades no financieras (empresas) y a los hogares (excluidos los préstamos para adquisición de vivienda), es decir, a incrementar el crédito a la economía real.

Se trata de siete operaciones (una al trimestre) que comienzan en septiembre de 2019 y terminarán en marzo de 2021. Cada operación que constituye el TLTRO III tendrá un plazo de vencimiento de dos años.

Las entidades financieras que pidan financiación en el marco TLTRO III podrán obtenerla por un importe de hasta el 30 % de sus préstamos computables a 28 de febrero de 2019 a un tipo indexado al tipo de interés aplicable a las operaciones principales de financiación durante la vida de cada operación.

### **3.5 Otros**

Junto con los descritos anteriormente, el BCE ha tratado de estimular la política monetaria a través de los siguientes elementos de política monetaria no convencional:

- Interés negativo en la facilidad de depósito con el objetivo de estimular la base monetaria
- Forward Guidance: consistente en la enunciación a largo plazo de la política que seguirá el BCE de acuerdo con los análisis que realiza. Para que la política tenga credibilidad deben ser anuncios que se cumplan a lo largo del tiempo.

## **4 Quantitative Easing**

La Expansión Cuantitativa (de aquí en adelante QE), o como es conocida en el mundo de las finanzas, Quantitative Easing, es una política monetaria expansiva de mercado abierto, con la que se inyecta dinero en el mercado (se

incrementa la Oferta Monetaria) por medio de compras masivas de valores representativos de deuda de los gobiernos u otros del mismo tipo existentes en el mercado, con el objetivo de aumentar la concesión de crédito.

De acuerdo con Ben Bernanke y Reinhart, dada la situación de tipos de interés cercanos a 0, existen tres posibilidades básicas para el estímulo del crédito:

1. Asegurar el horizonte de estabilidad a tipos bajos (política del Forward Guidance)
2. Modificar la composición del balance del BC (sustituyendo bonos a corto por bonos soberanos a largo, que alza los precios de estos últimos y reduce el tipo de interés)
3. Expandir el balance del BC (Quantitative Easing)

#### **4.1 Objetivos y Mecanismos de la QE**

Los objetivos del Quantitative Easing no son únicos, podríamos destacar varios pero quizás las más importantes serían:

1. facilitar el funcionamiento de los mercados financieros generando liquidez y las condiciones que permitan reactivar los mecanismos de transmisión de la política monetaria,
2. generar crecimiento del gasto nominal favoreciendo el crecimiento de la demanda agregada y por tanto del PIB
3. Ante el riesgo de deflación recuperar una senda de inflación más estable, pero positiva, y más cercana al objetivo de inflación establecido por el banco central.

Respecto a los instrumentos, encontramos

##### **4.1.1 Modificación del precio de los activos y cambio en la estructura de las carteras de inversión.**

Cuando el banco central toma la decisión de comprar en el mercado secundario ciertos activos de renta fija, el banco central genera una demanda extra en el mercado secundario que podría representarse como un desplazamiento a la derecha de la función de demanda que genera un mayor precio de equilibrio. Un cambio en el precio de equilibrio automáticamente genera un cambio en la rentabilidad de los bonos adquiridos. La relación entre precio (P) y rentabilidad de los bonos (r) se entiende si atendemos a que de acuerdo con la equivalencia financiera, el precio del bono debería ser igual a los flujos de caja descontados a la rentabilidad r. Esta reducción de los tipos de interés supone una reducción del coste de financiación. La reducción en el coste de financiación para los agentes privados, ya sean hogares, empresas no financieras o instituciones financieras supone un incentivo a una mayor inversión y, por tanto, tiene un primer efecto expansivo.

Además, aquellos agentes económicos que poseen carteras en las que se incluyen activos que han formado parte de los activos objeto de compra en los programas de expansión cuantitativa, ven incrementar el valor de sus carteras

produciéndose un efecto riqueza que también puede inducir aumentos del nivel de gasto. El efecto de cambio en la estructura de las carteras de inversión tiene relación con el cambio que se produce en las carteras de los agentes económicos cuando han vendido un activo, pues han encontrado el precio de mercado suficientemente atractivo, adquiriendo dinero líquido; en este momento la cartera de inversión aumenta el peso relativo de activos sin riesgo buscando una inversión en activos que generen mayor rentabilidad, facilitando el crédito a inversores.

#### **4.1.2 Concesión de crédito por parte del sector financiero**

La adquisición de activos dentro de mercados secundarios hace también que los depósitos de los bancos comerciales aumenten, lo cual facilita la concesión de créditos por parte de los bancos comerciales a particulares y empresas de cara a mantener la política de coeficiente de caja y reserva voluntaria.

#### **4.1.3 Expectativas**

En función de la credibilidad del banco central un programa de expansión cuantitativa puede entenderse como un compromiso firme en el sentido de hacer lo que sea necesario para volver a la senda de inflación marcada por el objetivo establecido por el banco central, por ello es tan importante la coherencia en sus actuaciones. Dicho compromiso puede inducir un cambio en las expectativas de los agentes económicos en la línea de los objetivos del banco central que contribuya a reducir de forma muy significativa el riesgo de deflación.

### **4.2 El BCE y la Expansión Cuantitativa**

De acuerdo con lo señalado más arriba, el BCE ha logrado expandir su balance fundamentalmente a través de los programas de compra de activos.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 50. Balanza de pagos: concepto, medición e interpretación.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Concepto

La Balanza de Pagos (BP) y la Posición de Inversión Internacional son estadísticas de carácter macroeconómico que resumen, de forma sistemática, las relaciones económicas entre los residentes de una economía y los residentes del resto del mundo. Constituyen lo que se denomina "las cuentas internacionales de la economía". La BP registra, para un período de tiempo dado, las transacciones que tienen lugar entre los residentes y los no residentes. La PII muestra el valor y la composición, en un momento dado, de las tenencias de activos y pasivos financieros frente al exterior y presenta los saldos, activos y pasivos, ordenados con la misma estructura y desde la misma óptica que las correspondientes transacciones financieras de la BP.

En el caso de España, ambas estadísticas, la BP y la PII, se elaboran siguiendo las directrices del MBP6. Los conceptos y definiciones de este manual son coherentes con los que se recogen en el Sistema de Cuentas Nacionales (SCN) y, en su versión europea, en el Sistema Europeo de Cuentas (SEC), de forma que las estadísticas macroeconómicas oficiales deben ser consistentes al estar integradas en un marco común armonizado.

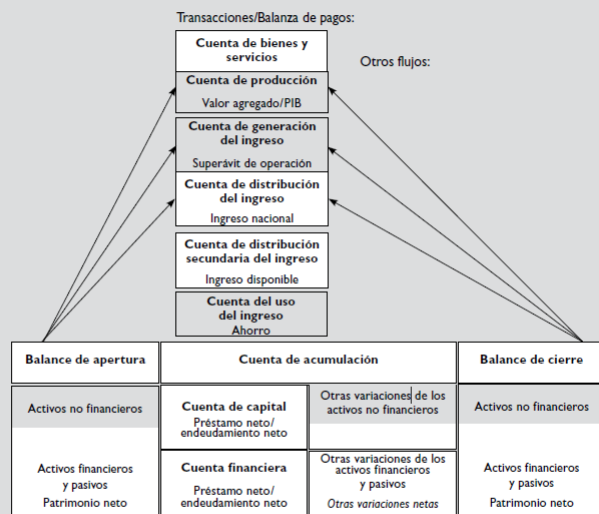
## 1.1 Residentes y no residentes

El FMI considera que una unidad es residente en un país cuando su “centro de interés económico predominante” está localizado en el territorio económico de ese país<sup>2</sup>, es decir, cuando existe una ubicación, una vivienda, un lugar de producción u otro tipo de instalación, en el cual o desde el cual dicha unidad realiza o tiene la intención de realizar, indefinidamente o en un largo plazo, actividades económicas y transacciones en gran escala.

# 2 La estructura de cuentas

Las cuentas internacionales ofrecen un marco integrado para el análisis de las relaciones económicas de una economía frente al resto del mundo. Este marco presenta una secuencia de cuentas que se resume en el gráfico siguiente.

Gráfico 2.1. Panorama general del Sistema de Cuentas Nacionales como marco para las estadísticas macroeconómicas y las cuentas internacionales



Nota:

|                                 |
|---------------------------------|
| Nombre de la cuenta             |
| Partidas equilibradoras del SCN |

Las cuentas sombreadas no figuran en las cuentas internacionales.  
Las flechas representan la contribución de los activos a la producción y a la generación de ingresos (por ejemplo, el uso de activos no financieros como insumo en la producción o el uso de activos financieros para generar intereses y dividendos).

1

## 2.1 Flujos y posiciones

Mientras que la evolución del sector exterior en su parte no financiera queda recogida por las transacciones de la Cuenta corriente y de capital, la evolución financiera tiene su principal reflejo en las posiciones, es decir, en el balance de la economía, cuya evolución viene explicada tanto por las transacciones de la Cuenta financiera como por otros flujos. Así, los flujos que explican la variación de la PII comprenden:

1. las transacciones de la Cuenta financiera de la BP
2. otros flujos
  - (a) revalorizaciones (por variaciones del tipo de cambio o de los precios)
  - (b) otros cambios en volumen

Las transacciones son el resultado de la interacción entre dos partes independientes (por mutuo acuerdo o en virtud de ley) y suponen un intercambio o una transferencia (sin contrapartida) de recursos. Las transacciones se registran en la BP.

<sup>1</sup> Cuadro extraído del Manual de Balanza de Pagos 6 (Fondo Monetario Internacional, 2009)

## 2.2 Clasificación

### 2.2.1 Por rúbricas

**Cuenta corriente** La cuenta corriente de la BP se subdivide en cuatro balanzas básicas: bienes, servicios — que incluye turismo y viajes—, renta primaria y renta secundaria. La renta primaria incluye las del trabajo, las de la inversión y otras rentas primarias (impuestos a la producción e importaciones y subvenciones). La renta secundaria incluye las transferencias corrientes.

**Cuenta de capital** La cuenta de capital de la BP incluye las transferencias de capital y la adquisición y disposición de activos no financieros no producidos<sup>3</sup>. En el caso español, las transferencias de capital son, con gran diferencia, la rúbrica más importante de esta cuenta. El saldo conjunto de las cuentas corriente y de capital es lo que se denomina, en términos de Contabilidad Nacional, "la capacidad o necesidad de financiación de la economía".

**Cuenta financiera** Por lo que se refiere a la clasificación por rúbricas de la Cuenta financiera de la BP y, por tanto, de la PII, cabe destacar en primer lugar que, a diferencia de la Contabilidad Nacional, las cuentas internacionales incorporan, además de una clasificación por instrumento, una clasificación funcional. Esta clasificación hace hincapié en los factores económicos que están detrás de cada partida y que hacen que tengan un comportamiento diferenciado. Así, se separan las operaciones y saldos correspondientes a reservas internacionales, cualquiera que sea el instrumento en el que se materialicen; las operaciones y saldos entre empresas del mismo grupo en la rúbrica de inversión directa; el resto de inversiones en valores negociables, excepto los derivados, en inversión de cartera; los derivados financieros y, finalmente, la otra inversión que incorpora el resto de activos y pasivos exteriores, fundamentalmente préstamos y depósitos no incluidos en las otras categorías.

### 2.2.2 Por sectores institucionales

La balanza de rentas de la inversión y las distintas rúbricas de la cuenta financiera y la PII se subdividen en los cuatro sectores institucionales que a continuación se relacionan, con el detalle de su contenido.

1. Banco de España
2. Otras instituciones financieras monetarias (Otras IFM)
  - (a) Entidades de crédito
  - (b) Fondos del mercado monetario (FMM = FIAMM)
  - (c) Entidades de dinero electrónico
  - (d) Establecimientos financieros de crédito
3. Administraciones Públicas (AAPP)

- (a) Administración Central
- (b) Comunidades Autónomas
- (c) Corporaciones Locales
- (d) Administraciones de Seguridad Social

#### 4. Otros sectores residentes (OSR)

- (a) Instituciones financieras no monetarias
  - i. Otros intermediarios financieros —excepto empresas de seguros y fondos de pensiones—
  - ii. Auxiliares financieros
  - iii. Empresas de seguros y fondos de pensiones
  - iv. Instituciones financieras con actividad limitada y prestamistas de dinero
- (b) Otros sectores no financieros
  - i. Sociedades no financieras —públicas y privadas—
  - ii. Hogares e instituciones sin fin de lucro al servicio de los hogares (ISFLSH)

## 3 Medición o valoración

### 3.1 Unidades

Los precios de mercado son la base para valorar las cuentas internacionales. El precio de mercado se define como la suma de dinero que un comprador paga (o está dispuesto a pagar) por un bien a un vendedor en una transacción acordada entre partes independientes entre sí, que efectúan el intercambio por motivos puramente comerciales. Las transacciones deben valorarse atendiendo al precio vigente en la fecha de la operación. Las posiciones en activos y pasivos financieros deben valorarse a la fecha a la que se refieren los datos. Para activos o pasivos que no se negocien en mercados financieros o que se negocien con poca frecuencia, el MBP6 admite el uso de criterios alternativos. En el caso específico de la inversión directa, por ejemplo, para valorar las posiciones en acciones no cotizadas y otras participaciones en el capital, el MBP6 contempla la utilización del valor contable de los recursos propios de la empresa participada. En el caso concreto de los préstamos y otras partidas de la otra inversión, que tampoco son fácilmente transferibles, el FMI recomienda utilizar el valor nominal. La BP y la PII españolas se elaboran en euros. Para la conversión de operaciones y saldos en moneda distinta al euro se siguen, en general, las recomendaciones del MBP6: utilizar los tipos de cambio de mercado vigentes en el momento de la transacción, en el caso de la BP, o en la fecha a la que se refieren los datos en el caso de la PII. No obstante, para algunas fuen-



tes de información se hace inevitable utilizar tipos de cambio medios mensuales para las transacciones, como por ejemplo para aquellas que se deducen de las posiciones.

### **3.1.1 Imputación a sector**

La asignación de las operaciones y de los saldos a los diferentes sectores institucionales se realiza de acuerdo con el sector de pertenencia del residente titular de la operación. Así, si un banco residente adquiere letras del Tesoro americano, se contabiliza como una inversión de cartera en el exterior —variación de activos— del sector Instituciones financieras monetarias (IFM). Por el contrario, si un banco extranjero adquiere letras del Tesoro español, se contabiliza como una inversión de cartera del exterior —variación de pasivos— en el sector de AAPP.

## **3.2 Tiempo**

En las cuentas internacionales, los flujos deben registrarse en valores devengados. Esto significa que deben registrarse con referencia "al momento en que se crea, transforma, intercambia, transfiere o extingue un valor económico"

Según el MBP6, en el caso de las transacciones el momento de registro será:

- a) para las de bienes, activos no financieros no producidos y activos financieros, el devengo coincide con el momento en el que tiene lugar el cambio de propiedad económica;
- b) para las de servicios, viene determinado por el momento de la prestación; y
- c) las rentas primaria y secundaria se registran en el momento en el que surgen los correspondientes derechos/obligaciones a cobrar/pagar.

En lo que se refiere a los otros flujos, los otros cambios de volumen de los activos deben registrarse cuando tienen lugar; las revalorizaciones, que pueden ocurrir continuamente a medida que varían precios y tipos de cambio, se registran en el período comprendido entre los momentos en los que se valoran las posiciones en cuestión.

## **3.3 Signo de las operaciones**

Los signos de anotación de la BP exigen una convención contable.

En las cuentas corriente y de capital se registran las transacciones como ingresos o como pagos según la óptica del residente, de manera que, por ejemplo, una exportación de mercancías es un ingreso y una importación, un pago.

En la cuenta financiera, un aumento de los activos de un residente frente a un no residente (lo que supone un pago al exterior —una salida de fondos—) se anota con signo positivo en los activos. Un aumento de los pasivos de un residente frente a un no residente (lo que supone un ingreso del exterior —una entrada de fondos—) se anota en los pasivos también con signo positivo.

Finalmente, los netos en la cuenta financiera y en la PII se muestran como activos menos pasivos, de forma que un signo positivo (negativo) supone una salida neta de fondos y una posición neta acreedora, respectivamente (entrada neta y posición neta deudora).

La rúbrica de errores y omisiones de la BP se define como la diferencia entre el total de ingresos y el total de pagos, y deriva de la imposibilidad de capturar información exacta de todas las transacciones que se realizan entre una economía y el resto del mundo.

Los datos recogen las adquisiciones por residentes de activos frente a no residentes, menos sus ventas y sus amortizaciones (en el lado de los activos) y las adquisiciones por no residentes de activos emitidos por residentes, menos sus ventas y sus amortizaciones (en el lado de los pasivos). Como resultado, el volumen de las transacciones financieras es muy superior al del resto, lo que origina que en la mayoría de las ocasiones los errores y omisiones estén más ligados a los resultados de la cuenta financiera que a los de las cuentas corriente y de capital.

## 4 Interpretación

Una vez definida la balanza de pagos y sus componentes así como la valoración de las operaciones, procedemos a señalar qué implicaciones tienen las distintas posiciones dentro de la BP

### 4.1 Saldos

#### 4.1.1 Cuenta corriente

**Bienes y Servicios** Su saldo es el saldo de las exportaciones netas en el caso del cálculo del PIB a precios de mercado.

**Renta Primaria** El saldo de la Cuenta de Renta Primaria constituye la diferencia entre el PIB y el Producto Nacional Bruto (PNB), y por tanto, influye directamente en el ingreso nacional.

**Renta Secundaria** El saldo de la cuenta de rentas secundarias es utilizado para calcular la Renta Nacional Disponible (RND) y la Renta Nacional Bruta Disponible (RNBD). Esta macromagnitud indica la Disponibilidad para el gasto de los residentes para consumir o ahorrar.

$$RND = PNNpm + TRx \text{ netas (corrientes y de capital)}$$

$$RNBD = PNBpm + TRx \text{ netas (corrientes y de capital)}$$

Estas magnitudes representan la disponibilidad para el gasto o ahorro de los sectores privado y público

$$RNBD = \text{Consumo (privado y público)} + \text{Ahorro Nacional Bruto (privado y público)}$$

$$RND = \text{Consumo (privado y Público)} + \text{Ahorro Nacional Neto}$$

**Conjunto de la Cuenta Corriente** El saldo de la Balanza por Cuenta Corriente (BCC) puede presentar un déficit o un superávit. Al significado macroeconómico de la cuenta corriente se puede aproximar desde diferentes perspectivas, en función de agregados macroeconómicos alternativos:

1. La cuenta corriente como diferencia entre ahorro e inversión nacional.
2. La cuenta corriente como la variación de activos externos netos.
3. La cuenta corriente como diferencia entre exportaciones e importaciones.

Considerando las anteriores perspectivas, en el caso de presentar un superávit por cuenta corriente:

1. Que el país tiene un ahorro nacional superior a la inversión. (Capacidad de financiación)
2. El país va a exportar capital (saldo deficitario en la cuenta financiera) y, en consecuencia, se incrementan los activos netos frente al exterior.
3. Las exportaciones de bienes y servicios son mayores que las importaciones

en el caso de presentar déficit por cuenta corriente:

1. El país está ‘viviendo por encima de sus posibilidades’, es decir la inversión es mayor que el ahorro nacional (Necesidad de financiación).
2. El país va a importar capital (saldo positivo en la cuenta financiera) y, en consecuencia, se disminuirán los activos netos frente al exterior.
3. El país puede estar inmerso en un problema de competitividad, es decir, el volumen de importaciones de bienes y servicios es muy superior al de exportaciones.

#### **4.1.2 Cuenta de Capital**

El saldo de la cuenta corriente más el saldo de la cuenta de capital es denominado como, la capacidad o necesidad de financiación de la economía. A la suma de los saldos de ambas cuentas también se le denomina “partida equilibradora”. La partida equilibradora puede ser positiva (préstamo neto) o negativa (endeudamiento neto), y la importancia se encuentra en que equivale conceptualmente al préstamo neto o endeudamiento neto de la cuenta financiera.

Por definición, la BP presenta un saldo siempre igual a 0. Esto es, los saldos de la Cuenta Corriente+Cuenta de Capital+Financiera+Errores y Omisiones debe ser igual a cero. Por ello, para identificar las posiciones de déficit o superávit es necesario dividir la Balanza en Subbalanza y el resto de operaciones, que serán las partidas financiadoras o compensadoras de las primeras.

#### **4.1.3 Cuenta Corriente y Capital**

En ella se recogen todas las operaciones no financieras con el exterior: mercancías, servicios, rentas y transferencias (tanto corrientes como de capital). De la expresión anterior se deriva que su identidad es «-Saldo de la cuenta Financiera ( $\pm$ Errores y Omisiones)».

Este saldo, que es el más utilizado para analizar el comportamiento del sector exterior mide el préstamo neto (superávit) o el endeudamiento neto (déficit) del país con respecto al resto del mundo. Teniéndose en cuenta todas las operaciones exteriores que afectan a la posición crediticia del país, a su capacidad para financiar el gasto, tanto corriente como de capital.

#### **4.1.4 Cuenta financiera**

La cuenta financiera muestra la adquisición neta de activos financieros y la emisión neta de pasivos, es decir, los flujos que producen una modificación de la posición acreedora o deudora de los residentes de un país respecto al resto del mundo. No considera el rendimiento de los títulos adquiridos o enajenados. Está formada por las inversiones directas, inversiones de cartera y por otras inversiones.

Mientras en las cuentas de bienes y servicios y de capital el registro se realiza en cifras brutas, en la cuenta financiera se realiza en cifras netas. Registrar las cifras netas implica que todos los asientos de débito de un determinado activo o pasivo se deducen de los asientos de crédito del mismo tipo de activo o pasivo.

El saldo de la balanza por cuenta financiera indica el flujo de variación de la posición acreedora o deudora con el resto del mundo. El saldo global de la cuenta financiera se denomina préstamo neto/endeudamiento neto, a continuación se explican ambos conceptos:

- Préstamo neto significa que, en cifras netas, la economía proporciona financiamiento al resto del mundo (Rasgo positivo), teniendo en cuenta la adquisición y disposición de activos y pasivos financieros y la emisión y el reembolso de pasivos.
- Endeudamiento neto significa lo contrario. La economía necesita financiamiento por parte de otra economía (Rasgo negativo), que además de devolverlo deberá pagar unos montos por intereses y otros conceptos.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 51. Econometría (I): Estimación de los modelos económicos. Método de mínimos cuadrados y máxima verosimilitud. Propiedades de los estimadores.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

Si bien la disciplina económica se dedica a formular hipótesis y teorías sobre el comportamiento económico de los agentes, la econometría surge como herramienta para poder contrastar si dichas hipótesis generales que se insertan en los modelos teóricos tienen una base empírica.

De este modo, la econometría es, en esencia, el análisis cuantitativo (aunque puede incorporar análisis cualitativos) de fenómenos económicos reales, basados en el desarrollo simultáneo de la teoría y la observación, relacionados mediante métodos apropiados de inferencia.

## 2 Estimación de fenómenos económicos

La econometría es una amalgama de teoría económica, economía matemática, estadística económica y estadística matemática. A pesar de que por sí misma la estadística aporta al estudio de las variables económicas una ingente cantidad de herramientas, la econometría se ubica como una ciencia particular, sometida al interés del estudio económico. Desarrollando, por tanto, una metodología propia que bebe de los aportes de la estadística en general y de la matemática.

### 2.1 Los componentes del modelo econométrico

#### 2.1.1 Las variables

Las variables son los factores o entes elementales que actúan en un fenómeno desde el punto de vista cuantitativo. Por la interrelación entre la matemática y la economía es frecuente en econometría denominar a las variables bien como dependientes e independientes o bien como exógenas y endógenas; las variables endógenas son aquellas que vienen determinadas por el propio sistema económico o modelo y las exógenas aquellas cuyos valores indiquen sobre el modelo desde el exterior, su determinación es externa pero su influencia interna.

Por otra parte, las variables que aparecen en un modelo se pueden referir al mismo periodo (o al mismo instante temporal) o a periodos distintos. Más concretamente, las variables de un modelo pueden referirse exclusivamente a un periodo  $t$ , o a los periodos  $t$ ,  $t-1$ ,  $t-2$ , ... En este último caso decimos que el modelo contiene variables retardadas en el tiempo.

Tomando en cuenta esto, también podemos denominar a las variables exógenas como predeterminadas, abarcando así también aquellas variables exógenas retardadas algún periodo.

**Variables latentes** Otra distinción que se puede formular es la de las variables como latentes frente a las que son observables. La variable latente por excelencia en el modelo econométrico es la perturbación aleatoria. El término aleatorio se debe a que para obtener estimaciones de estas variables latentes (a cuyas estimaciones se denominan residuos) se necesita una distribución probabilística de las mismas, lo que las convierte en variables aleatorias.

**Cualitativas y cuantitativas** El modelo econométrico además admite la existencia de variables cuantitativas, que son aquellas que expresan una cantidad y las variables cualitativas que tratan de expresar una cualidad. Particularmente interesantes son las denominadas variables ficticias que toman uno de dos valores arbitrarios en función de si un determinado fenómeno ocurre o no (típicamente, 1 si ocurre y 0 si no ocurre).

### **2.1.2 Parámetros**

Los parámetros o coeficientes son magnitudes que permanecen constantes dentro de un fenómeno económico concreto.

Normalmente son dos los tipos de parámetros sobre lo que se quiere obtener información cuantitativa:

1. los parámetros de posición, que son los que entran en el momento de primer orden o esperanza matemática de la variable dependiente.
2. Los parámetros de dispersión que se refieren a la varianza de las perturbaciones aleatorias.

Dentro del primer tipo, los parámetros son los factores de ponderación correspondientes a cada variable explicativa o predeterminada y miden el efecto de las fluctuaciones de estas variables sobre la variable explicada o endógena. Por sí solos, los parámetros no tienen un significado concreto, salvo que se ponga en relación con la variable a la que acompañan.

### **2.1.3 Relaciones**

Las relaciones tratan de describir el mecanismo que acciona los elementos singulares del fenómeno económico en cuestión. Las relaciones pueden ser de muchos tipos, dependiendo de la vertiente que se analice. Así, encontramos relaciones de comportamiento (que describen cómo actúan los agentes), relaciones institucionales (que tratan de reflejar los efectos provocados por alguna ley o norma institucional), técnicas (que expresan la relación entre insumos y productos), contables (que expresan tautologías e identidades), etc.

## **2.2 La metodología de la econometría**

La metodología de la econometría, por su función para servir como base a la estimación de fenómenos económicos presenta ciertas características y etapas de trabajo que se pueden resumir en:

1. Planteamiento de la teoría o de la hipótesis.
2. Especificación del modelo matemático de la teoría.
3. Especificación del modelo econométrico o estadístico de la teoría.
4. Obtención de datos.
5. Estimación de los parámetros del modelo econométrico.

6. Pruebas de hipótesis.
7. Pronóstico o predicción.
8. Utilización del modelo para fines de control o de políticas.

Tomando la teoría del consumo keynesiana se pueden ilustrar estos pasos:

1. Planteamiento de la teoría o hipótesis. La propensión marginal a consumir (PMC) está entre 0 y 1.
2. Especificación del modelo matemático de consumo. Sea  $Y$  el consumo (dependiente) y  $X$  el ingreso (independiente), matemáticamente se puede definir  $Y = \beta_1 + \beta_2 X$  con  $0 < \beta_2 < 1$ .
3. Especificación del modelo econométrico de consumo. El modelo anterior es determinista, por lo que económicamente se impone un criterio estocástico tal que  $Y = \beta_1 + \beta_2 X + u$  donde  $u$  conocida como término de perturbación o de error, es una variable aleatoria. Es decir,  $X$  está relacionada con  $Y$  pero no de forma exacta, pues depende de variaciones individuales.
4. Una vez obtenidos los datos de estudio, estimar los parámetros de la función consumo. La estimación numérica de los parámetros da contenido empírico a la función consumo, dando lugar a  $\hat{Y} = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X$  donde los valores con circunflejo son datos estimados, particularmente los parámetros (por ejemplo,  $\hat{\beta}_1 = -10$  y  $\hat{\beta}_2 = 0,5$ ).
5. Contraste de hipótesis. Una vez estimados unos valores para los parámetros a través de algún tipo de regresión, se someten a distintos estudios para ver cómo de fiables pueden ser dichos valores y si aportan alguna información al modelo estimado. Esto se ejecuta a través de la inferencia estadística.
6. Este modelo, de estar bien especificado podrá servir tanto para hacer predicciones de futuro como para medir la sensibilidad de ciertos factores a ciertos cambios, siendo útil en el control y la realización de políticas públicas.

Por tanto, parece evidente que, además de especificar correctamente el modelo teórico y su deriva econométrica, es crucial determinar el valor de los parámetros. A ese respecto se desarrollan dos métodos de estimación, el de mínimos cuadrados y el de máximo verosimilitud.

### 2.3 Tipologías de modelos econométricos

Los modelos econométricos pueden tomar múltiples formas, dependiendo de su configuración. Así, encontramos, entre otras:

1. Según el número de relaciones
  - (a) Uniecuacionales
  - (b) Multiecuacionales



2. Según la forma de las relaciones

- (a) Lineales
- (b) No lineales

3. Inclusión de retardos

- (a) Estáticos
- (b) Dinámicos

4. Finalidad

- (a) De decisión
- (b) De predicción

5. Tipo de datos

- (a) Series temporales
- (b) Corte transversal

### **3 La estimación**

#### **4 Estimación mínimo-cuadrática**

El método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) es una de las formas a través de las que se pueden dar valores a los parámetros de un modelo econométrico.

Suponiendo un modelo del tipo

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t \quad (1)$$

donde para simplificar se han tomado sólo dos parámetros y una variable dependiente y otra independiente.

Si se calcula la variable dependiente a partir de una muestra, se obtiene que:

$$Y_t = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_t + \hat{u}_t \quad (2)$$

Por lo que

$$Y_t = \hat{Y}_t + \hat{u}_t \quad (3)$$

De donde las diferencias entre los valores observados y los estimados son iguales a los residuos.

El objetivo, tener una buena estimación de los parámetros se consigue, por tanto, minimizando la dispersión entre lo observado y lo estimado; es decir, minimizando los residuos que se elevan al cuadrado para tomar en cuenta la dispersión de los mismos. Cada muestra dará un conjunto de residuos distinto.

La minimización de los residuos al cuadrado respecto a los parámetro de los que es función ( $\hat{\beta}_1$  y  $\hat{\beta}_2$ ) y su igualación a 0 da lugar que se obtenga que los estimadores para los parámetros a través de mínimos cuadrados con un regresor son:

$$\hat{\beta}_1 = \bar{Y} - \hat{\beta}_2 \bar{X} \quad (4)$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2} = \frac{cov(y, x)}{\sigma_x^2} \quad (5)$$

En el caso de más de un regresor, el procedimiento es análogo a través de la forma matricial en tanto que

$$\hat{u} = y - X \times B \quad (6)$$

$$\text{donde } X = \begin{bmatrix} 1 & x_{1,1} & x_{2,1} & \dots & x_{k,1} \\ 1 & x_{1,2} & x_{2,2} & \dots & x_{k,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1,n} & x_{2,n} & \dots & x_{k,n} \end{bmatrix} \text{ y } B = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix}$$

de modo que, el múltiplo  $\hat{u}'\hat{u}$  da

$$SR(\hat{\beta}) = \hat{u}'\hat{u} = y'y - 2\hat{\beta}'X'y + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta} \quad (7)$$

cuya minimización para cada parámetro es

$$\frac{\partial \hat{u}'\hat{u}}{\partial \hat{\beta}} = -2X'y + 2X'X\hat{\beta} \quad (8)$$

$$X'Y = X'XB \rightarrow B = (X'X)^{-1}X'Y \quad (9)$$

De este modo, solventando el sistema de ecuaciones quedarían estimados los parámetros a través del método de mínimos cuadrados ordinarios, dado que el vector gradiente es cero y, además, la matriz hessiana o de segundas derivadas sea definida positiva que, al ser  $X'X$  es siempre semidefinida positiva.

Para que el estimador esté definido de modo único es necesario que la matriz  $X'X$  sea invertible, lo cual sucede siempre que las  $k$  columnas de la matriz  $X$  son linealmente independientes y se disponga de al menos tantas observaciones como variables explicativas.

## 5 Estimación máximoverosimil

Otra forma de estimar los parámetros de un modelo econométrico es a través de la función de máximoverosimilitud cuya obtención, generalmente, es más compleja que la del método de mínimos cuadrados.

La función de verosimilitud es la función de probabilidad conjunta de la muestra: cuando la muestra ha sido obtenida por muestreo aleatorio simple, las distintas observaciones muestrales son independientes entre sí y la función de verosimilitud es el producto de los valores de la función de densidad para cada una de las observaciones.

A diferencia del método de mínimos cuadrados, éste descansa sobre un determinado supuesto acerca del tipo de distribución que sigue el término de error del modelo econométrico.

En adelante se aplicará para un modelo econométrico que supone la normalidad del término de error  $N(0, \sigma_u^2 I)$ . La estimación se obtiene para un modelo de tipo  $y = X\beta + u$ .

Así pues, la función de densidad del vector  $u$  es

$$f(u) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \frac{1}{|\sigma_u^2 I|^{1/2}} e^{\left(-\frac{1}{2}u'(\sigma_u^2 I)^{-1}u\right)} = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \frac{1}{(\sigma_u^2)^{1/2}} e^{\left(-\frac{1}{2\sigma_u^2}u'u\right)} \quad (10)$$

esto puede ser reescrito transformando  $u$  por su equivalente en

$$L(y, X; \beta, \sigma_u^2) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \frac{1}{(\sigma_u^2)^{1/2}} e^{\left(-\frac{1}{2\sigma_u^2}(y-X\beta)'(y-X\beta)\right)} \quad (11)$$

En esta función se puede, para su simplificación, usar el logaritmo neperiano, lo que se denomina función de soporte o log-verosimilitud, quedando como

$$\ln L(y, X; \beta, \sigma_u^2) = -\frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{n}{2} \ln \sigma_u^2 - \frac{1}{2\sigma_u^2} (y - X\beta)'(y - X\beta) \quad (12)$$

Ahora, simplemente, es necesario igualar a cero las derivadas de esta función respecto a cada uno de los parámetros para obtener sus estimaciones máximo verosímiles.

En el caso de  $\beta$  estos serán  $B = (X'X)^{-1}X'y$

## 6 Propiedades de los estimadores

La definición de la distribución de probabilidad de una variable aleatoria implica, en general, la existencia y conocimiento de parámetros sin cuya concreción no es posible utilizar la distribución. Es decir, siendo  $\xi$  una variable aleatoria cuya función de densidad o cuantía  $f(x; \theta)$  contiene un parámetro, para cada valor del parámetro tendremos una distribución de probabilidad distinta. Esto pone de manifiesto la necesidad de asignar valores a los parámetros desconocidos contenidos en una determinada distribución de probabilidad.

### 6.1 Concepto de estimador, estimación y error de estimación

El primer objetivo es la obtención de un valor que pueda asignarse a dicho parámetro desconocido. Para ello, se obtiene de la población la información precisa mediante una muestra aleatoria simple, se establece una función de los valores muestrales, estimador, y se asigna al parámetro el valor que tome esta función en la muestra concreta, a lo que llamaremos estimación puntual.

El estimador  $\hat{\theta}$  será una variable aleatoria función de las variables aleatorias muestrales y se transformará en una estimación del parámetro  $\theta$  cuando las variables muestrales se conviertan en datos observados al obtenerse una muestra determinada.

De este modo, habrá tantas estimaciones como estimadores se hayan podido construir, por lo que será necesario definir algún conjunto de criterios que permita elegir de entre estos, el «mejor» en cada caso.

Una forma de aproximarse a dicha «bondad» del estimador podemos presumir que será tanto mejor cuanto más cerca se encuentre del valor verdadero, el cual desconocemos.

El error cuadrático medio supone una medida global de discrepancia entre esos datos. Así, un valor pequeño del error cuadrático medio indicará que, en media, el estimador no se encuentra lejos del parámetro. Esta aproximación ya ha sido empleada en el análisis anterior de los métodos MCO y MV.

Si descomponemos el error cuadrático medio, cuya expresión es  $E(\hat{\theta} - \theta)^2$ , obtenemos que el ECM depende de dos sumandos

$$ECM = V(\hat{\theta}) + [\theta - E(\hat{\theta})]^2 \quad (13)$$

De esta manera, llegamos a la conclusión, de que habrá más discrepancia cuanto mayor sea la varianza del estimador y mayor sea la discrepancia entre el valor real y la esperanza del estimador. La minimización de esos elementos

conducirán a unas propiedades deseables para los estimadores.

Se considera que un estimador es bueno si es insesgado, eficiente, consistente y suficiente.

## 6.2 Inssegadez

Un estimador se dice insesgado cuando la esperanza de un estimador (que genéricamente denominaremos  $\hat{\theta}$ ) coincide con el parámetro que estima. Es decir

$$E(\hat{\theta}) = \theta \quad (14)$$

Cualquier valor que exceda esa igualdad se denomina sesgo. Un estimador será más insesgado cuanto mayor sea el sesgo.

En términos de función de densidad, tenemos que

$$E(\hat{\theta}) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\theta} g(\hat{\theta}; \theta) d\hat{\theta} \quad (15)$$

donde el estimador es función de los elementos muestrales y que la función de densidad conjunta de la muestra es  $f_1(x_1; \theta) \dots f_n(x_n; \theta)$  donde en consecuencia la esperanza del estimador es

$$E(\hat{\theta}) = \int_X \hat{\theta}(X) L(X; \theta) dX \quad (16)$$

Un estimador puede ser asintóticamente insesgado si, cuando la muestra es muy grande el sesgo tiende a 0. La insesgadez es una propiedad de la variable aleatoria estimador, no de una estimación concreta, y ha de entenderse como propiedad media, referida al conjunto de todos los valores que pueda presentar el estimador.

### 6.2.1 Propiedades

- Si dos estimadores de un parámetro son insesgados, tomando un valor  $c$  en el intervalo  $(0, 1)$ , cualquier combinación lineal de los dos dará un estimador también insesgado.
- El momento muestral de orden  $r$  respecto al origen es un estimador insesgado de su correspondiente momento poblacional.
- La varianza de una muestra aleatoria simple es un estimador sesgado de la varianza poblacional ya que

$$E(s^2) = \frac{n-1}{n} \sigma^2$$

Una estimación insesgada es la cuasivarianza muestral. Esto implica que una transformación lineal del estimador sesgado puede dar lugar a estimadores insesgados.

- Los momentos muestrales de orden  $r$  respecto a la media son estimadores sesgados de sus correspondientes momentos poblacionales, pero asintóticamente insesgados (la varianza es un caso particular de esta propiedad).

### 6.3 Eficiencia

Un estimador es eficiente cuando su varianza es mínima. Esta propiedad exige que el estimador que se utilice genere estimaciones parecidas para las diferentes muestras que puedan obtenerse de la población.

Dado que el conjunto de estimadores posibles de un parámetro desconocido puede ser muy elevado haciendo impracticable comparar sus varianzas se suele usar la cota de Cramér-Rao, cuya definición es

$$\frac{(1 + \text{sesgo})^2}{E \left[ \frac{\partial \ln L(X; \theta)}{\partial \theta} \right]}$$

Esta cota indica el valor mínimo que puede tomar la varianza de los estimadores, definiéndose como eficiente aquella varianza que sea igual a la cota. Puede ser asintóticamente eficiente si cuando  $n$  es muy grande la varianza coincide con la cota.

Una propiedad importante es que, a idéntico sesgo, si dos estimadores son eficientes, ambos estimadores son iguales pues el estimador eficiente es único.

### 6.4 Consistencia

Las propiedades de insesgadez y de eficiencia no están relacionadas con el tamaño de la muestra sino que se relacionan a través del Error Cuadrático Medio. A mayor sea el tamaño de la muestra, mayor será la información que traslade de la población. En un escenario extremo, cuando  $n$  tiende a infinito, muestra y población coinciden.

Así pues, podemos obtener una sucesión de estimadores en función del tamaño de la muestra, de forma que podemos estudiar el comportamiento asintótico de esta sucesión.

Se dice que un estimador es consistente si converge en probabilidad al parámetro que se quiere estimar. Es decir

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\hat{\theta} - \theta| \geq \epsilon) = 0$$

#### 6.4.1 Propiedades de los estimadores consistentes

1. Invarianza. Si un estimador  $\hat{\theta}$  es consistente de  $\theta$ , una transformación  $g(\hat{\theta})$  también lo será de  $g(\theta)$ .

2. Los momentos muestrales con respecto al origen son estimadores consistentes de los correspondientes poblacionales.
3. Los momentos muestrales centrales, son estimadores consistentes de los poblacionales

## 6.5 Suficiencia

Un estimador es suficiente cuando la distribución de la muestra dado el estimador es independiente del parámetro  $\theta$  es decir

$$f(X/\hat{\theta}; \theta) = H(X)$$

## 6.6 Propiedades de los estimadores MCO y máximoverosímiles

### 6.6.1 Propiedades de los estimadores MCO

Si  $E(u) = 0$  entonces el estimador MCO es insesgado tal que

$$E(\hat{\beta}) = E[\beta + (X'X)^{-1}X'u] = \beta + (X'X)^{-1}X'E(u) = \beta$$

De igual manera, el estimador MCO es óptimo en el sentido de que cualquier otro estimado lineal e insesgado tiene una matriz de covarianzas «mayor» que la del estimador MCO.

En primer lugar, determinamos la matriz de covarianzas como  $\sigma_u^2(X'X)^{-1}$  cuando  $\text{Var}(u) = \sigma_u^2 I$

$$\begin{aligned}\text{Var}(\hat{\beta}) &= E[(\hat{\beta} - E(\hat{\beta}))(\hat{\beta} - E(\hat{\beta}))'] = E[(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)'] = \\ &= E[(X'X)^{-1}X'uu'X(X'X)^{-1}] = (X'X)^{-1}X'E(uu')X(X'X)^{-1} = \\ &= (X'X)^{-1}X'(\sigma_u^2 I)X(X'X)^{-1} = \sigma_u^2(X'X)^{-1}\end{aligned}$$

Ahora, aplicando el teorema de Gauss-Markov se obtiene que siendo  $\tilde{\beta} = \tilde{A}y$  un estimador lineal de  $\beta$  donde  $\tilde{A}$  es una matriz  $k \times n$  se denota  $A$  (matriz  $k \times n$ ), la diferencia  $A = \tilde{A} - (X'X)^{-1}X'$  tal que

$$\tilde{\beta} = [A + (X'X)^{-1}X']y = [A + (X'X)^{-1}X'](X\beta + u) = AX\beta + \beta + [A + (X'X)^{-1}X']u$$

donde  $\tilde{\beta}$  será insesgado sólo si la matriz  $A$  es tal que  $AX = 0$  de donde

$$\tilde{\beta} = \beta + [A + (X'X)^{-1}X']u.$$

La matriz de covarianzas de  $\tilde{\beta}$  es  $\sigma_u^2 AA' + \sigma_u^2(X'X)^{-1}$  por lo que, la matriz de covarianzas será, en todo caso, igual sino mayor que la matriz de covarianzas de  $\hat{\beta}$  por lo que el estimador es eficiente.

### 6.6.2 Propiedades de los estimadores Máximo-verosímiles

Para el caso que nos ocupa, el estimador MCO que es lineal, insesgado y óptimo, coincide con el estimador máximoverosímil, por lo que ambos estimadores comparten propiedades. No obstante, en general se señala que un estimador maximoverosímil posee las siguientes propiedades:

**Invarianza** Si  $\hat{\theta}_{MV}$  es el estimador máximo versímil de  $\theta$ , entonces  $h(\hat{\theta}_{MV})$  es el estimador máximo verosímil de  $h(\theta)$ . Es decir, soporta transformaciones.

**Consistencia** Si el estimador máximo verosímil es sesgado, su sesgo tiende a cero al aumentar el tamaño muestral.

- En caso de existir un estimador insesgado y eficiente (varianza igual a la cota de Cramér-Rao), dicho estimador es el máximo verosímil.
- La distribución del estimador máximo verosímil es asintóticamente Normal con esperanza igual al valor del parámetro estimado y de varianza igual a la cota de Cramér-Rao.
- En caso de existir un estadístico suficiente para un parámetro, el estimador máximo verosímil es función de dicho estadístico suficiente.
- Son invariantes: si  $\hat{\theta}$  es el estimador máximo verosímil de  $\theta$  y  $g$  es una función biunívoca, entonces  $g(\hat{\theta})$  es el estimador máximo verosímil de  $g(\theta)$ .



## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 52. Econometría (II): Modelo clásico de regresión lineal normal (MRLC). Flexibilización de los supuestos del MRLC. Multicolinealidad, heteroscedasticidad y autocorrelación.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

El modelo clásico de regresión lineal normal, es la especificación estándar de la mayoría de los modelos econométricos. Estos modelos requieren para su correcto funcionamiento de una serie de supuestos básicos cuyo incumplimiento hace que estos modelos deban ser adaptados. Particularmente interesantes son los comportamientos del término aleatorio del modelo así como su distribución de probabilidad.

## 2 El modelo clásico de regresión lineal normal

Este modelo, como cualquier otro, se basa en un conjunto de hipótesis que son las siguientes

### 2.1 Hipótesis

- Sobre su forma
  - El modelo es un modelo lineal  $y = X\beta + u$
- Sobre los regresores
  - Se consideran exógenos
  - no correlados
  - medibles
- Sobre las perturbaciones
  - Su esperanza es nula  $E(u) = 0$
  - Homocedasticidad  $\text{Var}(u) = \sigma_u^2$
  - Independientes
  - Normales  $N(0, \sigma_u^2 I)$

### 2.2 Estimación de parámetros

Como todo modelo es necesario estimar los parámetros que acompañan a los regresores. En el caso del MRLC, se pueden obtener por mínimos cuadrados ordinarios. Por la forma lineal del modelo se puede especificar este a través de las desviaciones de las estimaciones respecto a las observaciones, obteniendo el conjunto de residuos  $\hat{u}$  donde para obtener los estimadores por el método MCO se trata de minimizar la suma al cuadrado de los residuos tal que estos son

$$\hat{u} = y - X \times B \quad (1)$$

$$\text{donde } X = \begin{bmatrix} 1 & x_{1,1} & x_{2,1} & \dots & x_{k,1} \\ 1 & x_{1,2} & x_{2,2} & \dots & x_{k,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1,n} & x_{2,n} & \dots & x_{k,n} \end{bmatrix} \text{ y } B = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix}$$

de modo que, el múltiplo  $\hat{u}'\hat{u}$  da

$$SR(\hat{\beta}) = \hat{u}'\hat{u} = y'y - 2\hat{\beta}'X'y + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta} \quad (2)$$

cuya minimización para cada parámetro es

$$\frac{\partial \hat{u}'\hat{u}}{\partial \hat{\beta}} = -2X'y + 2X'X\hat{\beta} \quad (3)$$

$$X'y = X'XB \rightarrow B = (X'X)^{-1}X'y \quad (4)$$

De este modo, solventando el sistema de ecuaciones quedarían estimados los parámetros a través del método de mínimos cuadrados ordinarios, dado que el vector gradiente es cero y, además, la matriz hessiana o de segundas derivadas sea definida positiva que, al ser  $X'X$  es siempre semidefinida positiva.

Para que el estimador esté definido de modo único es necesario que la matriz  $X'X$  sea invertible, lo cual sucede siempre que las  $k$  columnas de la matriz  $X$  son linealmente independientes y se disponga de al menos tantas observaciones como variables explicativas.

Por otro lado, se obtiene la matriz de varianzas y covarianzas del estimador que es

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{\beta}) &= E[(\hat{\beta} - E(\hat{\beta}))(\hat{\beta} - E(\hat{\beta}))'] = E[(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)'] = \\ &= E[(X'X)^{-1}X'uu'X(X'X)^{-1}] = (X'X)^{-1}X'E(uu')X(X'X)^{-1} = \\ &= (X'X)^{-1}X'(\sigma_u^2 I)X(X'X)^{-1} = \sigma_u^2(X'X)^{-1} \end{aligned} \quad (5)$$

De este modo, quedarían estimados los parámetros de los regresores a través del método de mínimos cuadrados ordinarios. Estos parámetros son Insesgados, Eficientes y Consistentes.

### 2.2.1 Obtención de la varianza

El vector de residuos puede ser descrito como una transformación lineal del vector de errores  $\hat{u} = Mu$  donde  $M = I_n - X(X'X)^{-1}X'$  es una matriz  $n \times n$  idempotente y que satisface que  $MX = 0_{n \times k}$ . Por tanto, se puede calcular el valor esperado de la suma residual  $E() = E(u'Mu)$  y dado que ese valor es un escalar, tenemos que<sup>1</sup>

$$\begin{aligned} E[\text{tr}(u'Mu)] &= E[\text{tr}(Mu'u)] = \text{tr}[ME(uu')] = \text{tr}[M\sigma_u^2 I_n] = \\ &= \sigma_u^2 \text{tr}[M] = \sigma_u^2 [\text{tr} I_n - \text{tr}(X(X'X)^{-1}X')] = \sigma_u^2 (n - k) \end{aligned} \quad (6)$$

Así pues, se deduce que  $S_u^2 = \frac{SCR}{n-k} = \frac{\hat{u}'\hat{u}}{n-k}$  es el estimador insesgado de la varianza  $E(S_u^2) = \sigma_u^2$ .

### 2.3 Análisis del modelo

El modelo puede ser descompuesto en una serie de sumas de cuadrados toda vez que se especifica la siguiente igualdad

$$y'y = \hat{y}'\hat{y} + \hat{u}'\hat{u} \quad (7)$$

donde

$$SCT = y'y - n\bar{y}^2$$

$$SCE = B'X'y - n\bar{y}^2$$

$$SCR = \hat{u}'\hat{u}$$

tal que

$$SCR = SCT - SCE = y'y - B'X'y$$

siendo SCT la suma de cuadrados totales, que representa una medida de variación de la variable dependiente; SCE la suma de cuadrados explicados por el modelo y SCR la suma de cuadrados de los residuos.

---

<sup>1</sup> usando el operador traza (suma de la diagonal principal de una matriz), cuyas propiedades son, entre otras, que se puede alterar el orden de las matrices bajo traza y que se puede sacar un escalar de la traza

Estos resultados pueden usarse para calcular el estadístico del coeficiente de determinación ( $R^2$ ) que permite calcular la bondad del ajuste (siendo los valores deseables cercanos a 1 o -1, que indican relación entre las variables explicativas y la explicada).

Su cálculo se obtiene a través de  $R^2 = 1 - \frac{SCR}{SCT}$ . Este estadístico es sensible al número de regresores por lo que conviene ajustarlo para evitar que un mayor número de regresores modifique su utilidad, obteniéndose  $\bar{R}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-k}(1 - R^2)$ .

### 2.3.1 Inferencia

Por otro lado, el MRLC admite análisis de inferencia para determinar un rango de valores que pueden tomar los parámetros sujetos al grado de confianza impuesto a través del contraste de hipótesis o intervalos de confianza. Particularmente, se da el intervalo de confianza asociado a cada parámetro, pues la obtención de contraste de hipótesis es inmediato a partir de éste.

Podemos definir  $\hat{u} = y - X\hat{\beta} = Mu$  donde  $M = I_n - X(X'X)^{-1}X'$  y, por consiguiente  $X(\hat{\beta} - \beta) = (y - Mu) - X\beta = u - Mu = Nu$  con  $N = I_n - M$ , que es idempotente y simétrica de dimensión  $n \times n$ . Así, la forma cuadrática

$$\frac{1}{\sigma_u^2}(\hat{\beta} - \beta)'X'X(\hat{\beta} - \beta) = \frac{1}{\sigma_u^2}u'Nu \quad (8)$$

sigue una distribución chi-cuadrado con k grados de libertad, mientras que

$$(n - k)\frac{\hat{\sigma}_u^2}{\sigma_u^2} = \frac{1}{\sigma_u^2}\hat{u}'\hat{u} = \frac{1}{\sigma_u^2}u'Mu \quad (9)$$

que sigue una distribución chi-cuadrado con n-k grados de libertad. Además, las matrices N y M son ortogonales ( $MN = 0$ ) por lo que las dos formas cuadráticas anteriores son independientes entre sí. De ahí podemos derivar el siguiente resultado:

Los estimadores MCO del vector  $\beta$  y del parámetro  $\sigma_u^2$  son independientes entre sí.

**Estadístico F** De lo anterior podemos derivar que

$$\frac{\frac{u'Nu}{k}}{\frac{u'Mu}{n-k}} = \frac{\frac{(-\beta)'X'X(-\beta)}{k}}{\frac{\hat{\sigma}_u^2}{n-k}} = \frac{(-\beta)'[\hat{\sigma}_u^2(X'X)^{-1}]^{-1}(-\beta)}{k} \quad (10)$$

que sigue una distribución  $F_{k,n-k}$  por ser el cociente de dos chi-cuadrado independientes.

Este resultado nos permite contrastar algunas hipótesis acerca de los valores de los coeficientes del modelo. Por ejemplo, supongamos que se hace la hipótesis de que el vector de parámetros  $\beta$  toma unos valores  $\beta^0$ , se estima

dicho vector y se obtiene la serie de residuos correspondiente. Si el vector hipotético  $\beta^0$  se sustituye en la expresión anterior, todos los valores son conocidos, por lo que es posible evaluar numéricamente y comprobar si dicha hipótesis tiene sentido a través de los valores tabulados en la distribución  $F_{k,n-k}$ .

Si, por el contrario, la hipótesis nula se formula sobre un sólo coeficiente, entonces, de la distribución del vector de coeficientes que se distribuyen como  $N_k(\beta; \sigma_u^2(X'X)^{-1})$  tendríamos el valor particular de  $\hat{\beta}_i$  que se distribuye como  $N(\beta_i; \sigma_u^2 a_{ii})$  donde  $a_{ii}$  es el elemento i-ésimo de la diagonal principal de la matriz  $(X'X)^{-1}$ , por lo que

$$\frac{\hat{\beta}_i - \beta_i}{\sigma_u \sqrt{a_{ii}}} \quad (11)$$

se distribuye como una  $N(0,1)$ .

En este caso el parámetro  $\sigma_u^2$  es, como habitualmente, desconocido. Pero como hemos estimado anteriormente su valor, éste se distribuye como una chi-cuadrado con n-k grados de libertad e independientemente de cada uno de los parámetros estimados. Por tanto, el cociente de una  $N(0,1)$  y la raíz cuadrada de una chi-cuadrado dividida por sus grados de libertad

$$\frac{\frac{\hat{\beta}_i - \beta_i}{\sigma_u \sqrt{a_{ii}}}}{\sqrt{\frac{(n-k)\hat{\sigma}_u^2}{\sigma_u^2} \frac{1}{(n-k)}}} = \frac{\hat{\beta}_i - \beta_i}{\hat{\sigma}_u \sqrt{a_{ii}}} \quad (12)$$

De este modo, se distribuye como una T de Student de n-k grados de libertad.

### 3 Incumplimiento de hipótesis básicas

Una vez conocida de forma general el modelo, el modelo tiene que ser corregido una vez alguno de los supuestos que se le exigen se incumple. De esta forma, la presencia de multicolinealidad, heterocedasticidad o autocorrelación implica realizar ciertos ajustes sobre la forma general del modelo.

#### 3.1 Multicolinealidad

Una de las hipótesis del modelo de regresión lineal múltiple establece que no existe relación lineal exacta entre los regresores, o, en otras palabras, establece que no existe multicolinealidad perfecta en el modelo. Esta hipótesis es necesaria para el cálculo del vector de estimadores mínimo cuadráticos, ya que en caso contrario la matriz  $X'X$  será no singular. La multicolinealidad perfecta no se suele presentar en la práctica, salvo que se diseñe mal el modelo.

El problema de la multicolinealidad hace referencia, en concreto, a la existencia de relaciones aproximadamente lineales entre los regresores del modelo, cuando los estimadores obtenidos y la precisión de éstos se ven seriamente

afectados.

La multicolinealidad puede ser de dos tipos: exacta o aproximada.

La multicolinealidad exacta o perfecta hace referencia a la existencia de una relación lineal exacta entre dos o más variables independientes. La multicolinealidad aproximada hace referencia a la existencia de una relación lineal aproximada entre dos o más variables independientes.

En el caso de multicolinealidad exacta es imposible invertir la matriz  $X'X$ ; mientras que en el caso de la aproximada sí que es posible pero el determinante de  $X'X$  será muy próximo a cero, por lo que  $(X'X)^{-1}$  tenderá a tener valores altos, lo que implica:

- varianzas de los estimadores muy grandes.
- Contrastes de significación individual que no rechazan la hipótesis nula pero contrastes conjuntos que sí
- Coeficientes muy sensibles a pequeños cambios en la muestra.
- Coeficiente de determinación artificialmente elevado

### 3.1.1 Detección

Existen dos métodos fundamentales para la detección de la multicolinealidad. El número de condición y el Factor de agrandamiento.

El número de condición se refiere a la raíz cuadrada del cociente de autovectores máximo y mínimo de la matriz  $X'X$   $k(X) = \sqrt{\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}}$ . Si dicho número de condición toma un valor entre 20 y 30 estamos ante un problema de multicolinealidad probable y se considera seguro si supera 30.

El Factor de Agrandamiento de la Varianza (FAV) se calcula, para cada coeficiente como

$$FAV(\hat{\beta}_i) = \frac{1}{1 - R_i^2}$$

donde  $R_i^2$  es el coeficiente de determinación obtenido al efectuar la regresión de una variable sobre el resto. Muestra en qué medida se agranda la varianza del estimador como consecuencia de la relación de los regresores. Valores del FAV superiores a 10 hacen pensar en la posible existencia de multicolinealidad en el modelo.

### 3.1.2 Soluciones

Algunas de las posibles soluciones al problema de multicolinealidad son las siguientes:

- mejora del diseño muestral extrayendo la información máxima de las variables observadas.

- eliminación de las variables que se sospechan son causantes de la multicolinealidad.
- en caso de disponer de pocas observaciones, aumentar el tamaño de la muestra.
- utilizar la relación extramuestral que permita realizar relaciones entre los parámetros (información a priori) que permita estimar el modelo por mínimos cuadrados restringidos.

## 3.2 Heterocedasticidad

La heterocedasticidad se presenta cuando la varianza de las perturbaciones no es igual para cada observación.

Esto se puede deber a múltiples causas:

- Naturaleza del fenómeno: en situaciones en las que se disponen de datos de sección cruzada es factible la presencia de heteroscedasticidad.
- Usar datos agregados: cuando las observaciones de la variable dependiente pueden dividirse en grupos (por ejemplo, una persona que reside en una provincia, un grupo de empresas que pertenecen a un mismo sector, etc.) y se usan como datos los promedios proporcionados por tales grupos es factible la presencia de heteroscedasticidad.
- Si se omite una variable relevante en el modelo, es esperable que la perturbación aleatoria dependa de dicha variable omitida, por lo que su varianza difícilmente será constante.

En este caso, si bien el estimador MCO es insesgado, su varianza ya no será mínima por lo que no es eficiente.

### 3.2.1 Detección de heterocedasticidad

Existen distintos test a través de los cuales se puede detectar la presencia de heterocedasticidad, algunos de ellos gráficos (consistentes en observar la dispersión de los residuos) o analíticos, en particular:

**Test de Breusch y Pagan** Suponiendo que la varianza del término de error en cada periodo o para cada familia, etc. depende de un vector de variables  $z_t$  (pueden ser todas las variables independientes o sólo aquellas de las que se tiene sospecha) de dimensión  $p$  tal que

$$\sigma_t^2 = h(z_t' \alpha) = h(\alpha_0 + \alpha_1 z_{1t} + \dots + \alpha_p z_{pt})$$

si todas las combinaciones salvo  $\alpha_0$  fuesen cero, no existiría heterocedasticidad.

El test se ejecuta a través de una estimación por MCO original, de la cual se estima la varianza estimada  $\hat{\sigma}_u^2 = \frac{\hat{u}'\hat{u}}{n}$  (que es la estimación MV de la varianza bajo creencia de homocedasticidad) y se calcula la serie de residuos normalizados al cuadrado  $g_t = \frac{\hat{u}_t^2}{\hat{\sigma}_u^2}$ .



Sobre  $g_t$  se ajusta una regresión  $g_t = z_t' \alpha + u_t$  y se calcula su SCE estimada. Sobre esta se puede elaborar un contraste de homocedasticidad nula tal que

$$\frac{SCE}{2} > \chi_{p-1}^2(\alpha)$$

entonces se rechaza la hipótesis nula de ausencia de heterocedasticidad. Si los residuos fuesen homocedásticos, las variables  $z_t$  no deberían tener ningún poder explicativo en los residuos transformados  $g$ .

**Test de Goldfield-Quandt** Este test requiere de una variable  $z_t$  (una variable cualquiera,  $x_i$ ) de la que supuestamente depende la magnitud de  $\sigma_t^2$ . El objetivo es ordenar las observaciones por valores de la variable  $z_t$  de menor a mayor, omitir  $p$  observaciones en mitad de la muestra; estimar dos veces el modelo original (uno con cada grupo de observaciones) y finalmente construir un estadístico con las sumas residuales de ambas regresiones donde el cociente  $\lambda = \frac{SCR_2}{SCR_1} = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$  sigue una distribución  $F_{m,m}$  donde  $m = \left(\frac{n-p}{2}\right) - k$  en ausencia de heterocedasticidad.

**Test de Glesjer** Este test se usa cuando las sospechas de que existe heterocedasticidad está asociada a una única variable.

Los pasos a seguir son:

Se estima el modelo por MCO y se estima una regresión del valor absoluto de  $\hat{u}_t$  sobre una potencia de  $z_t$  que puede tomar valores  $h = \{-1, 1, 1/2, -1/2\}$ ,  $|\hat{u}_t| = \delta_0 + \delta_1 z_t^h + v_t$  siendo  $v$  ruido blanco. Sobre estas regresiones se contrasta la hipótesis nula  $H_0 : \delta_1 = 0$  en el caso de que se rechazara la hipótesis, habría heterocedasticidad.

**Test de White** En este test, que no precisa especificar la forma que puede adoptar la heterocedasticidad se procede de la siguiente forma:

1. Se estima el modelo por MCO
2. Se estima una regresión del cuadrado de los residuos como variable dependiente usando como independiente una constante, los regresores del modelo original, sus cuadrados y los productos cruzados de segundo orden (es decir,  $x_1 x_2$  o  $x_2 x_3$ , pero no  $x_1 x_2 x_3$ )
3. El valor del  $R^2$  (coeficiente de determinación) de esta última regresión se multiplica por el tamaño muestral y se obtiene un estadístico que sigue una distribución chi-cuadrado con  $p - 1$  grados de libertad siendo  $p$  el número de regresores (excluida la constante) del modelo estimado.

Mientras el tamaño muestral crece con el número de observaciones, el coeficiente de determinación tenderá a cero bajo hipótesis de homocedasticidad. Cuando hay cierta dependencia entre la varianza del error y las variables explicativas, el coeficiente de determinación no tenderá a cero, por lo que el producto  $nR^2$  superará el valor de tablas cuando exista heterocedasticidad.

### 3.2.2 Estimación con heterocedasticidad

El procedimiento para estimar un modelo que presenta heterocedasticidad es a través de la aplicación de Mínimos Cuadrados Generalizados.

En concreto hay que estimar el modelo por MCO, ignorando la heterocedasticidad del error. Se decide una hipótesis sobre la estructura de la varianza y se usan los residuos MCO para estimar la forma funcional supuesta para la varianza. Se obtiene una matriz con las raíces cuadradas de la estimación que será la que sirva de apoyo para la estimación del modelo original con las variables transformadas. Por ejemplo, siendo  $T$  esa matriz que contiene las raíces cuadradas de la estimación se define una matriz  $\Omega^{-1} = T'T$  siendo la estimación de los parámetros  $B_{MCG} = (X'\Omega^{-1}X)^{-1}X'\Omega^{-1}y$

### 3.3 Autocorrelación

En el caso de la autocorrelación, la perturbación también presenta una especificidad, en este caso, no es que la diagonal principal de la matriz de covarianzas sea no-constante como en la presencia de heterocedasticidad sino que existe al menos un elemento fuera de esa diagonal que es no-nulo.

Las principales causas de su existencia son:

- Existencia de variables endógenas retardadas.
- Omisión de variables relevantes: la perturbación aleatoria contendrá a la variable excluida ocasionando un patrón de correlación.
- Si se especifica una relación funcional errónea (por ejemplo, una relación lineal cuando no lo es), el término de perturbación captará tal efecto provocando autocorrelación en el modelo.
- Las técnicas de manipulación de datos (interpolación, promedios, etc.) pueden introducir un patrón sistemático en el modelo que conduzca a la autocorrelación.
- Naturaleza del fenómeno: con datos correspondientes a series de tiempo (se observa una variable a lo largo del tiempo) es probable que observaciones sucesivas sean dependientes entre sí provocando autocorrelación.

La presencia de autocorrelación en un modelo lineal provoca, al igual que en el caso de la heteroscedasticidad, que los estimadores obtenidos no sean óptimos (aunque sí lineales e insesgados).

#### 3.3.1 Métodos de detección

Al igual que con la heterocedasticidad, se pueden identificar métodos gráficos (uso de las Funciones de Autocorrelación y Autocorrelación parcial y gráficos de dispersión) así como métodos analíticos.

En el caso de los analíticos se destacan el test de Durbin-Watson y la  $H$  de Durbin.

**Durbin-Watson** Si se sospecha que el modelo tiene una autocorrelación de primer orden  $u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t$  donde  $\epsilon_t$  no tiene autocorrelación entonces se puede recurrir al estadístico D-W cuya construcción es

$$d = \frac{\sum_2^t (\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_2^t \hat{u}_t^2} \quad (13)$$

Si existe correlación de primer orden, entonces para valores positivos del  $\rho$  los valores se mantendrán positivos mientras que para valores negativos, éstos irán alternando el signo en la perturbación.

El estadístico, para muestras grandes puede ser reescrito como

$$d = \frac{2 \sum_2^t \hat{u}_t^2 - 2 \sum_2^t \hat{u}_t^2 \hat{u}_{t-1}^2}{\sum_2^t \hat{u}_t^2} = 2(1 - \hat{\rho}) \quad (14)$$

El estadístico puede tomar valores entre 0 si  $\hat{\rho} = 1$ ;  $4 - \hat{\rho} = 4$  si  $\hat{\rho} = -1$ ;  $2$  si  $\hat{\rho} = 0$ . Se especifican dos valores dL y dU para los cuales existen tablas para ciertos niveles de significación tales que

- si  $d < dL$ , entonces habra autocorrelacion positiva.
- si  $dU < d < 4 - dU$ , entonces hay incorrelacion.
- si  $d > 4 - dL$ , entonces hay autocorrelacion negativa.
- en cualquier otro caso el contraste no es concluyente.

**H de Durbin** El contraste de Durbin-Watson es valido cuando la autocorrelacion de los errores es autorregresiva de orden 1 y cuando la regresion no incluye entre las variables explicativas algun retardo de la variable dependiente.

En este segundo caso se recurre al contraste h de Durbin.

En este caso, se usa el estadístico  $h = \rho \sqrt{\frac{t}{1 - t \text{Var}_{\text{param\_explicativa retardada}}}} \sim N(0, 1)$

De forma que se rechaza la hipotesis nula de ausencia de correlación si  $|h| > Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$

### 3.4 Estimación

La estimación de estos modelos, debido a la disparidad de posibilidades de autocorrelación son muy variados. Existen, entre otros, el procedimiento iterativo de Cocharne Orcutt, el método de dos etapas como simplificación de éste, el método de Durbin, el procedimiento de Hildreth y Lu y la estimación por Mínimos Cuadrados Restringidos.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

Tema 53. Econometría (IV): modelos de datos de panel. Descripción. El modelo de efectos fijos y efectos aleatorios. Estimación. Contraste de especificación. Identificación de efectos individuales en el estimador intragrupo.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

## 1 Introducción

La regresión múltiple es una herramienta poderosa que permite tener en cuenta el efecto de variables de las cuales disponemos de datos. No obstante, si no se dispone de datos para algunas de las variables, no pueden incluirse en la regresión y los estimadores MCO de los coeficientes de regresión podrían presentar sesgo de variable omitida. En lo que sigue se describe un método para tener en cuenta algunos tipos de variables omitidas que de hecho no se observan. Este método requiere un tipo específico de datos, denominados datos de panel, en los que cada unidad observada, o entidad individual, se observa para dos o más periodos de tiempo. Al estudiar los cambios en la variable dependiente en el tiempo, es posible eliminar el efecto de variables omitidas que difieren entre los distintos individuos, pero que son constantes en el tiempo.

Los modelos de datos de panel permiten contrastar una determinada hipótesis de comportamiento temporal, así como analizar la robustez de las conclusiones a través de las distintas unidades muestrales de que dispone, y también tratar las correlaciones que, en cada instante de tiempo, se producen entre las perturbaciones de las diferentes unidades muestrales.

Sin embargo, no todos los agentes toman sus decisiones de igual modo, incluso aquellos que comparten las mismas características observables pueden tomar decisiones distintas, lo que obliga a contemplar la existencia de efectos latentes no observables, específicos de cada agente encuestado que suelen ser consistentes a lo largo del tiempo. Estos efectos, de no ser asimilados por el modelo pueden llevar al error de variables omitidas.

La metodología específica de los datos de panel surge por la ineficiencia de usar modelos de sección cruzada y comparar los coeficientes de los modelos a lo largo del tiempo. Esto es contraintuitivo al hecho de que si se usa el panel de datos completo se gozan de más observaciones y que si las observaciones latentes se consideran constantes en el tiempo, sería difícil identificarlas sin la comparación de todo el panel.

## 2 Descripción

Los datos de panel (denominados asimismo datos longitudinales) se refieren a los datos para  $n$  entidades individuales distintas observadas en  $T$  diferentes periodos. En general, se usa la nomenclatura  $X_{t,i}$  donde  $i$  se refiere a las entidades individuales y  $t$  al periodo para cada variable, en este caso  $X$ .

Existen algunos términos adicionales asociados con los datos de panel para indicar si existen algunas observaciones perdidas. Un panel equilibrado dispone de todas sus observaciones; es decir, las variables observadas para cada entidad individual y para cada periodo de tiempo. Un panel al que le faltan algunos datos perdidos para al menos un periodo de tiempo o para al menos una entidad individual se denomina panel incompleto. Por otro lado, un panel corto es aquel donde  $t < i$  y uno largo donde  $t > i$ .

## 2.1 Ventajas

Existen una serie de ventajas imputables al uso de datos de panel las cuales, son, entre otras:

1. Las técnicas de estimación de datos de panel toman en cuenta de manera explícita la heterogeneidad.
2. Al combinar las series de tiempo de las observaciones de corte transversal, los datos de panel proporcionan “una mayor cantidad de datos informativos, más variabilidad, menos colinealidad entre variables, más grados de libertad y una mayor eficiencia”
3. Al estudiar las observaciones en unidades de corte transversal repetidas, los datos de panel resultan más adecuados para estudiar la dinámica del cambio.
4. Los datos de panel detectan y miden mejor los efectos que sencillamente ni siquiera se observan en datos puramente de corte transversal o de series de tiempo.
5. Los datos de panel permiten estudiar modelos de comportamiento más complejos.
6. Al hacer disponibles datos para varios miles de unidades, los datos de panel reducen el sesgo posible si se agregan individuos o empresas en conjuntos numerosos.

## 2.2 Inconvenientes

1. Datos más complejos, no necesariamente homogéneos en el tiempo
2. Precisa de métodos econométricos específicos
3. Puede presentar paneles incompletos
4. Muy sensible a la heterogeneidad mal tratada.

## 3 El modelo de datos de panel

La especificación general de un modelo econométrico de datos de panel es

$$y_{it} = \mu + x'_{it}\beta + z'_i\gamma + w_t\delta + \alpha_i + u_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (1)$$

donde  $y_{it}$  es la variable endógena, en la que los subíndices  $i, t$  hacen referencia al individuo y el periodo en que se recogió.  $x_{it}$  es un vector de  $k$  variables explicativas, predeterminadas pero no necesariamente exógenas (puede incorporar retardos).

El vector  $z_i$  está constituido por  $g$  variables exógenas observables, para cada individuo pero invariantes en el tiempo. La variable aleatoria  $\alpha_i$  recoge efectos no observables o variables latentes que deben tratarse como realizaciones

de una distribución de probabilidad subyacente y es invariable en el tiempo.

Por último, el vector  $w_t$  representa una lista de variables que, evolucionando en el tiempo, afectan de igual manera a todos los individuos del panel. Sin embargo, para el análisis general del modelo podemos prescindir de esta última especificación.

$$y_{it} = \mu + x'_{it}\beta + z'_i\gamma + \alpha_i + u_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2)$$

Matricialmente tenemos que

$y_{NT \times 1}$  es un vector columna,  $X_{NT \times k}$ ,  $Z_{NT \times g}$  con bloques de T filas iguales entre sí, mientras que los vectores  $\alpha$  y  $u$  son  $NT \times 1$ , teniendo  $\alpha$  bloques de T coordenadas iguales entre sí. Los parámetros forman vectores columna. Las matrices de cada individuo se denotan  $X_i$  y  $Z_i$  y son, respectivamente  $T \times k$  y  $T \times g$ . El modelo, se puede reescribir, por tanto como

$$y = \mu 1_{NT} + X\beta + Z\gamma + (\alpha + u) \quad (3)$$

Las variables latentes específicas de cada individuo son realizaciones de una variable aleatoria que, al no ser observables, se introducen con el error, por lo que, para cada individuo y tiempo tenemos

$$y_{it} = \mu + x'_{it}\beta + z'_i\gamma + v_{it} \quad v_{it} = u_{it} + \alpha_i \quad (4)$$

En caso de no ser variables aleatorias, sino elementos constantes para cada individuo, entonces estaríamos ante un modelo de efectos fijos.

### 3.0.1 Particularidades del enfoque de efectos fijos

El enfoque de efectos fijos permite que los regresores estén correlacionados con  $\alpha_i$  aunque no necesariamente especifica la forma concreta y donde todo el análisis será condicional en  $\alpha_i$ .

El supuesto fundamental es  $E[u_{it}|\alpha_i, x_{1it}, \dots, x_{kit}] = 0$ , es decir, los regresores deben seguir siendo incorrelados con el error. Esto implica que

$$E[y_{it}|\alpha_i, x_{1it}, \dots, x_{kit}] = \beta_1 x_{1it} + \dots + \beta_k x_{kit} + \alpha_i$$

y que

$$\frac{\partial E[y_{it}|\alpha_i, x_{1it}, \dots, x_{kit}]}{\partial x_{jit}} = \beta_j \quad (5)$$

Los regresores pueden estar correlacionados con el error compuesto pero sólo con su parte constante en el tiempo.

El enfoque de efectos fijos requiere estimar tanto los comportamientos individuales  $\alpha_i$  como los parámetros de los regresores, donde en paneles cortos puede ser un problema dado que se necesita que  $N \rightarrow \infty$ .

Alternativamente, el modelo puede ser transformado eliminando el componente individual y así estimando sólo los parámetros de los regresores.

## 4 Estimación

### 4.1 Estimación de efectos aleatorios

En este caso se van a hacer los siguientes supuestos

$$Eu_{it} = E\alpha_i = E(\alpha_i u_{it}) = 0$$

$$E(x'_{it}\alpha_i) = E(x'_{it}u_{it}) = 0_k$$

$$E(z'_{it}\alpha_i) = E(z'_{it}u_{it}) = 0_g$$

$$E(\alpha_i\alpha_j) = \sigma_\alpha^2 \text{ si } i = j; \text{ 0 en cualquier otro caso}$$

$$E(u_{it}u_{js}) = \sigma_u^2 \text{ si } t = s \text{ y } i = j; \text{ 0 en cualquier otro caso}$$

Es decir, se supone que no hay heterocedasticidad ni autocorrelación en las observaciones procedentes de un mismo individuo y tampoco se considera la existencia de correlaciones contemporáneas entre los términos de error correspondientes a los individuos diferentes. Además, se supone que las variables latentes no están correlacionadas con las restantes variables explicativas.

Así, la varianza condicional de la variable endógena para todo individuo y periodo es igual a

$$\sigma_y^2 = \sigma_v^2 = \sigma_\alpha^2 + \sigma_u^2 \quad (6)$$

Así, la matriz de covarianzas de los T valores del individuo i-ésimo es



$$V_{T \times T} = E(v_i v_i') = \sigma_u^2 I_T + \sigma_\alpha^2 1_T 1_T'$$

donde  $1_T$  es un vector columna formado por T unos. La matriz ilustra que la correlación entre dos observaciones provenientes de un mismo individuo es constante y no desaparece en el tiempo, debido al efecto persistente de  $\alpha_i$  lo que se refleja en la presencia del término de su varianza a lo largo de toda la matriz de covarianzas, estando la suma de la varianza del error idiosincrático y el del efecto persistente sólo en la diagonal principal.

Como vemos, el problema principal de la estimación consiste en la existencia de problemas de eficiencia, por lo que se debe recurrir al estimador de mínimos cuadrados generalizados, que es el estimador lineal e insesgado de mínima varianza.

La expresión de este estimador es

$$\begin{pmatrix} \hat{\mu} \\ \hat{\beta} \\ \hat{\gamma} \end{pmatrix} = \left[ \sum_1^N W_i' V^{-1} W_i \right]^{-1} \left[ \sum_1^N W_i' V^{-1} y_i \right] \quad (7)$$

donde  $W_i = (1_T; X_i; Z_i)$  es decir, una matriz  $T \times (1 + k + g)$  con una columna de unos, otras k columnas con los regresores de las X y g columnas con los regresores invariantes ante el tiempo (Z). Y la inversa de la matriz de covarianzas es

$$V^{-1} = \frac{1}{\sigma_u^2} \left( I_T - \frac{\sigma_\alpha^2}{\sigma_u^2 + T\sigma_\alpha^2} 1_T 1_T' \right) \quad (8)$$

En términos genéricos el estimador de efectos aleatorios se obtiene estimado por MCO el modelo transformado

$$(y_{it} - \hat{\theta}_i \bar{y}_i) = \mu(1 - \hat{\theta}_i) + (x_{it} - \hat{\theta}_i \bar{x}_i)' \beta + \alpha_i(1 - \hat{\theta}_i) + (u_{it} - \hat{\theta}_i \bar{u}_{it}) \quad (9)$$

donde  $\hat{\theta}_i$  es un estimador consistente de  $\theta_i = 1 - \sqrt{\frac{\sigma_u^2}{T_i \sigma_\alpha^2 + \sigma_u^2}}$

Cuando  $\theta_i \rightarrow 0$ , entonces el estimador es el agrupado por MCO. Cuando tiende a 1 (porque T o la proporción de varianzas es grande) se tiene el estimador intragrupos.

## 4.2 Efectos fijos

Como señalabamos anteriormente, es útil en el caso de efectos fijos eliminar la variable  $\alpha_i$ . Las aproximaciones para hacer esto son varias, daremos la del estimador intragrupos y la de primeras diferencias

### 4.2.1 El estimador intragrupos

Este estimador consiste en tomar los promedios del modelo general, y, dado que tanto  $\bar{z}_i = z_i$  como  $\bar{\alpha}_i = \alpha$ , si se restan los promedios al modelo original entonces estas variables desaparecen quedando

$$y_{it} - \bar{y}_i = (x_{it} - \bar{x}_i)' \beta + (u_{it} - \bar{u}_{it}) \quad (10)$$

Si las variables de  $x$  son estrictamente exógenas, el estimador MCO de  $\beta$  será consistente, incluso si  $\alpha$  estuviese correlacionada con las variables de  $x$ . El estimador de la varianza del error también será consistente. Este estimador se conoce como el estimador intragrupos. El gran problema está en que los efectos individuales observables no pueden estimarse.

Como en cualquier otro modelo estimado con variables transformadas, el parámetro  $\sigma_u^2$  deberá estimarse a partir de los residuos que se obtienen con las estimaciones intragrupos obtenidas en el modelo transformado, pero aplicándolas a las variables originales, es decir, sin diferencias respecto a la media.

### 4.2.2 Estimador en primeras diferencias

Podemos eliminar también la variable latente a través de la toma de diferencias temporales en el problema original (2). Al tomar diferencias, todo valor que no tuviese una variable temporal, desaparece. Igualmente desaparecerán también las variables que sean constantes en el tiempo, aun perteneciendo al vector de  $X$ . Numéricamente, ambos procedimientos coinciden, si bien éste se estima mediante MCG.

## 5 Contrastes de especificación

Puesto que la posible existencia de correlaciones entre los efectos latentes y las variables explicativas juega un papel tan crucial en el tratamiento del modelo, es importante poder contrastar la hipótesis nula de ausencia de tales correlaciones. Bajo la hipótesis nula

$$H_0: E(\alpha_i | x_{i1}, \dots, x_{iT}, z_i) = 0$$

el estimador MCG es consistente y también de mínima varianza, siendo inconsistente cuando las variables latentes están correlacionadas con las explicativas. El estimador intragrupos, por contra, es consistente independientemente de si la hipótesis nula es cierta o no. En consecuencia, en ausencia de tales correlaciones, los valores numéricos de ambos estimadores serán muy similares, tendiendo a diferir cuando los efectos latentes y las variables explicativas están correlacionados.

Aplicando el lema de Hausman podemos definir el vector  $\hat{q} = \hat{\beta}_{IG} - \hat{\beta}_{MCG}$ . Siendo la varianza de  $q$  la diferencia entre varianzas. Bajo la hipótesis nula, el estadístico de Wald  $NT\hat{q}'[V(\hat{q})]^{-1}\hat{q}$  se distribuye como una variable chi-

cuadrado con  $k-1$  grados de libertad (el número de coeficientes estimados). Si  $\hat{q}$  es pequeño, se mantiene la hipótesis de ausencia de correlaciones.

## 6 Identificación de efectos individuales en el estimador intragrupo

Como se ha señalado anteriormente, en el caso del estimador intragrupos (Efectos Fijos) consiste en eliminar la parte individual. Por ello para su identificación es necesario realizar algunos ajustes una vez se tienen estimados  $\beta$  y  $\mu$ .

### 6.1 Primera aproximación

El primer método consiste en una predicción mínimo-cuadrática como la formulada por Lee y Griffith tal que

$$\hat{\alpha}_i = \frac{\sigma_\alpha^2}{T\sigma_\alpha^2 + \sigma_u^2} * 1'_T(y_i - X\hat{\beta}) \quad (11)$$

como estimador lineal e insesgado de los efectos latentes donde se expresa en términos matriciales el modelo de regresión en la segunda parte de la igualdad. Este estimador es una proporción del residuo MCG el cuál se le imputa a  $\alpha_i$  en función de las varianzas relativas de uno y otro término.

Si no se rechazase la hipótesis nula  $H_0 : \alpha_i = 0, i = 1, 2, \dots, N$  o, lo que es lo mismo  $H_0 : \sigma_\alpha^2 = 0$  se tendría el modelo lineal general habitual. Esta hipótesis puede contrastarse mediante un test F que comparase las sumas residuales restringida y sin restringir del estimador intragrupos.

Como alternativa, propuesta por Breush y Paga, que requiere sólo los residuos restringidos, se estimaría una regresión de  $y$  sobre  $X$ , obteniéndose los residuos  $\tilde{u}$  y bajo la hipótesis nula, se tendría el estadístico de los multiplicadores de Lagrange

$$\lambda = \frac{TN}{2(T-1)} \left[ \frac{\tilde{u}'(I_N \otimes 1_T 1'_T)\tilde{u}}{\tilde{u}'\tilde{u}} - 1 \right]^2 = \frac{TN}{2(T-1)} \left[ \frac{\sum_{i=1}^N \left( \sum_{t=1}^T \tilde{u}_{it} \right)^2}{\tilde{u}'\tilde{u}} - 1 \right]^2 \quad (12)$$

el cual se distribuye asintóticamente como una chi-cuadrado con 1 grado de libertad.

### 6.2 Segunda aproximación

Si algunas variables explicativas están incorrelacionadas con los efectos latentes  $\alpha_i$ , no sólo puede ganarse eficiencia en la estimación, sino incluso identificar los coeficientes  $\gamma$ , siempre que podamos suponer que las variables  $z_i$  no están correlacionadas con los  $\alpha_i$ . Una vez obtenido el estimador intragrupos para  $\beta$ , podemos escribir

$$\bar{y}_i - \bar{x}'_i \hat{\beta}_{IG} = z'_i \gamma + [\alpha_i + \bar{u}_i - \bar{x}'_i(\hat{\beta}_{IG} - \beta)] \quad (13)$$

Dada la ortogonalidad que suponemos entre los efectos individuales observables y los no observables, la estimación MCO de esta ecuación es consistente y nos permite evaluar el vector de coeficientes  $\gamma$ .

Si, como ocurrirá generalmente, no cabe sino admitir la existencia de correlaciones entre los observables y los no observables, entonces la estimación consistente del vector  $\gamma$  requiere la utilización de un procedimiento de Variables Instrumentales, lo cual es sencillo sólo si se dispone de instrumentos externos incorrelacionados con  $\alpha_i$  pero sí correlacionados con  $z_{it}$ .

Si hay al menos tantas variables  $x_{it}$  incorrelacionadas con  $\alpha_i$  como variables  $z_i$  están correlacionadas con  $\alpha_i$  es posible mediante la estrategia de Hausman y Taylor identificar los efectos individuales.

### 6.2.1 Estimador de Hausman-Taylor

Este estimador permite estimar los coeficientes de los regresores invariantes en el tiempo.

Supongamos dos regresores, sin intercepto, variantes en el tiempo y otros invariantes en el tiempo. Uno de cada tipo (los de subíndice 2) pueden estar correlacionados con  $\alpha_i$ , los otros no. Todos están incorrelados con  $u_{it}$ . Así, el modelo es

$$y_{it} = x'_{1it}\beta_1 + x'_{2it}\beta_2 + z'_{1i}\gamma_1 + z'_{2i}\gamma_2 + \alpha_i + u_{it} \quad (14)$$

Usando la transformación de efectos aleatorios del modelo tenemos todas las variables con tilde, donde para cada variable

$$\tilde{x}_{kit} = x_{kit} - \hat{\theta}_i \bar{x}_{1i} \quad (15)$$

donde  $\hat{\theta}_i$  es un estimador consistente de  $\theta_i = 1 - \sqrt{\frac{\sigma_u^2}{T_i\sigma_\alpha^2 + \sigma_u^2}}$

Esta transformación no elimina los regresores invariantes en el tiempo y se puede, por tanto, estimar los parámetros que acompañan a las  $z$ . Mediante el uso de variables instrumentales es posible remediar la endogeneidad de la correlación con  $\alpha_i$  de  $\tilde{x}_{2it}$  y de  $\tilde{z}_{2i}$ .

La batería de instrumentos es

$$\tilde{x}_{2it} \rightarrow \tilde{\tilde{x}}_{2it} = \tilde{x}_{2it} - \bar{\tilde{x}}_{2i}$$

$$\tilde{z}_{2i} \rightarrow \bar{\tilde{x}}_{1i}$$

$$\tilde{x}_{1it} \rightarrow \tilde{\tilde{x}}_{1it} = x_{1it} - \bar{x}_{1i}$$

$$\tilde{z}_{1i} \rightarrow z_{1i}$$

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

#### Tema 54. Análisis de series temporales (I). Series temporales y procesos estocásticos. Modelos: generalidades. Aplicaciones.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

La econometría, como ciencia que pretende dar soporte métrico a la economía divide su ámbito en tres tipos de datos. Los de sección cruzada o transversales que son aquellos que se toman en un momento del tiempo determinado, los de series temporales que son aquellos cuyo análisis toma la sucesión de momentos del tiempo y los combinados que mezclan ambas aproximaciones siendo los datos de panel o análisis longitudinal uno de los subtipos más frecuentes.

En el ámbito económico (más particularmente en las finanzas y en la macroeconomía), la medición de las variables a lo largo del tiempo es una de las aproximaciones más relevantes de la econometría.

## 2 Series temporales y procesos estocásticos

### 2.1 Series temporales

Una serie temporal (o simplemente una serie) es una secuencia de  $N$  observaciones (datos) ordenadas y equidistantes cronológicamente sobre una característica (serie univariante o escalar) o sobre varias características (serie multivariante o vectorial) de una unidad observable en diferentes momentos.

Esta sucesión en el caso univariante se suele representar como una matriz columna de orden  $1 \times N$ ,  $\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_N]'$  mientras que en el caso multivariante se denota por una sucesión de  $\mathbf{y}_t = [y_{t1}, \dots, y_{tM}]'$  ( $M \geq 2$ ) para la observación  $t$  de un conjunto de  $N$  observaciones, donde existen un total de  $M$  variables tal que

$$\mathbf{Y} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{y}'_1 \\ \mathbf{y}'_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}'_N \end{bmatrix} \equiv \begin{pmatrix} y_{11} & \cdots & y_{1j} & y_{1M} \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ y_{t1} & \cdots & y_{tj} & y_{tM} \\ y_{N1} & \cdots & y_{Nj} & y_{NM} \end{pmatrix} \quad (1)$$

#### 2.1.1 Componentes

Una serie temporal puede ser descompuesta en dos tipologías distintas. De un lado se encuentran aquellas series temporales deterministas y de otro lado las estocásticas.

Las series temporales deterministas son aquellas cuya variabilidad no está sujeta a ningún componente aleatorio por lo que es posible conocer con precisión, una vez identificadas las componentes de la serie, sus valores futuros.

Estos componentes, en las series deterministas son: la tendencia, la variabilidad cíclica y la variabilidad estacional.

**Tendencia** Se puede definir como un cambio a largo plazo que se produce en relación al nivel medio, o el cambio a largo plazo de la media. La tendencia se identifica con un movimiento suave de la serie a largo plazo.

**Estacionalidad** Los componentes estacionales son movimientos periodicos que se repiten en intervalos cortos de tiempo, con duración constante o casi constante.

**Cíclica** La componente cíclica se define como movimientos irregulares de duración superior al año alrededor de la tendencia.

La adición de una última componente aleatoria convierte a la serie determinista en un proceso estocástico.

## 2.2 Procesos estocásticos

Un proceso estocástico es una secuencia de variables aleatorias , ordenadas y equidistantes cronológicamente, referidas a una (proceso univariante o escalar) o a varias (proceso multivariante o vectorial) características de una unidad observable en diferentes momentos. Es decir, un proceso estocástico es una serie temporal en la cual las observaciones son variables aleatorias.

Aunque es posible concebir ciertos experimentos controlados (repetibles varias veces bajo idénticas condiciones de partida) que permitan obtener diferentes realizaciones particulares finitas de un proceso estocástico, en general es imposible, prohibitivamente costoso, o moralmente inaceptable ejecutar dichos experimentos. La imposibilidad de controlar las condiciones a partir de las que se desarrollan las actividades en las que están implicadas las unidades observables a las que se refieren, es lo que hace que muchos procesos estocásticos sólo puedan observarse una única vez.

En general, una serie temporal se refiere a un período muestral que tan sólo es una parte de la historia del proceso estocástico del que procede dicha serie. No obstante, si las circunstancias sociales o naturales del período muestral al que se refiere la serie considerada se mantienen relativamente estables después de dicho período, entonces se espera que las conclusiones obtenidas del análisis de dicha serie sean aplicables también a momentos posteriores, al menos a corto plazo. Esta idea justifica el empleo de un modelo elaborado con una muestra dada para describir la evolución temporal de un proceso estocástico después del período muestral considerado. Denotaremos estos procesos con la misma notación que las series pero empleando mayúsculas.

### 2.2.1 Procesos estacionarios

Un proceso estocástico  $(Y_t)$  es estacionario cuando las propiedades estadísticas de cualquier secuencia finita  $Y_{t1}, Y_{t2}, \dots, Y_{tn}$  ( $n \geq 1$ ) de componentes de  $(Y_t)$  son semejantes a las de la secuencia  $Y_{t1+h}, Y_{t2+h}, \dots, Y_{tn+h}$  para cualquier número entero  $h$ .

En términos generales, se dice que un proceso estocástico es estacionario si su media y su varianza son constantes en el tiempo y si el valor de la covarianza entre dos periodos depende sólo de la distancia o rezago entre estos dos periodos, y no del tiempo en el cual se calculó la covarianza. En la bibliografía sobre series de tiempo, un proceso estocástico como éste se conoce como proceso estocástico débilmente estacionario, estacionario covariante, estacionario de segundo orden o proceso estocástico en amplio sentido.



Los requisitos de estacionariedad estricta implican que las distribuciones marginales de todas las variables sean idénticas y las distribuciones finito-dimensionales de cualquier conjunto de variables sólo dependan de los retardos entre ellas.

Un modelo es no estacionario cuando no cumple las condiciones anteriores.

### 2.2.2 Pruebas de estacionariedad

Para la identificación de un proceso estocástico como estacionario o no estacionario es habitual realizar una serie de comprobaciones debido a la importancia de que el proceso sea estocástico para su análisis y explotación. Entre los métodos de comprobación destacan tres: el gráfico, el análisis de correlograma y el análisis de la raíz unitaria.

**Método gráfico** El método gráfico es el más sencillo y a la vez el más impreciso. Una vez expuesta la serie ordenada en periodos, consiste en observar si su media o su varianza contienen alguna tendencia. Habrá tendencia en media cuando la serie presente algún tipo de inclinación a lo largo del tiempo en lugar de oscilar en torno a un valor y tendencia en varianza cuando los dientes de sierra de la presenten variaciones en su amplitud.

**Análisis del correlograma** El Correlograma se construye como la sucesión de la función de correlación sobre cada periodo. Dicha función de correlación se obtiene como  $\rho_t = \frac{\text{Covarianza del rezago } t}{\text{varianza}}$ . A menudo estos datos se obtienen para la muestra en lugar de para la población. Un proceso será estacionario cuando el correlograma arroje valores que decrecen muy rápidamente hacia el cero conforme se suceden los periodos.

**Análisis de la raíz unitaria** El objetivo de este análisis es descartar que un proceso estocástico presente un parámetro autorregresivo de valor 1 dado que esto nos llevaría a un proceso de paseo aleatorio que es, por definición, no-estacionario.

## 3 Modelos: generalidades

### 3.1 Definición

Un modelo para un proceso estocástico es cualquier conjunto de hipótesis bien definidas sobre las propiedades estadísticas de dicho proceso. En muchas ocasiones, las propiedades estadísticas sobre las que se plantea un modelo son la esperanza (incondicional o condicional) de cada componente del proceso considerado y las covarianzas (incondicionales o condicionales) entre cada par de componentes del mismo. Además, este planteamiento suele hacerse de forma indirecta, a través de alguna expresión matemática (explícita o implícita) para el componente genérico  $Y_t$  del proceso estocástico ( $Y_t$ ) considerado, en lugar de a través de alguna especificación directa de la forma de las esperanzas y de las covarianzas mencionadas.

## 3.2 Esperanza, varianzas, covarianza y correlación

Una serie de momentos de importancia en el análisis de los procesos estocásticos son sus funciones de esperanzas, las de varianzas así como las covarianzas y las correlaciones que aportarán información sobre el tipo de proceso.

### 3.2.1 Función de medias

Se llama función de medias del proceso a una función del tiempo que proporciona las esperanzas de las distribuciones marginales  $y_t$  para cada instante

$$E[y_t] = \mu_t$$

Un proceso será estable en medias en el tiempo cuando su media para todos los periodos sea constante e igual.

### 3.2.2 Función de varianzas

Se llama función de varianzas del proceso a una función del tiempo que proporciona las varianzas del proceso  $y_t$  para cada instante

$$Var(y_t) = \sigma_y^2$$

Un proceso será estable en varianza en el tiempo cuando su varianza para todos los periodos sea constante e igual.

Un proceso puede ser constante en media pero no serlo en varianza y al revés.

### 3.2.3 Función de autocovarianzas

La estructura de dependencia lineal entre las variables aleatorias del proceso se representa por las funciones de covarianza y correlación.

Llamaremos función de autovarianzas del proceso a la función de dos argumentos que describe las covarianzas entre dos variables del proceso en dos instantes cualesquiera:

$$\gamma(t, t+j) = Cov(y_t, y_{t+j}) = E[(y_t - \mu_t)(y_{t+j} - \mu_{t+j})]$$

La varianza en un momento dado será aquella en la que  $j = t \mid \gamma(t, t) = Var(y_t)$ . Las autocovarianzas tienen dimensiones -las del cuadrado de la serie- por lo que no son convenientes para comparar series medidas en unidades distintas. Así es posible obtener una medida adimensional de la dependencia lineal generalizando la idea del coeficiente de correlación lineal entre dos variables.

Esta funcion sera:

$$\rho(t, t+j) = \frac{Cov(t, t+j)}{\sigma_t \sigma_{t+j}} = \frac{\gamma(t, t+j)}{\gamma^{1/2}(t, t) \gamma^{1/2}(t+j, t+j)}$$

### 3.2.4 Correlacion

Llamaremos coeficiente de autocorrelacion de orden  $(t, t+j)$  al coeficiente de correlacion entre las variables  $y_t$  e  $y_{t+j}$  y funcion de autocorrelacion a la funcion de dos argumentos que describe estos coeficientes para dos valores cualesquiera de las variables.

### 3.2.5 Matriz de covarianzas

Para el caso de un proceso estacionario la covarianza entre dos variables depende sólo de su separación. De este modo en un proceso estacionario las autocovarianzas y autorrelaciones sólo dependen del retardo entre las observaciones y, en particular, la relación entre  $y_t$  e  $y_{t-k}$  es siempre igual a la relación entre  $y_t$  e  $y_{t+k}$ . Por lo que

$$Cov(y_t, z_{t+k}) = Cov(y_{t+j}, y_{t+j+k}) = \gamma_k$$

y también para las autocorrelaciones

$$\rho_k = \frac{Cov(y_t, y_{t-k})}{\sqrt{var(y_t)var(y_{t-k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

En este sentido, se puede trazar una matriz que denominamos matriz de covarianzas del proceso estacionario de orden  $k$ ,  $\Gamma_k$  a la matriz cuadrada y simétrica de orden  $k$  que tiene en la diagonal principal las varianzas en las diagonales siguientes las autocovarianzas. Tendremos:

$$\Gamma_k = E \left[ \begin{bmatrix} y_t - \mu \\ y_{t-1} - \mu \\ \dots \\ y_{t-k} - \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_t - \mu & y_{t-1} - \mu & \dots & y_{t-k} - \mu \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} \gamma_0 & \gamma_1 & \dots & \gamma_{k-1} \\ \gamma_1 & \gamma_0 & \dots & \gamma_{k-2} \\ . & . & \dots & . \\ \gamma_{k-1} & \gamma_{k-2} & \dots & \gamma_0 \end{bmatrix}$$

Por otro lado, se denomina función de autocorrelación simple (fas) a la representación de los coeficientes de autocorrelación del proceso en función del retardo y matriz de autocorrelación a la matriz cuadrada y simétrica con unos en la diagonal principal y los coeficientes de autocorrelación fuera de la diagonal.

$$R_k = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \cdots & \rho_{k-2} \\ . & . & \cdots & . \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

### 3.3 Algunos tipos

#### 3.3.1 Ruido blanco

Un proceso de ruido blanco univariante es una secuencia  $(u_t)$  de variables aleatorias escalares idéntica e independientemente distribuidas con media 0 y varianza  $\sigma_u^2$ . Si su distribución de probabilidad es la normal, se le llama ruido blanco normal o Gaussiano.

#### 3.3.2 Paseo aleatorio

Un proceso estocástico univariante no estacionario  $(Y_t)$  es un paseo aleatorio, ARIMA (0,1,0) cuando

$$Y_t = \mu + Y_{t-1} + u_t$$

Donde  $\mu$  es un parámetro que indica la deriva del paseo, siendo 0 en caso de no existir deriva. Este proceso es no estacionario ya que su media es igual a  $Y_t$  pero su varianza es igual a  $t\sigma_u^2$  dado que se compone de la suma de la secuencia aleatoria.

Un paseo aleatorio es un proceso AR(1) cuyo parámetro autoregresivo es 1. Un paseo aleatorio en primeras diferencias con  $\mu = 0$  es un proceso de ruido blanco.

Se denota por  $\nabla$  al operador de diferencias donde  $\nabla Y_t \equiv Y_t - Y_{t-1}$ .

Un paseo aleatorio constituye el caso más sencillo de lo que suele denominarse un proceso integrado de orden 1 ó I(1) (es decir, un proceso no estacionario cuya diferencia regular de orden 1 es un proceso estacionario); por extensión de esta terminología, un proceso estacionario suele denominarse un proceso I(0).

#### 3.3.3 Modelos ARIMA (p,d,q)

Un proceso estocástico univariante  $Y_t$  sigue un modelo AR(1) (autorregresivo de orden 1) o ARIMA(1,0,0) cuando

$$Y_t = \mu + \phi Y_{t-1} + u_t$$

Donde  $\mu$  y  $\phi$  son parámetros y el valor absoluto de  $\phi$  es menor que uno (llamada condición de estacionariedad).

Un proceso estocástico univariante  $Y_t$  sigue un modelo MA(1) (Medias Móviles de orden 1) o ARIMA(0,0,1) cuando

$$Y_t = \mu + u_t - \theta u_{t-1}$$

Donde  $\mu$  y  $\theta$  son parámetros y el valor absoluto de  $\theta$  es menor que uno (llamada condición de invertibilidad).

### 3.3.4 Modelos VARMA

Los modelos VARMA (vector auto-regressive-moving average), son la extensión de los modelos básicos de series temporales presentados anteriormente. En éste caso, son modelos no para una única serie temporal sino para un vector de series temporales, que están relacionadas entre sí.

## 4 Aplicaciones

Como la mayoría de los modelos econométricos, su objetivo principal es el uso del mismo para la predicción de datos. Sin embargo, la característica distintiva de un modelo de serie de tiempo, opuesto a un modelo econométrico, es que no se realiza ningún intento para formular una relación de comportamiento entre la serie de tiempo considerada y otras variables. Los movimientos de la serie son explicados solamente en términos de su propio pasado, o por su posición en relación al tiempo. Las predicciones se las realiza mediante extrapolación. El ajuste de este tipo de modelos permite hacer predicciones muy ajustadas sobre modelos no lineales complejos cuya variación en el tiempo es elevada.

El modelo que dio origen a la metodología Box-Jenkins para la estimación de series temporales fue el que se realizó sobre el volumen de pasajeros transportados por aerolíneas desde los años 50.

No obstante, los campos de aplicación de las series temporales trascienden de lo estrictamente económico teniendo utilidad en otros ámbitos como la física, por ejemplo en la meteorología y el estudio de precipitaciones. En los estudios de población también es frecuente el uso de series temporales. Ejemplos de ellas son los nacimientos y las defunciones mensuales en un determinado país, o región del mismo. Un uso importante de las técnicas de series de tiempo es cuando los demógrafos desean predecir los cambios en la población para períodos tan largos como diez o veinte años. Los electrocardiogramas, los electroencefalogramas y otros tipos de mediciones a través del tiempo, constituyen observaciones de series de tiempo en medicina. En los procesos de control, el problema es detectar cambios en el comportamiento de una actividad manufacturera midiendo una variable que muestre la calidad del proceso. Estas medidas pueden ser graficadas a través del tiempo donde se puede observar la distancia entre el valor objetivo y los valores reales del proceso.

## EJERCICIO 2.

### ECONOMIA

Tema 55. Análisis de series temporales (II). Modelos univariantes.

Definición. Modelos ARMA. Modelos ARIMA. Identificación. Diagnóstico.  
Predicción.

*Esta publicación no tiene carácter oficial, se trata de material didáctico cuyo objeto es servir de apoyo en la preparación de la oposición al Cuerpo Superior de Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social. Esta documentación es **orientativa y no es exclusiva ni única** para el correcto desarrollo de los temas. Tampoco vincula al órgano convocante ni al Tribunal actuante. Los errores o desactualizaciones que pudieran contenerse en la documentación no serán imputables a la SESSP, debiéndose atender en todo caso a la legislación vigente publicada en el Boletín Oficial del Estado.*

**Aviso:** La SESSP se reserva las acciones legales que pudieran corresponder por el uso lucrativo de esta información. Queda prohibido expresamente la comercialización o venta del presente material.

Edición noviembre 2025

C.S. Actuarios, Estadísticos y Economistas de la Administración de la Seguridad Social

# 1 Introducción

La econometría, como ciencia que pretende dar soporte métrico a la economía divide su ámbito en tres tipos de datos. Los de sección cruzada o transversales que son aquellos que se toman en un momento del tiempo determinado, los de series temporales que son aquellos cuyo análisis toma la sucesión de momentos del tiempo y los combinados que mezclan ambas aproximaciones siendo los datos de panel o análisis longitudinal uno de los subtipos más frecuentes.

En el ámbito económico (más particularmente en las finanzas y en la macroeconomía), la medición de las variables a lo largo del tiempo es una de las aproximaciones más relevantes de la econometría.

## 2 Modelos univariantes

Una serie temporal (o simplemente una serie) es una secuencia de  $N$  observaciones (datos) ordenadas y equidistantes cronológicamente. Cuando dicha serie temporal tiene solamente una característica se dice que la serie es univariante o escalar.

Dado que el objetivo es explicar el valor que toma en el momento  $t$  una variable económica que presenta dependencia temporal, una forma de trabajar es recoger información sobre el pasado de la variable, observar su evolución en el tiempo y explotar el patrón de regularidad que muestran los datos. A lo largo de la exposición nos centraremos en modelos estacionarios en media y varianza.

### 2.1 Definición

Un modelo univariante de series temporales se descompone en dos partes. De un lado, para el proceso  $Y_t$  se puede identificar una parte sistemática o regular, que es predecible y está relacionada con las partes sistemáticas pasadas y de otro una parte aleatoria, llamada también innovación que no está relacionada ni con las innovaciones anteriores ni con las posteriores, ni con la parte sistemática del modelo. Tal que

$$Y_t = PS_t + a_t \quad t = 1, 2, \dots \quad (1)$$

A la hora de construir un modelo estadístico estocástico para una variable económica, el problema es formular la parte sistemática de tal manera que el elemento residual sea una innovación, en el mundo Normal, un ruido blanco. Si la serie  $Y$  la suponemos de media cero, un modelo teórico capaz de describir su comportamiento sería

$$Y_t = f(Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots) + a_t \quad t = 1, 2, \dots \quad (2)$$

De hecho, en el caso de los procesos estacionarios con distribución normal y media cero, la teoría de procesos

estocásticos señala que, bajo condiciones muy generales,  $Y_t$  se puede expresar como combinación lineal de los valores pasados infinitos de  $Y$  más una innovación ruido blanco:

$$Y_t = \pi_1 Y_{t-1} + \pi_2 Y_{t-2} + \dots + a_t \quad t = 1, 2, \dots \quad (3)$$

Las condiciones generales que ha de cumplir el proceso son:

1. Que el proceso sea no anticipante, es decir, que el presente no venga determinado por el futuro, luego el valor de  $Y$  en el momento  $t$  no puede depender de valores futuros de  $Y$  o de las innovaciones  $a$ .
2. Que el proceso sea invertible, es decir, que el presente dependa de forma convergente de su propio pasado lo que implica que la influencia de  $Y_{t-k}$  en  $Y_t$  ha de ir disminuyendo conforme nos alejemos en el pasado. Esta condición se cumple si los parámetros del modelo general cumplen la siguiente restricción:  $\sum_{i=1}^{\infty} \pi_i^2 < \infty$

Por otro lado, es de utilidad definir el operador de retardos  $L$  como  $L^n Y_t = Y_{t-n}$  pudiendo reescribir la ecuación anterior como

$$\Pi_{\infty}(L)Y_t = a_t \quad (4)$$

Una forma alternativa es definir el proceso de la siguiente forma:

$$Y_t = \frac{a_t}{\Pi_{\infty}(L)} = \Psi_{\infty}(L)a_t = (1 + \psi_1 L + \psi_2 L^2 + \dots)a_t = a_t + a_{t-1}\psi_1 + a_{t-2}\psi_2 + \dots \quad (5)$$

que describe el proceso como una combinación del ruido blanco y su pasado infinito. Su condición de estacionaridad viene dada por  $\sum_{i=1}^{\infty} \psi_i^2 < \infty$  lo que implica que el valor presente depende de forma convergente de las innovaciones pasadas, es decir, la influencia de la innovación  $a_{t-k}$  va desapareciendo conforme se aleja en el pasado.

No obstante, la mayoría de las series no son infinitas, por lo que es necesario aproximar los valores del polinomio de orden infinito a un cociente finito tal que

$$\Pi_{\infty}(L) \approx \frac{\phi_p(L)}{\theta_q(L)} \quad (6)$$

Donde  $\phi_p(L)$  y  $\theta_q(L)$  son polinomios en el operador de retardos finitos de orden  $p$  y  $q$  respectivamente por lo que

$$\Pi_{\infty}(L)Y_t \approx \frac{\phi_p(L)}{\theta_q(L)}Y_t = a_t \longrightarrow \phi_p(L)Y_t = \theta_q(L)a_t \quad (7)$$



Por lo que podemos decir que un proceso de series temporales univariante se compone de dos posibilidades que se pueden dar simultaneamente o no. Por un lado, un proceso autorregresivo, cuando el valor presente de la variable se representa en función de su propio pasado mas una innovacion contemporanea. Por otro lado, un proceso de medias moviles cuando el valor presente de la variable se representa en funcion de todas las innovaciones presente y pasadas. Y, finalmente, una combinacion de ambos. Estos modelos se denominan, respectivamente AR(p), MA(q) y ARMA(p,q).

### 3 Modelos ARMA

#### 3.1 Procesos autorregresivos AR(p)

Un proceso autorregresivo de orden  $p$  expresa  $Y_t$  en función de su pasado hasta el retardo  $t - p$  así como su innovación contemporánea tal que

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t, a_t \sim RB(0, \sigma^2) \quad (8)$$

Un proceso AR(p) cumple las condiciones de estacionariedad para cualquier valor de los parámetros sí y solo sí el módulo de las raíces del polinomio autorregresivo  $\phi_p(L)$  está fuera del círculo unidad. Para el caso AR(1) es fácil comprobar que dado el polinomio autorregresivo  $\phi_1(L) = 1 - \phi L$  la condición de estacionariedad implica que  $|L| = |\frac{1}{\phi}| > 1 \Rightarrow |\phi| < 1$ .

Las otras dos condiciones que tiene que cumplir el modelo lineal general y, por lo tanto, también el AR(p) como aproximación al mismo, es que el modelo fuera no anticipante e invertible. Todo modelo autorregresivo finito, AR(p), cumple estas dos condiciones para cualquier valor de los parámetros autorregresivos ya que, por definición, está escrito en forma autorregresiva. Es decir, es no anticipante porque su formulación hace depender al valor de  $Y_t$  de su pasado y no de su futuro y es invertible porque su formulación finita hace que se cumpla obligatoriamente la condición  $\sum_{i=1}^{\infty} \pi_i^2 < \infty$

##### 3.1.1 Características

Las características del proceso estacionario AR(p) son:

##### Media

$$E(Y_t) = E(\phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t) = \phi_1 E(Y_{t-1}) + \dots + \phi_p E(Y_{t-p}) + E(a_t)$$

Dado que el proceso es estacionario, la media es constante por lo que  $E(Y_t) = E(Y_{t-p}) = 0$ . Si la media fuese distinta de cero podríamos reescribir el proceso como

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t$$

cuya media es

$$E(Y_t) = \frac{\delta}{1 - \phi_1 - \dots - \phi_p}$$

**Función de autocorrelación** La función de autocorrelación,  $\rho_k, k = 0, 1, 2, \dots$  de un proceso AR(p) decrece exponencialmente hacia cero sin truncarse. Su forma es  $\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \phi_p \rho_{k-p}$ . Con coeficientes de correlación  $\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$

**Autocovarianzas** Las autocovarianzas de un proceso AR(p) son

$$\begin{aligned} \gamma_k &= E(Y_t - E(Y_t))(Y_{t-k} - E(Y_{t-k})) = E(Y_t, Y_{t-k}) = \\ &= \phi_1 E(Y_{t-1} Y_{t-k}) + \phi_2 E(Y_{t-2} Y_{t-k}) + E(a_t Y_{t-k}) = \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} \end{aligned}$$

### 3.2 Procesos de Medias Móviles: MA(q)

Un proceso de medias móviles de orden  $q$  expresa  $Y_t$  en función de la innovación contemporánea y sus  $q$  retardos tal que

$$Y_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad a_t \sim RB(0, \sigma^2) \quad (9)$$

Un modelo MA(q) cumple las condiciones de estacionariedad ya que será estacionario bajo las mismas condiciones que el modelo general, es decir, si se cumple la condición de que la sucesión de los parámetros del modelo es convergente:  $\sum_{i=1}^{\infty} \psi_i^2 = \sum_{i=1}^q \theta_i^2 < \infty$ . Por otro lado, es invertible cuando el modulo de las raíces del polinomio de medias móviles  $\theta_q(L)$  está fuera del círculo unidad.

#### 3.2.1 Características

Las características de un proceso de medias móviles MA(q) son

**Media** Dado que la media de las innovaciones son 0, la media del proceso será 0 salvo la existencia de una constante en el proceso, la cuál ejercerá como esperanza.

**Función de autocovarianzas** La varianza es constante y finita en un proceso MA(q). Su función de autocovarianzas está truncada a partir del retardo  $q$ , es decir

$$\rho_k = \begin{cases} \rho_k \neq 0 = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} & k = 1, 2, \dots, q \\ \rho_k = 0 & k > q \end{cases}$$

La función de autocovarianzas  $\gamma_k$ ,  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$  es

$$\gamma_k = E[(Y_t - E(Y_t))(Y_{t-k} - E(Y_t))]$$
 (10)

### 3.3 Procesos ARMA(p,q)

Los procesos autorregresivos de medias móviles determinan  $Y_t$  en función de su pasado hasta el retardo  $p$ , de la innovación contemporánea y el pasado de la innovación hasta el retardo  $q$ :

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t + \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q} \quad a_t \sim RB(0, \sigma^2)$$
 (11)

Que, en términos del operador de retardos se puede expresar como

$$(1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p) Y_t = (1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q) a_t \Rightarrow \phi_p(L) Y_t = \theta_q(L) a_t$$
 (12)

Un proceso autorregresivo de medias móviles finito ARMA( $p, q$ ) es estacionario sí y solo sí el modulo de las raíces del polinomio autorregresivo  $\phi_p(L)$  está fuera del círculo unidad. Las condiciones de estacionariedad del modelo ARMA( $p, q$ ) vienen impuestas por la parte autorregresiva, dado que la parte de medias móviles finita siempre es estacionaria.

Por otro lado Un proceso autorregresivo de medias móviles finito ARMA( $p, q$ ) es invertible sí y solo sí el modulo de las raíces del polinomio medias móviles  $\theta_q(L)$  está fuera del círculo unidad, dado que la parte autorregresiva finita siempre es invertible porque está directamente escrita en forma autorregresiva.

#### 3.3.1 Características

El modelo ARMA( $p, q$ ) va a compartir las características de los modelos AR( $p$ ) y MA( $q$ ) ya que contiene ambas estructuras a la vez. El modelo ARMA( $p, q$ ) tiene media cero en caso de no incluir una constante, varianza constante y finita y una función de autocovarianzas infinita. La función de autocorrelación es infinita decreciendo rápidamente hacia cero pero sin truncarse.

## 4 Modelos ARIMA

Si definimos el siguiente modelo ARMA( $p, q$ ) como

$$\Phi_p(L)Y_t = \Theta_q(L)a_t \quad (13)$$

Donde el polinomio AR se puede factorizar en función de sus  $p$  raíces  $L_1, L_2, \dots, L_p$

$$\Phi_p(L) = (1 - L_1^{-1}L)(1 - L_2^{-1}L)\dots(1 - L_p^{-1}L)$$

donde suponemos que  $(p - 1)$  raíces son estacionarias y una de ellas, unitaria  $L_i = 1$ . En este caso el polinomio AR se puede reescribir como

$$\Phi_p(L) = (1 - L_1^{-1}L)(1 - L_2^{-1}L)\dots(1 - L_p^{-1}L) = \varphi_{p-1}(L)(1 - (1)^{-1}L)$$

$$\Phi_p(L) = \varphi_{p-1}(L)(1 - L)$$

Si sustituimos este resultado en la especificación general de un proceso ARMA tenemos que

$$\varphi_{p-1}(L)\Delta Y_t = \Theta_q(L)a_t \quad (14)$$

Donde  $\Delta = (1 - L)$  que recoge la raíz unitaria. En este caso se dice que el proceso es integrado de orden 1. De forma general se puede decir que es integrado de orden  $d$   $Y_t \sim I(d)$  cuando

$$\varphi_{p-d}(L)\Delta^d Y_t = \Theta_q(L)a_t \quad (15)$$

Por tanto, Un proceso  $Y_t$  es integrado de orden  $d$ ,  $Y_t \sim I(d)$ , si  $Y_t$  no es estacionario, pero su diferencia de orden  $d$ ,  $\Delta^d Y_t$ , sigue un proceso ARMA( $p - d, q$ ) estacionario e invertible. El orden de integración del proceso es el número de diferencias que hay que tomar al proceso para conseguir la estacionariedad en media, o lo que es lo mismo, el número de raíces unitarias del proceso. En la práctica, los procesos que surgen más habitualmente en el análisis de las series temporales económicas son los  $I(0)$  e  $I(1)$ , encontrándose los  $I(2)$  con mucha menos frecuencia.

En definitiva, un modelo

$$\Phi_p(L)\Delta^d Y_t = \delta + \Theta_q(L)a_t \quad (16)$$

Es un modelo Autorregresivo Integrado de Medias Móviles (p,d,q) o ARIMA(p,d,q) donde los polinomios autorregresivo estacionario ( $\Phi_p(L)$ ) e invertible de medias móviles  $\Theta_q(L)$  no tienen raíces comunes. Así pues  $p$  es el orden del polinomio autorregresivo estacionario,  $d$  es el orden de integración de la serie, es decir, el número de diferencias que hay que tomar a la serie para que sea estacionaria, y  $q$  es el orden del polinomio de medias móviles invertible.

#### 4.1 Paseo aleatorio

Un proceso estocástico univariante no estacionario ( $Y_t$ ) es un paseo aleatorio, ARIMA (0,1,0) cuando

$$Y_t = Y_{t-1} + a_t$$

Este proceso es no estacionario ya que su media es igual a  $Y_t$  pero su varianza es igual a  $t\sigma^2$  dado que se compone de la suma de la secuencia aleatoria.

Un paseo aleatorio es un proceso AR(1) cuyo parámetro autoregresivo es 1. Un paseo aleatorio en primeras diferencias con  $\mu = 0$  es un proceso de ruido blanco. La evolución de la serie no tiene una característica presente en los procesos estacionarios y que se denomina reversión a la media: la serie se mueve aleatoriamente hacia arriba y hacia abajo, sin mostrar ninguna inclinación a dirigirse a ningún punto en particular. Es decir, para este modelo el nivel promedio de la serie va cambiando de forma estocástica a lo largo del tiempo, por lo que se dice que este modelo tiene tendencia estocástica.

En lo que se refiere a la FAC del modelo se caracteriza porque sus coeficientes decrecen muy lentamente.

Un paseo aleatorio constituye el caso más sencillo de lo que suele denominarse un proceso integrado de orden 1 ó I(1).

El modelo puede presentar una deriva, expresada en la constante  $\delta$ . Este parámetro de deriva tiene el mismo papel que el parámetro de la pendiente en el modelo determinista lineal. Pero, de la misma manera que el modelo de paseo aleatorio no tiene un nivel promedio al que volver, el modelo de paseo aleatorio con deriva no tiene una tendencia lineal a la que retornar cuando un shock estacionario lo aleja de la misma. La serie con tendencia determinista oscila aleatoriamente en torno a una tendencia lineal de pendiente constante y, si se separa de ella, tiende a retornar rápidamente, mientras que si la serie con tendencia estocástica se separa de la línea de tendencia de pendiente  $\delta$  no tiende a volver.

## 5 Identificación. Diagnóstico. Predicción.

Una vez expuestas las características teóricas básicas de los modelos ARIMA, la cuestión central del análisis de series es el ajuste de uno de esos modelos para la explicación de una serie dada. Box y Jenkins describieron una metodología para este ajuste basada en cuatro etapas consistentes en:

1. Identificación del modelo que mejor se puede ajustar
2. Estimación de los parámetros.
3. Diagnóstico de los residuos para comprobar que son, efectivamente, ruido blanco.
4. Por último, la predicción de valores de la serie.

Este procedimiento es iterativo. Además, se prefieren, en general, los modelos que sean capaces de representar la serie con el mínimo de parámetros posibles lo que se denomina parametrización escueta o parsimonia.

### 5.1 Identificación

El objetivo de la identificación es detectar la estructura no estacionaria, si existe, y, posteriormente, la estructura ARMA estacionaria. Por tanto, en un primer momento habrán de analizarse las posibles transformaciones que requiere el proceso para convertirlo en estacionario en media y varianza.

#### 5.1.1 Estacionariedad en varianza

Una serie será estacionaria en varianza cuando pueda mantenerse el supuesto de que existe una única varianza para toda la serie temporal. Si la serie no es estacionaria en varianza, se utilizan las transformaciones estabilizadoras de varianza, es decir, las transformaciones Box-Cox

$$Y_t^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{Y_t^\lambda - 1}{\lambda} & \lambda \neq 0 \\ \ln Y_t & \lambda = 0 \end{cases} \quad (17)$$

Las transformaciones Box-Cox incluye una familia infinita de funciones: raíz cuadrada, inversa, etc. Como las series económicas suelen ser positivas y sin valores cero, la transformación más utilizada en la práctica económica es la logarítmica.

Los instrumentos que se utilizan para analizar la estacionariedad en varianza de una serie son el gráfico de la serie original y de las transformaciones correspondientes.

### 5.1.2 Estacionariedad en media

El objetivo es determinar si la serie es estacionaria en media, es decir, si oscila en torno a un nivel constante o no. Para tomar esta decisión nos basaremos en las características que diferencian las series estacionarias de las no estacionarias. En particular, una serie es no estacionaria en media

- cuando presenta tendencia o varios tramos con medias diferentes.
- un proceso con alguna raíz unitaria presenta una función de autocorrelación muestral con un decaimiento muy lento, no siendo necesario que se mantenga próximo a la unidad

Como se ha señalado anteriormente, si la serie no es estacionaria en media se puede lograr la estacionariedad transformándola tomando diferencias. Así, si la serie no es estacionaria en media, se tomarán  $d$  sucesivas diferencias de orden 1 sobre la serie hasta obtener una serie estacionaria. No obstante, la determinación del número exacto de diferencias es complejo ya que es posible que haya raíces autorregresivas próximas a la unidad y, por tanto, muy similares a un paseo aleatorio; y, por otro lado es posible caer en una sobrediferenciación.

Los métodos de identificación son, en general:

- Gráfico de la serie original y las transformaciones correspondientes, para observar si se cumple o no la condición de estacionariedad de oscilar en torno a un nivel constante.
- Correlograma estimado de la serie original y de las transformaciones correspondientes, para comprobar si decrece rápidamente hacia cero o no.
- Contrastes de raíces unitarias. El contraste más usado en este caso es el contraste de Dickey-Fuller, consistente en realizar un contraste de un modelo modificado, que es un modelo de regresión, como

$$\Delta Y_t = \beta Y_{t-1} + a_t \quad \beta = \phi - 1 \quad (18)$$

Donde la hipótesis nula es que el valor de  $\beta = 0$  frente a una hipótesis alternativa con  $\beta < 1$ . El test se realiza sobre un estadístico  $t$  habitual para un modelo de regresión, con los valores críticos tabulados al no seguir distribución conocida. Para AR(p) el test se denomina Dickey-Fuller aumentado y, en este caso, el modelo de regresión tiene la forma

$$\Delta Y_t = \beta Y_{t-1} + \alpha_1 \Delta Y_{t-1} + \dots + \alpha_{p-1} \Delta Y_{t-p+1} + a_t \quad \beta = \sum_{i=1}^p \phi_i - 1 \quad \alpha_i = \sum_{j=1}^i \phi_{p-i+j} \quad (19)$$

### 5.1.3 Identificación del modelo estacionario

Una vez determinado el orden de diferenciación, es preceptivo identificar los órdenes  $p$  y  $q$  del modelo. Las características dinámicas del proceso estacionario están recogidas en la función de autocorrelación, FAC, por lo que

ésta será el instrumento básico para identificar los ordenes  $p$  y  $q$  del modelo ARMA adecuado para representar las características de la serie estacionaria  $Z_t$  ( $Z_t = (1 - L)^d Y_t$ ). Los coeficientes de autocorrelación muestral son:

$$\hat{\rho}_k = \frac{\sum_{t=k+1}^T (Z_t - \bar{Z})(Z_{t-k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^T (Z_t - \bar{Z})^2} \quad (20)$$

Donde hay que comparar las funciones de autocorrelación muestrales con las FAC teóricas cuyas características son que para el caso de los modelos MA( $q$ ) esta se anula para  $j > q$ , en el caso AR( $p$ ) decrece muy rápidamente sin anularse y en el caso ARMA( $p, q$ ) tiene un decrecimiento muy rápido pero no se anula.

Tanto para el AR( $p$ ) como para el ARMA( $p, q$ ) la identificación por este método no es sencilla pues coinciden ambos rasgos. Para ello se usa la función de autocorrelación parcial cuyos coeficientes de autocorrelación parcial  $p_k$  mide el grado de asociación lineal existente entre las variables  $Y_t$  e  $Y_{t-k}$  una vez ajustado el efecto lineal de todas las variables intermedias. Su calculo se puede obtener mediante la regresión:

$$Y_t - \bar{Y} = p_{k1}(Y_{t-1} - \bar{Y}) + \dots + p_{kk}(Y_{t-k} - \bar{Y}) \quad (21)$$

donde la secuencia  $\hat{p}_{kk}(k = 1, 2, \dots)$  de coeficientes minimocuadráticos estimados en estas regresiones es la función de autocorrelación parcial.

En el caso de las FACP estas presentan las características que AR( $p$ ) esta se anula para  $j > q$ , en el caso MA( $q$ ) decrece muy rápidamente sin anularse y en el caso ARMA( $p, q$ ) tiene un decrecimiento muy rápido pero no se anula.

La identificación, en una primera aproximación, no tiene por qué ser exacta, pudiendo identificar pautas en el caso de los ARMA que facilite su identificación.

## 5.2 Diagnosis

Una vez seleccionado el modelo y estimados sus parámetros de acuerdo con los distintos métodos consistentes (Mínimos Cuadrados o Máxima Verosimilitud) el siguiente paso es estudiar si las estimaciones de los coeficientes del modelo son significativas y cumplen las condiciones de estacionariedad e invertibilidad y si los residuos del modelo tienen un comportamiento similar a las innovaciones, es decir, si son ruido blanco.

### 5.2.1 Análisis de coeficientes

El análisis de los coeficientes consiste en la determinación tanto de si su valor es igual a 1, como ya se ha especificado antes, o si son coeficientes significativos. El estudio de este segundo aspecto suele realizarse a través de una prueba  $t$ , tal y como se realiza con los modelos econométricos generales siendo el estadístico



$$t = \frac{\hat{\beta}_i - 0}{\sqrt{V(\hat{\beta}_i)}} \sim N(0, 1) \quad (22)$$

### 5.2.2 Análisis de residuos

En el caso de un modelo ARMA correctamente identificado, la innovación puede expresarse como

$$a_t = \frac{\Phi_p(L)}{\Theta_q(L)} Y_t \quad (23)$$

que debe ser ruido blanco. Sus estimaciones deben comportarse como tal también, esto es, deben tener media cero, varianza constante y autocorrelaciones nulas.

**Media 0** El contraste de la media 0 es posible efectuarlo mediante un análisis gráfico o, de forma más precisa, mediante el contraste de hipótesis nula de media 0 tal que

$$t = \sqrt{T} \frac{\bar{\hat{a}}}{\sqrt{V(\hat{a})}} \sim N(0, 1) \quad (24)$$

**Varianza constante** Mediante el método gráfico de los residuos, si su dispersión es constante se puede concluir que la varianza de  $a_t$  también lo es.

**Ausencia de correlación serial** Si los residuos se comportaran como un ruido blanco, los coeficientes de la FAC y FACP muestrales deben ser prácticamente nulos para todos los retardos. También es posible realizar tanto contrastes de significatividad individual o conjunta para los coeficientes de autocorrelación. El contraste más usado para la significación conjunta es el propuesto por Ljung-Box.

**Contraste de normalidad** Como conclusión se comprueba que efectivamente la distribución que sigue la innovación es una distribución normal. Para ello se usa el estadístico de Jarque-Bera.

### 5.2.3 Elección entre modelos

Como se ha expuesto anteriormente, uno de los principios de selección de modelos es aquel que satisfaga mayor simplicidad. No obstante, existen otros criterios que justifican una selección distinta. Estos son el criterio de AIC (Akaike) y el SBC (Schwartz). De entre los modelos estimados se elegirá aquel que menores valores de ambos criterios ofrezca, prefiriéndose el AIC.

### 5.3 Predicción

Suponiendo que el modelo que se ha estimado cumple con los requisitos estadísticos de significación, la última fase del proceso consiste en la predicción de valores para algún momento futuro basadas en el conjunto de información que se dispone. Denotando  $T$  como la última observación disponible, el objetivo es predecir el valor que tomará la serie en los periodos  $T + \ell$ . A la predicción  $Y_{T+\ell}$  con información hasta el momento  $T$  la denotaremos como  $Y_T(\ell)$ .

En general, va a ser muy difícil determinar completamente la forma de la función de densidad sin hacer supuestos muy fuertes y poco realistas sobre la forma de esta función. Un objetivo menos ambicioso sería diseñar unos intervalos de confianza alrededor del valor  $Y_{T+\ell}$  que permitirán una predicción a un cierto grado de confianza.

Por predictor óptimo (o predicción óptima) se denomina a aquel que es la mejor en el sentido de que minimiza una determinada función de pérdida. Lo más usual es minimizar el Error Cuadrático Medio de Predicción, por lo que diremos que  $Y_T(\ell)$  es un predictor óptimo si minimiza el ECMP, es decir, si cumple que:

$$E[Y_{t+\ell} - Y_T(\ell)]^2 \leq E[Y_{t+\ell} - Y_T^*(\ell)]^2 \quad (25)$$

Se puede demostrar que, bajo condiciones de regularidad muy débiles, el predictor por punto óptimo viene dado por la esperanza condicionada al conjunto de información. Nada garantiza que esta esperanza condicionada sea una función lineal del pasado de la serie. Pero si el proceso sigue una distribución normal, se puede demostrar que la esperanza condicio- nada se puede expresar como una función lineal del conjunto de información.

#### 5.3.1 Predicción por intervalo

La predicción óptima por intervalo se construirá a partir de la distribución del error de predicción ( $e_T(\ell)$ ) que, bajo el supuesto de que  $a_t \sim RB(0, \sigma^2)$  es:

$$e_T(\ell) = Y_{t+\ell} - Y_T(\ell) \sim N(0, V(e_T(\ell))) \quad (26)$$

Donde, tipificando, se obtiene que

$$\frac{Y_{T+\ell} - Y_T(\ell) - 0}{\sqrt{V(e_T(\ell))}} \sim N(0, 1) \quad (27)$$

Por lo que el intervalo de predicción de probabilidad  $(1 - \alpha)\%$  es:

$$[Y_T(\ell) - \mathcal{N}_{\alpha/2} \sqrt{V(e_T(\ell))}, Y_T(\ell) + \mathcal{N}_{\alpha/2} \sqrt{V(e_T(\ell))}] \quad (28)$$