



## PRUEBAS SELECTIVAS PARA EL INGRESO EN EL CUERPO SUPERIOR DE ACTUARIOS, ESTADÍSTICOS Y ECONOMISTAS DE LA ADMINISTRACIÓN DE LA SEGURIDAD SOCIAL

**TERCER EJERCICIO: 2 de septiembre de 2025**

### **ÁREA DE ECONOMÍA**

#### **Primer ejercicio**

En la siguiente tabla se presentan los rendimientos esperados de un conjunto de acciones, así como la matriz de varianza y covarianza de los activos

	A	B	C	D
RENDIMIENTO	12%	22%	16%	4%

#### **MATRIZ DE VARIANZAS Y COVARIANZAS**

	A	B	C	D
A	0,015193	0,075683	0,048758	0,033325
B	0,051223	0,010815	0,034487	0,102887
C	0,047353	0,109789	0,038587	0,095230
D	0,021047	0,021934	0,085556	0,012158

Dada esta información se pide:

- a) Calcule el retorno esperado y la varianza de un portafolio compuesto por 1000€ del activo B y 800€ del activo D.
- b) Exprese cuál sería el reparto entre esos dos activos de su capital para obtener la menor varianza posible. Dado dicho reparto, ¿cuál será el rendimiento esperado?
- c) Si tras obtener una renta extraordinaria usted quisiese mantener sus posiciones en los activos B y D obtenidos en el apartado anterior, ¿qué cuantía debería invertir en el activo A para minimizar el riesgo total de la nueva cartera? ¿Qué rendimiento esperado tendría?

Imagine que los supuestos del modelo CAPM se cumplen y que el activo libre de riesgo rinde un 2% mientras que la prima de riesgo es del 6%. Además, se sabe que la volatilidad del mercado es del 22%.



- d) Si dispusiese de 500.000€ para invertir entre el activo libre de riesgo y la rentabilidad de mercado, ¿cómo distribuiría su capital para obtener el menor riesgo posible?
- e) ¿Y si desea que su volatilidad máxima sea igual a la rentabilidad esperada de su cartera?

Dentro de este contexto, se observan los siguientes valores

	A	B	C	D	E	F
Beta	0,8	1,3	0,81	0,72	2,3	2
Rentabilidad observada	4%	9%	11%	10%	8,50%	13%

- f) ¿Podría indicar qué valores están correctamente valorados, sobrevalorados o infravalorados? Explique brevemente, apoyándose en un gráfico, el por qué.



## Segundo ejercicio

La empresa Ómicron es la única empresa proveedora de un determinado bien. Se enfrenta a una función inversa de demanda dada por  $p(x) = 120 - 2x$ . Actualmente posee una única fábrica y su función de costes viene dada por  $C(x) = x^2$

- Determine el equilibrio del productor y el excedente social.

El Estado ha decidido no intervenir para regular el monopolio pero, sin embargo, ha decidido imponer un impuesto a Ómicron para, posteriormente, trasladar esta cuantía en forma de subvención a los consumidores. Esta subvención se cuantifica en 90 unidades monetarias de recaudación total. Ante esto el gobierno duda si es mejor imponer una cuantía fija sobre los beneficios o, por el contrario, es preferible proponer un impuesto sobre unidad producida.

- Analice ambas alternativas en términos de bienestar cómo afectan al equilibrio.

Dados los beneficios extraordinarios que obtiene la empresa se ha decidido a ampliar su planta, abriendo una segunda fábrica. Esta reestructuración tiene efectos en su función de costes tal que ahora son:  $C_1(x_1) = 0.5x_1^2 + 2x_1$  y  $C_2(x_2) = 6x_2$ , respectivamente.

- Calcule el nuevo equilibrio señalando cuánto debe producir en cada planta.

Para mantener su situación de monopolio el Estado ha obligado a la empresa a mejorar sus condiciones de trabajo obligándole a alterar su organización lo que ha hecho que la empresa ahora encare unas nuevas funciones de coste que toman la forma:  $C_1(x_1) = 0.25x_1^2 + 3x_1$  y  $C_2(x_2) = 0.5x_2^2$

- Indique los nuevos niveles de producción en equilibrio y señale cómo se ve afectado el beneficio de la empresa en una y otra situación.



### Tercer ejercicio

- a) Se ha estimado el modelo de regresión lineal múltiple:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + U_t \quad t = 1, \dots, n$$

obteniéndose la siguiente estimación:

$$\hat{Y}_t = 7 + 2,5 X_{1t} + 1,2 X_{2t}$$

(0,7) (2,7)

Donde los valores en paréntesis son las desviaciones estándar estimadas de los regresores  $X_{1t}$  y  $X_{2t}$ , respectivamente.

Explique, compruebe matemáticamente y justifique la significatividad individual de los regresores  $X_{1t}$  y  $X_{2t}$ .

- b) Suponiendo un modelo de regresión múltiple en el que la variable "Y" depende de las variables "X" y "Z", según la siguiente especificación:

$$Y = a X^b Z^c U$$

siendo  $U$  la perturbación del modelo

Analice la hipótesis de linealidad del modelo, desarrollando matemáticamente el tratamiento para una adecuada estimación por mínimos cuadrados ordinarios.

- c) A partir del modelo de regresión:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + U_t \quad \text{donde} \quad U_t = \rho U_{t-1} + e_t$$

Derive matemáticamente el posible incumplimiento de alguna de las hipótesis del modelo de regresión al estimar por mínimos cuadrados ordinarios dicho modelo, suponiendo que  $Var(U_t) = \sigma^2$ ,  $\forall t$ , que  $U_t$  y  $e_t$  son variables aleatorias incorreladas, y que  $E(U_t) = E(e_t) = 0$

- d) Suponga que para el modelo del apartado c) se tiene que  $\rho = 0,7$ . Indique cómo aplicar un filtro adecuado sobre la ecuación  $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + U_t$  a partir de las observaciones de  $t=2$  a  $T$ , siendo  $T$  el total de observaciones disponibles, en orden a la estimación del modelo por mínimos cuadrados generalizados.

- e) Se tiene el modelo de regresión:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + U_t$$

Analice las propiedades de insesgadez y consistencia de los parámetros al estimar el modelo mediante mínimos cuadrados ordinarios en los siguientes casos:

- 1) Suponiendo que  $U_t$  es ruido blanco
- 2) Suponiendo que  $U_t$  sigue un proceso autorregresivo de orden 1